Unidad 5: Reticulados

GENERALIDADES. CLASIFICACIONES. CONDICIONES DE RIGIDEZ. GENERACIÓN DE RETICULADOS. EQUILIBRIO. MÉTODO DE LOS NODOS. MÉTODO DE RITTER. ANÁLISIS DE BARRAS INACTIVAS. EJEMPLO

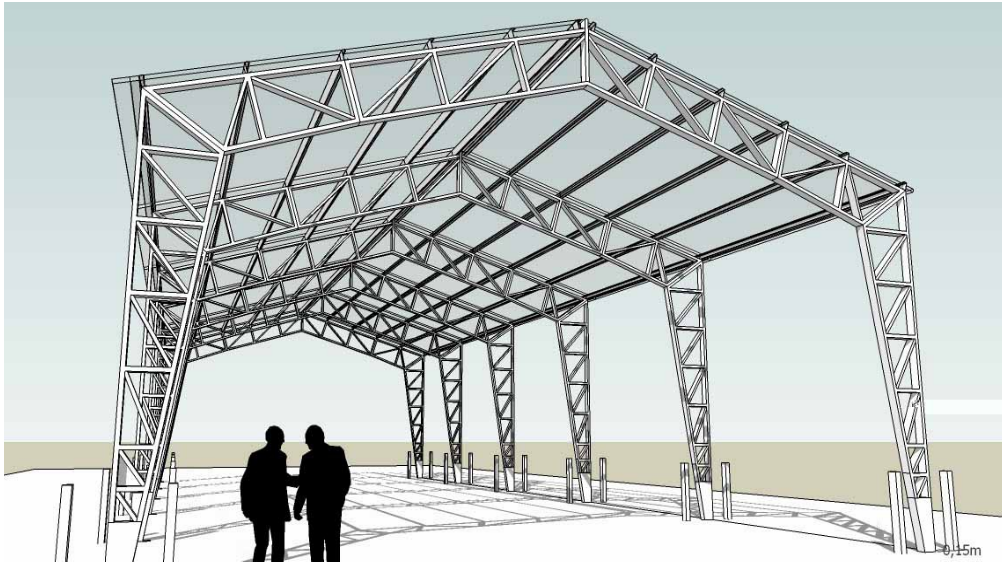
Referencias- Bibliografía

E.D.Fliess Estabilidad. Primer curso.
Análisis Estructural Ing. Taborro.UTNFRBA.Guia con ejercicios
F.P. Beer y J.R.Russell Johnston. Mecánica Vectorial para Ingenieros – Estática, de Editorial Mc Graw – Hill.
R.C. Hibbeler Ingeniería Mecánica - Estática,– Editorial Prentice Hall.-

SISTEMAS DE RETICULADO

Reticulado: Conjunto de líneas o elementos dispuestos en forma de red (definición). Estructuralmente es una estructura compuesta por barras rectas interconectadas entre sí en sus extremos , formando un conjunto rígido e indeformable desde el punto de vista de la estática. También se las suele denominar: “de alma calada”, “celosía”, “armadura”, etc. Está solicitado únicamente a esfuerzos normales generados por cargas puntuales aplicadas en los nodos.

Su ventaja principal es la alta capacidad portante en relación de su bajo peso propio.



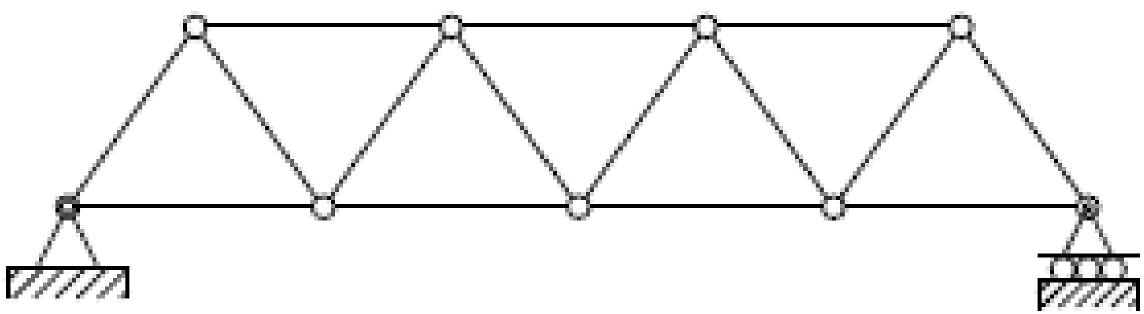
Generalidades

Barra

Elemento estructural rígido e indeformable, con una dimensión predominante frente a las otras dos y que, por lo tanto, puede representarse por su eje

Nudos

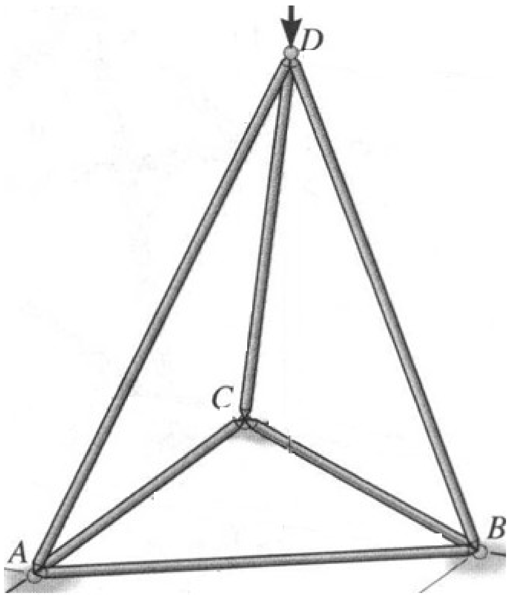
El lugar al que concurren y se conectan las barras se denomina nudo. Para el estudio de reticulados se consideran articulaciones en el plano y rótulas en el espacio



Clasificación de los reticulados

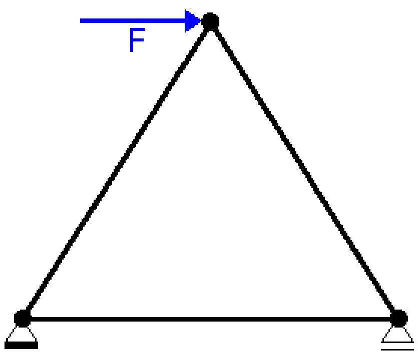
1) Espaciales o planos

2) Simples, compuestos y complejos

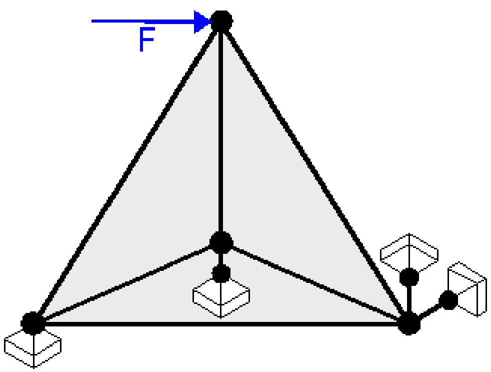


1A) Reticulados espaciales

Son aquellos cuyas barras están dispuestas en el espacio y vinculadas entre sí por rótulas



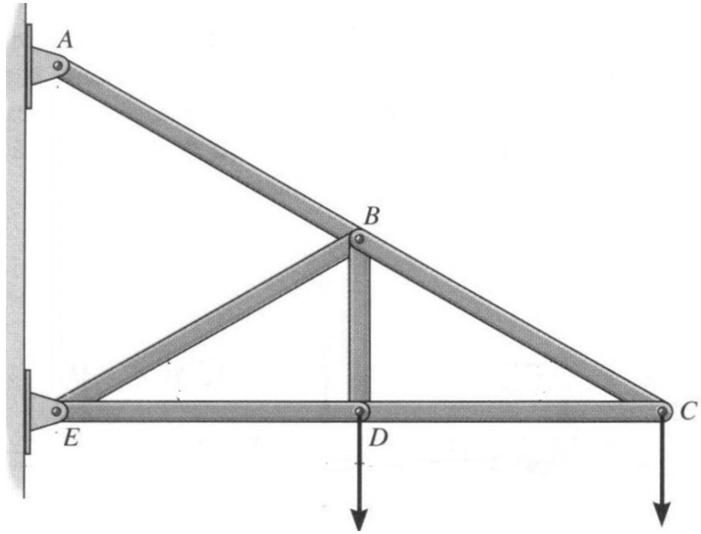
RETICULADO PLANO ELEMENTAL



RETICULADO ESPACIAL ELEMENTAL

1B) Reticulados Planos

Son aquellos cuyas barras y fuerzas exteriores están dispuestas en un mismo plano y vinculadas entre sí por articulaciones



Clasificación de los reticulados

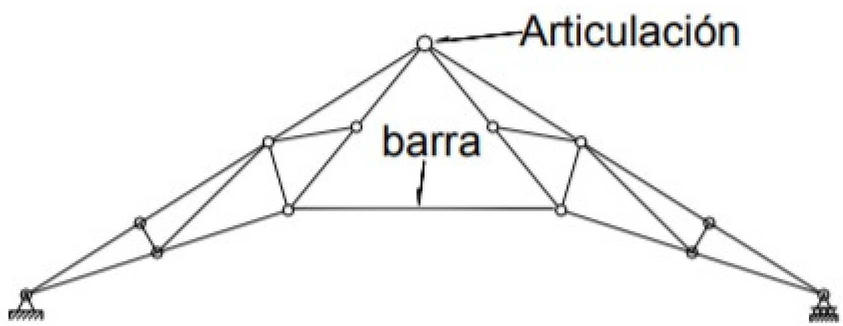
2B) Reticulados compuestos

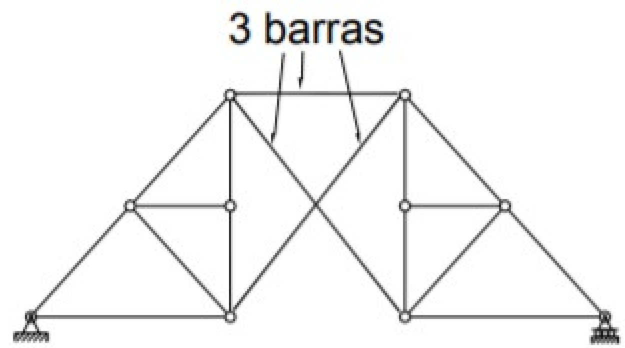
Se denomina así al reticulado que se genera al vincular dos reticulados simples de modo que una vez unidos conformen un nuevo reticulado estrictamente indeformable.

Para ello se deben agregar 3 condiciones de vinculación interna entre ambos reticulados simples, lo que se puede lograr de dos maneras por medio de:

a) una articulación y una barra.

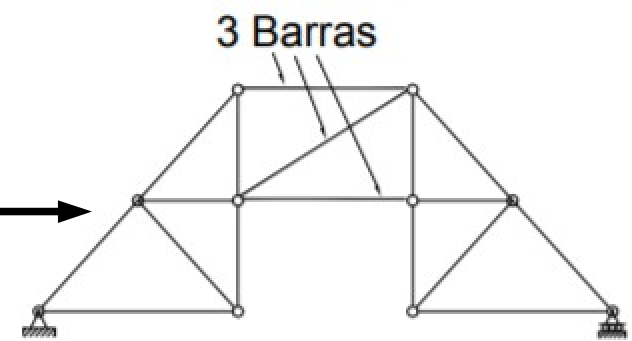
b) tres barras cuyos ejes no concurran un mismo punto.



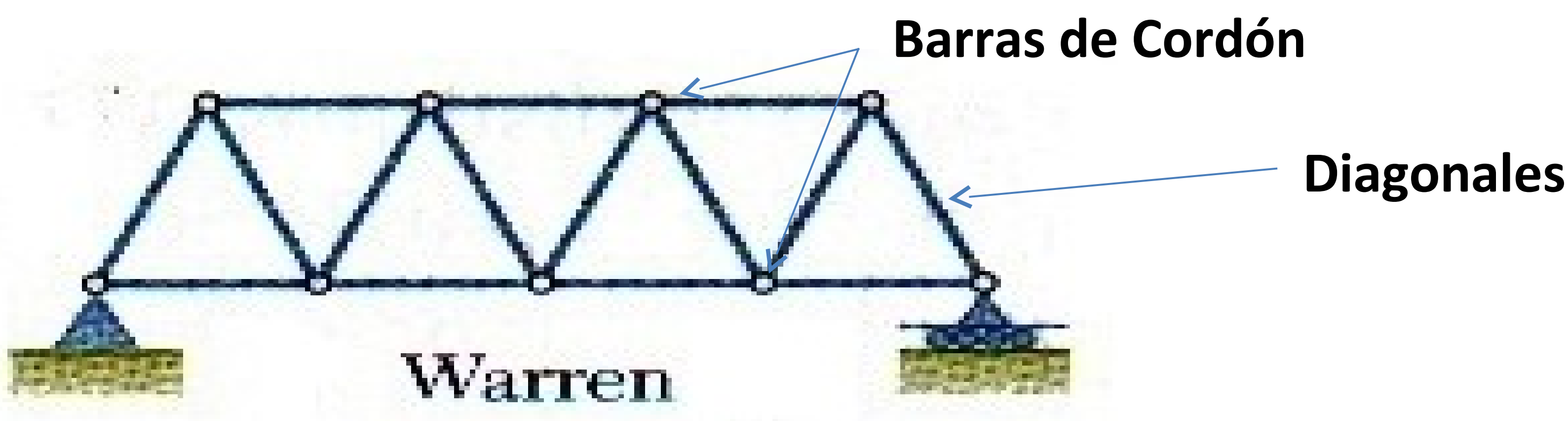


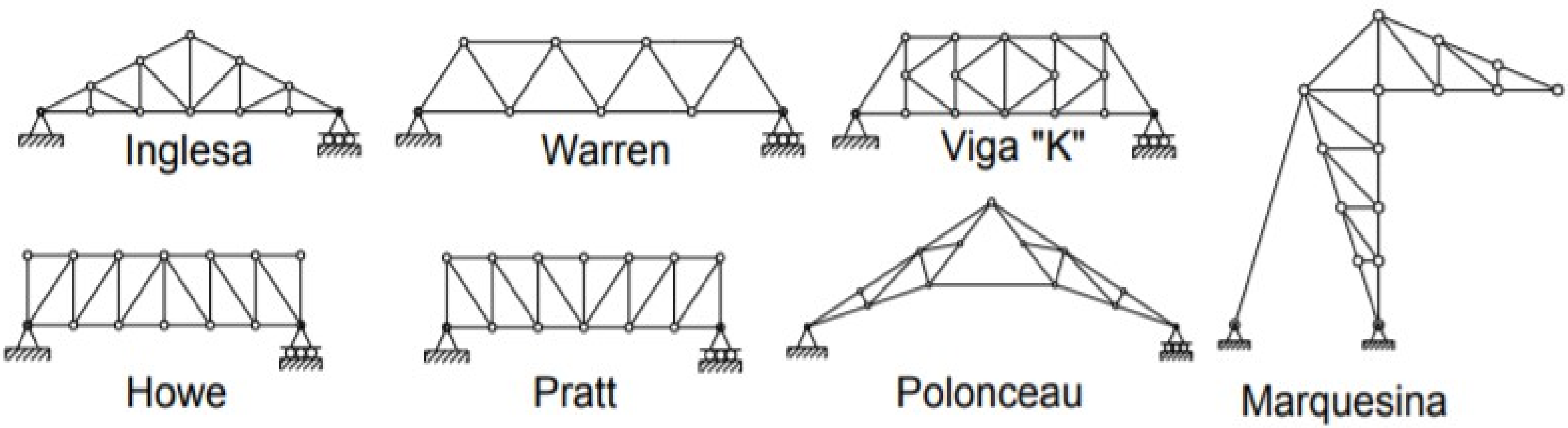
En esos ejemplos no se podría generar el reticulado comenzando desde un triángulo y agregando sucesivamente pares de barras que se articulen en un nuevo nudo cada vez.

Observación: vinculando de otros modos podrían resultar reticulados simples como se puede observar en la figura.

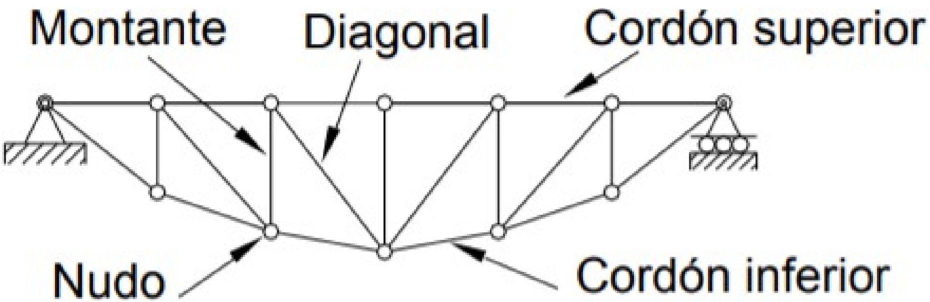


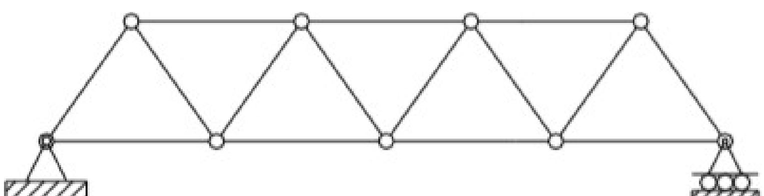
Ejemplos de reticulados planos típicos

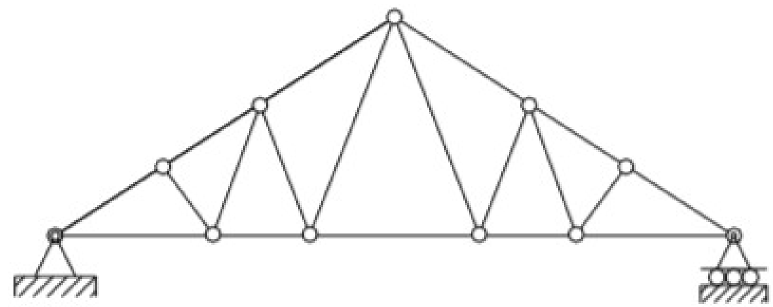


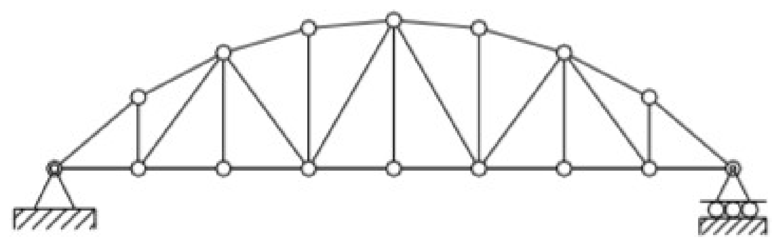


Ejemplos de reticulados planos típicos

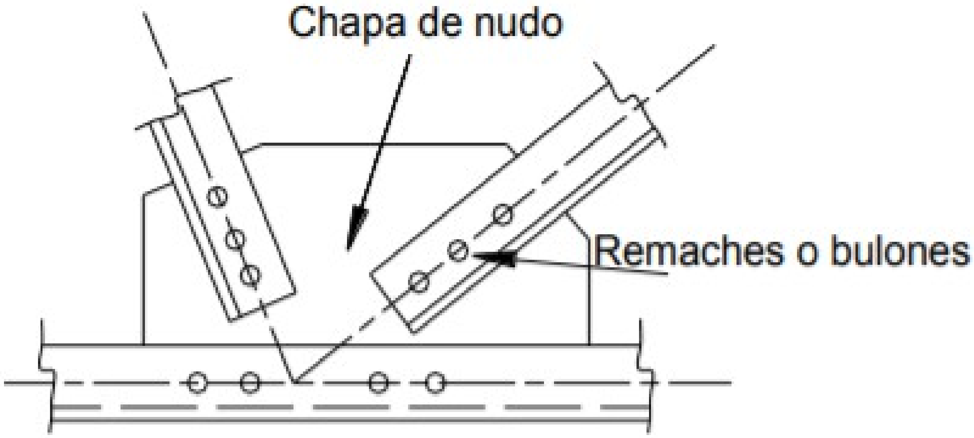


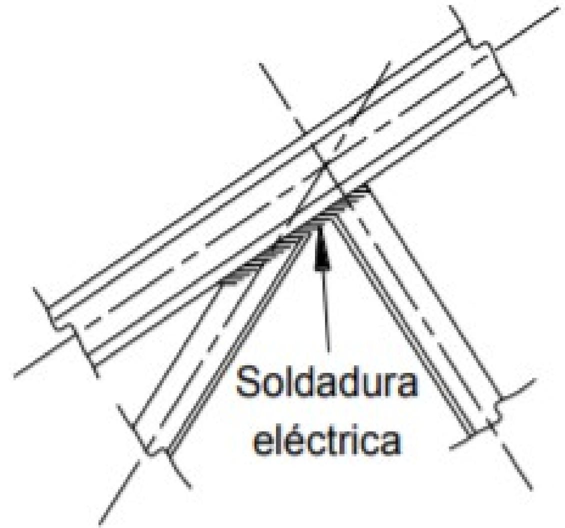


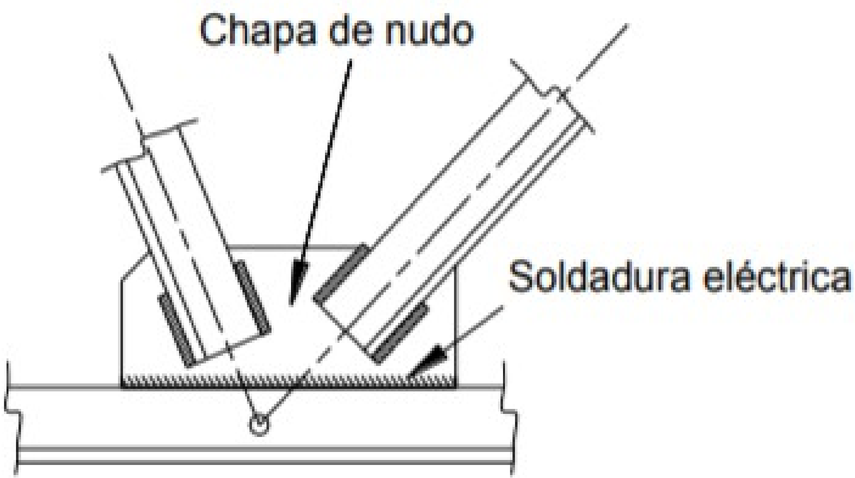


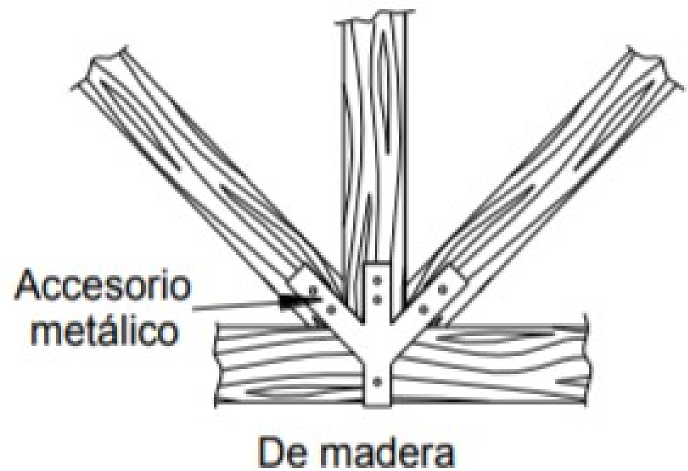


Ejemplos de fabricación de “nudos”



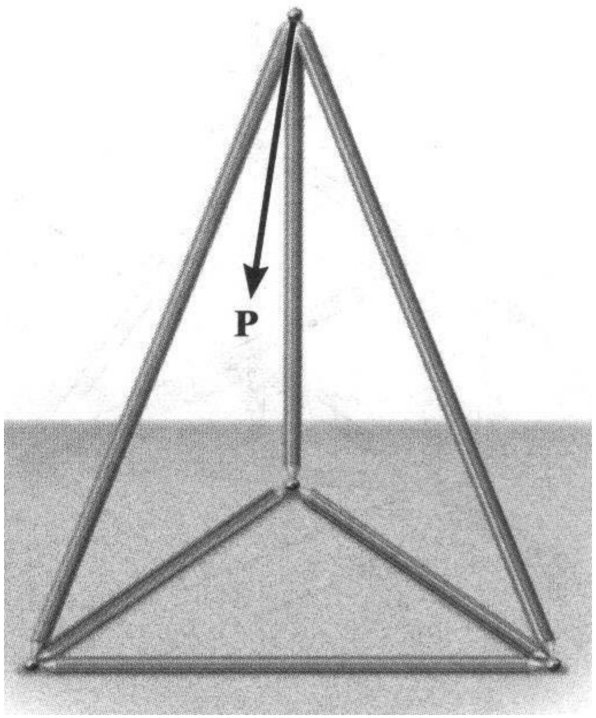


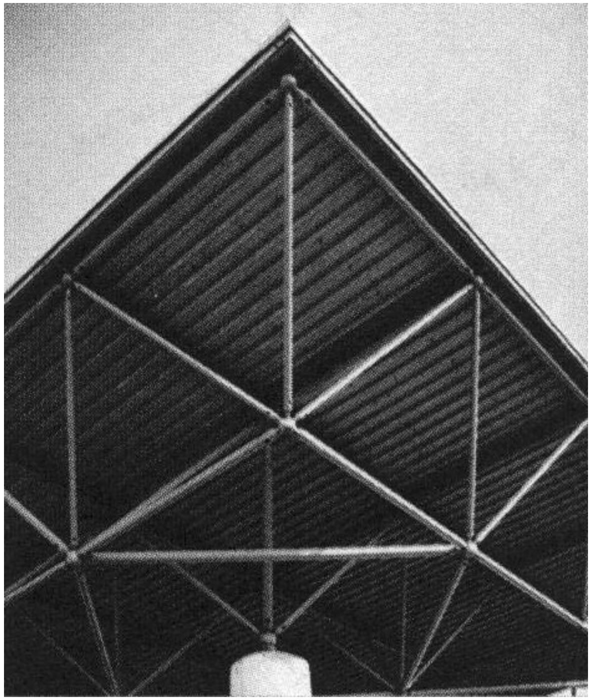




RETICULADOS ESPACIALES SIMPLES

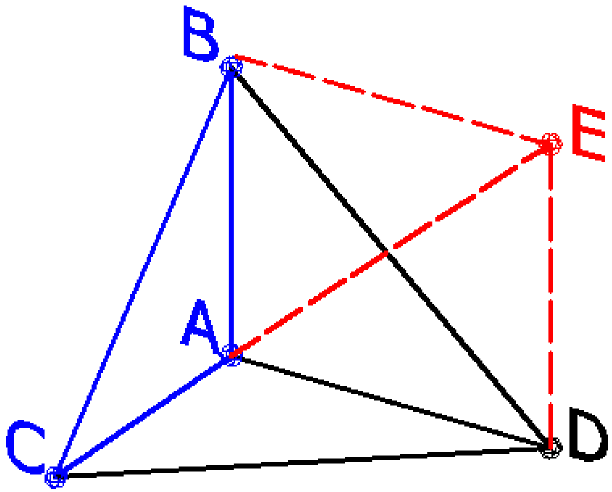
- Un reticulado espacial consiste en barras unidas en sus extremos por rótulas para formar una estructura estable tridimensional.
- El elemento más simple es un tetraedro, formado al conectar seis barras entre sí por medio de rótulas, tal y como se muestra en la figura .
- Una reticulado espacial simple puede construirse a partir de este tetraedro básico agregando tres barras adicionales y nudos, formando un sistema de tetraedros multi conectados.





Condición de rigidez del reticulado espacial simple .

Relación entre el número de barras y el número de vértices



Llamaremos B al numero de barras y V al numero de vértices del reticulado.

$$B = 3.(V - 3) + 3 \Rightarrow B = 3.V - 6$$

Vértices agregados

Barras iniciales (ABC)

Ésta es una condición necesaria pero no suficiente .

Considerando los vínculos externos

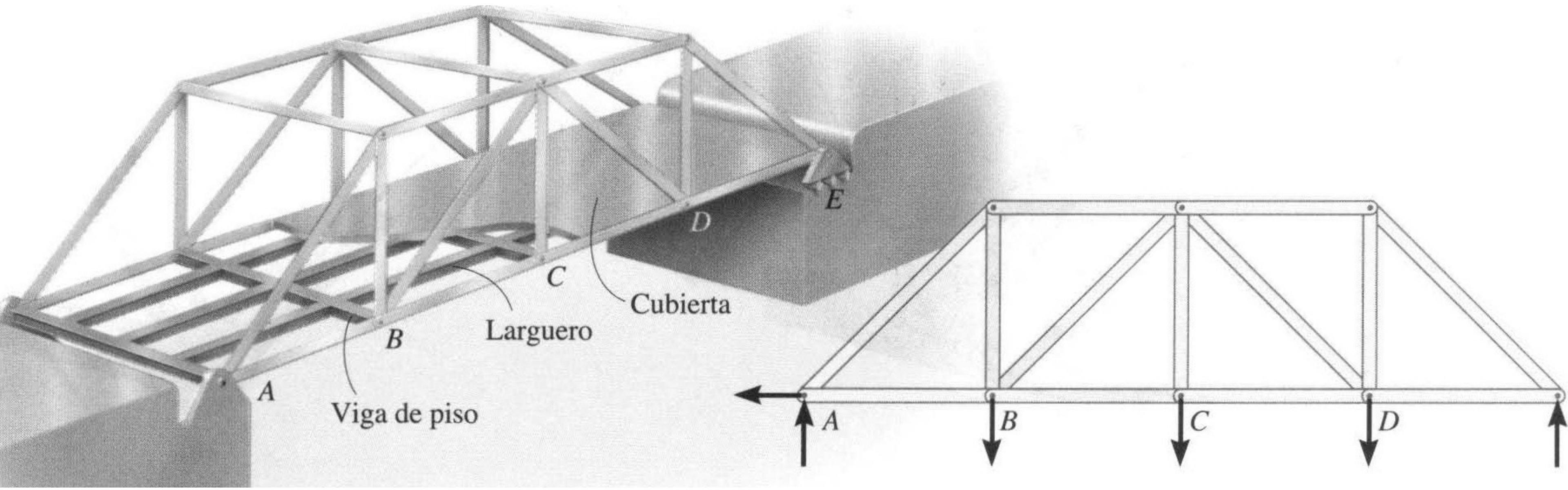
Como el sistema posee 6 grados de libertad, para fijarlo podemos usar 6 bielas. Llamando a éstas como B´ y sumando M.A.M tendremos un total de barras externas e internas:

$$B + B' = 3.V - 6 + 6 \Rightarrow B_{Totales} = 3.V$$

Ésta es una condición necesaria pero no suficiente

RETICULADOS PLANOS

Son reticulados que se tienden en un solo plano. Como ejemplo podemos considerar el caso de un puente como el mostrado en la figura, donde la carga sobre la cubierta es transmitida primero a los largueros, luego a las vigas, y finalmente a los nudos B, C y D

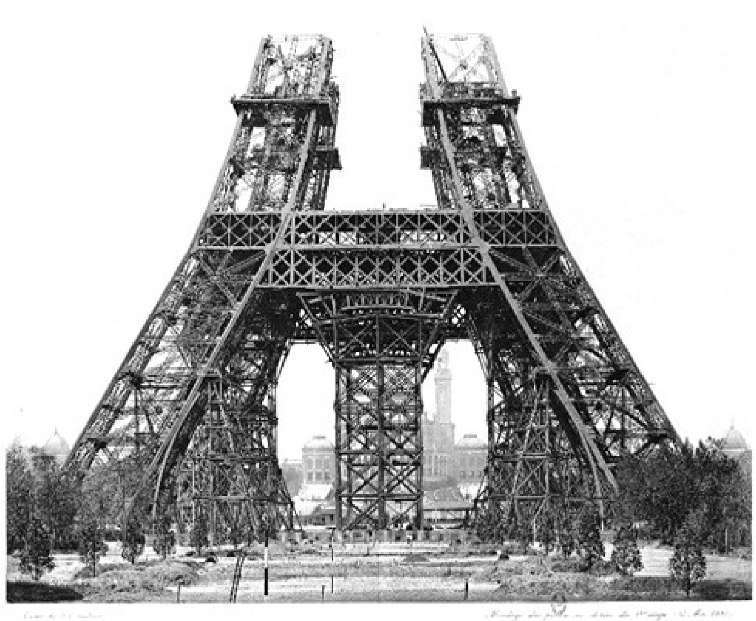


Ejemplos de RETICULADOS

Antenas y Torres

Estación RETIRO - CABA

Domos



Construcción T. Eiffel

Ejemplos de RETICULADOS

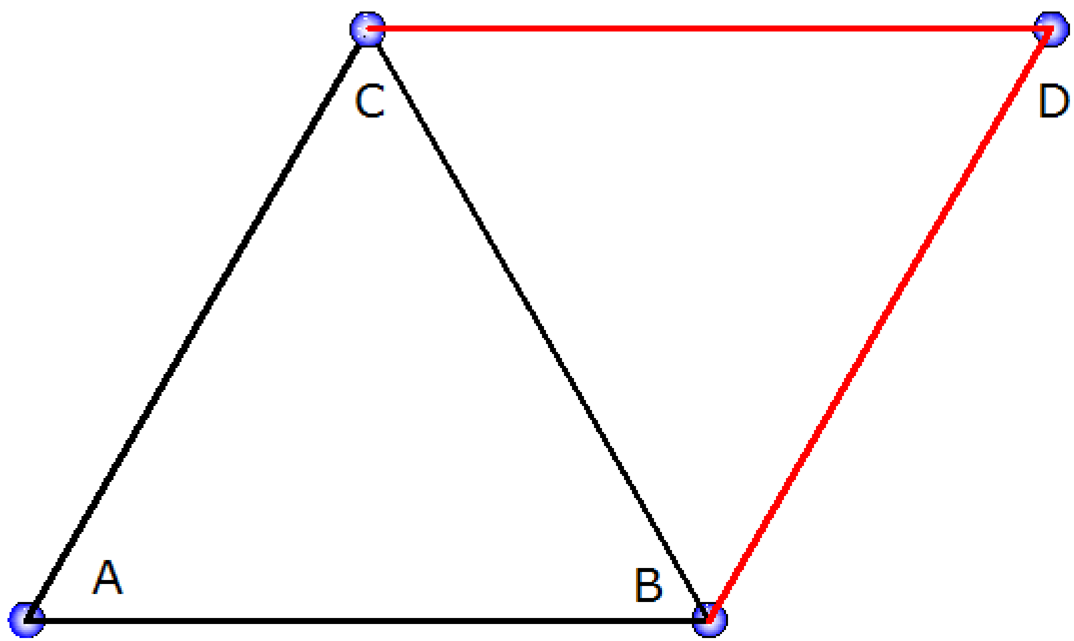
Tren de las nubes SALTA

Pórticos de terminal portuaria de Containers

Puentes

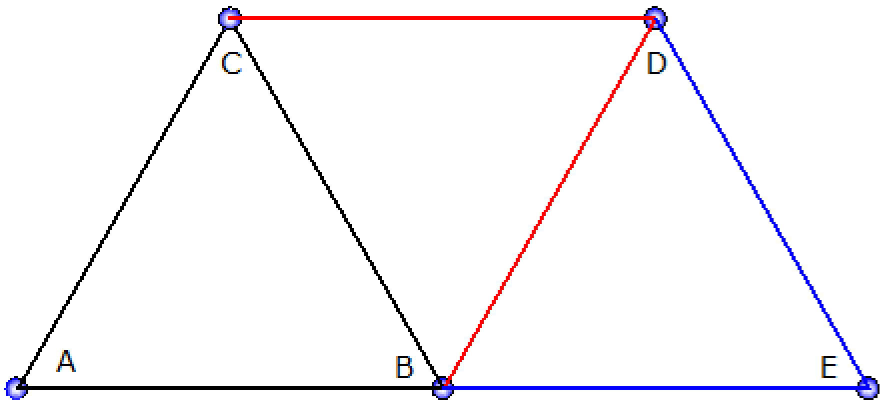
Generación del reticulado plano simple

Se generan a partir de un triangulo ABC formado por 3 barras unidas por articulaciones. Luego se agregan dos nuevas barras articuladas entre sí a dos vértices del triangulo ABC quedando un conjunto rígido. Prosiguiendo de esta forma, es decir agregando pares de barras articuladas a los vértices del reticulado, obtendremos un reticulado simple.



Condición de rigidez del reticulado plano simple .

Relación entre el numero de barras y el numero de vértices



$$\underbrace{2.(V-3)}_{\text{Vértices agregados}}+\underbrace{3}_{\text{Barras iniciales}}\Rightarrow B=2.V-3$$

Ésta es una condición necesaria pero no suficiente .

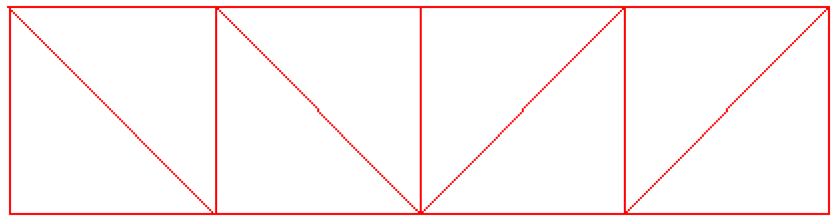
Considerando los vínculos externos

Como el sistema posee 3 grados de libertad, para fijarlo podemos usar 3 bielas. Llamando a éstas como B´ y sumando M.A.M tendremos un total de barras externa e internas:

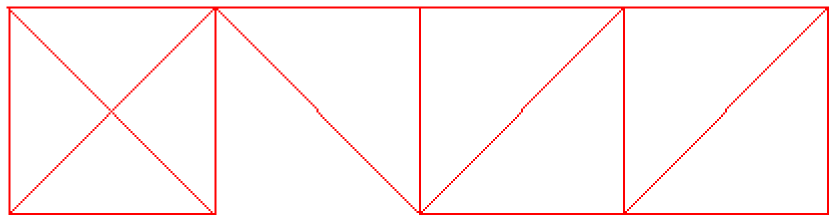
$$B+B'=2.V-3+3\Rightarrow B_{Totales}=2.V$$

Esta es una condición necesaria pero no suficiente .

Por Ejemplo:



$$B = 2.V - 3$$



$$B = 2.V - 3$$

Esta figura 2 **<u>no</u>** es una estructura rígida. No se comporta como una chapa en el plano, a pesar de cumplir con la condición de rigidez.
<u>LOS RETICULADOS DEBEN CUMPLIR CON AMBAS CONDICIONES</u>:

RIGIDEZ

CONSTRUCCIÓN ADECUADA

HIPOTESIS

- Barras rígidas de peso despreciable, indeformables y descargadas.
- Se consideran rótulas o articulaciones en los extremos de las barras.

En ellos el rozamiento es despreciable.

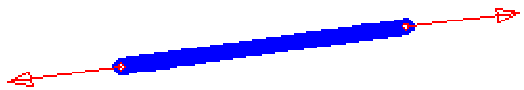
- Las cargas activas y reactivas son fuerzas aplicadas en los nudos o

vértices del reticulado.

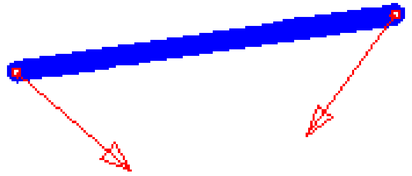
- Si el reticulado está bien generado los esfuerzos en las barras son de

tracción y de compresión.

Este último punto se puede ver considerando el equilibrio de la barra aislada: acorde a las hipótesis, para que la barra se encuentre en equilibrio, sólo puede actuar sobre la misma un esfuerzo axil, que si es tracción consideraremos (+) y si es compresión lo consideraremos (-)



De no ser así la barra no estaría en equilibrio; como se puede apreciar en la siguiente figura



Cálculo de los esfuerzos en barras

Pasos:

1. Verificación de condición de rigidez (condición necesaria).
2. Verificación de la conformación del reticulado partiendo de la figura base – triángulo en el plano o tetraedro en el espacio- (condición suficiente).
3. Planteo del equilibrio y obtención de las reacciones de vínculo.
4. ¿Hay barras con esfuerzos nulos?
5. Cálculo de los esfuerzos de las barras (considero siempre Nz salientes en los nudos, de tal manera de considerar todas las barras TRACCIONADAS):
   1) Método de Ritter
   2) Método de Nudos.

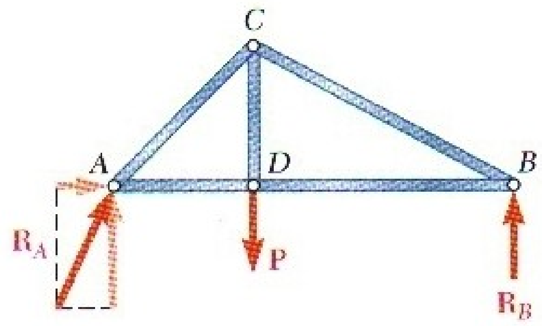
*Si hay **simetría de cargas y de geometría,** se puede resolver sólo la mitad de la estructura .* → ***¡APROVECHARLA!***

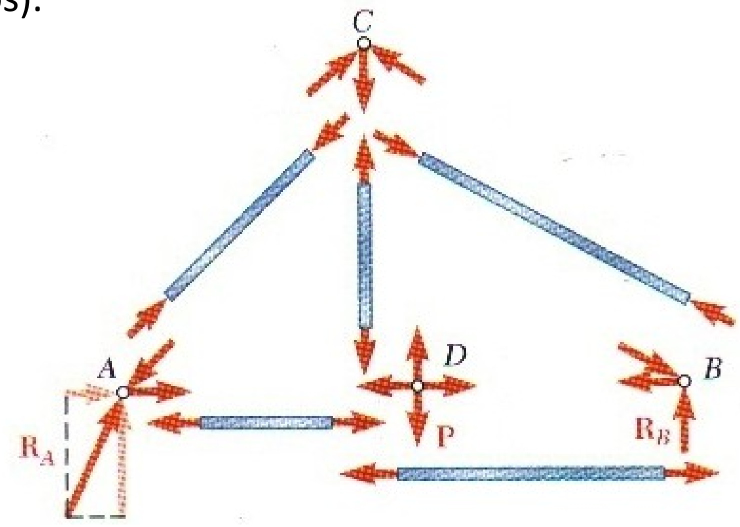
Cálculo de los esfuerzos en barras

Método de los nudos

La resolución se basa en suponer al reticulado compuesto por los nudos y mantenidos en posición de equilibrio por las fuerzas actuantes sobre ellos. Como el reticulado en su totalidad está en equilibrio, cada nudo debe estar en equilibrio (equilibrio de nudos o nodos).

En el caso de un reticulado plano:





- Se debe cumplir el equilibrio en cada nudo: se generan dos ecuaciones de equilibrio en cada uno, por lo que el total de ecuaciones es = 2.V
- El total de incógnitas es 2V contando las reacciones de vínculo; por lo tanto el sistema es estáticamente determinado.

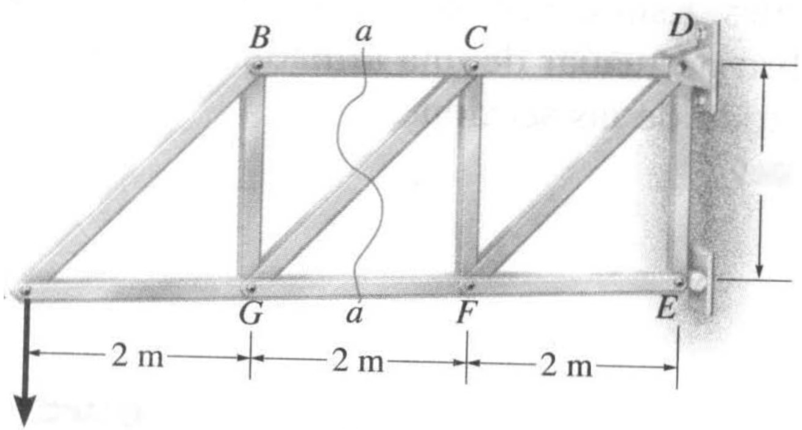
En el espacio las condiciones de equilibrio para cada nudo estarán expresadas por tres ecuaciones de proyección, ya que se trata de un sistema concurrente en el espacio, debiendo cumplirse en cada nudo:

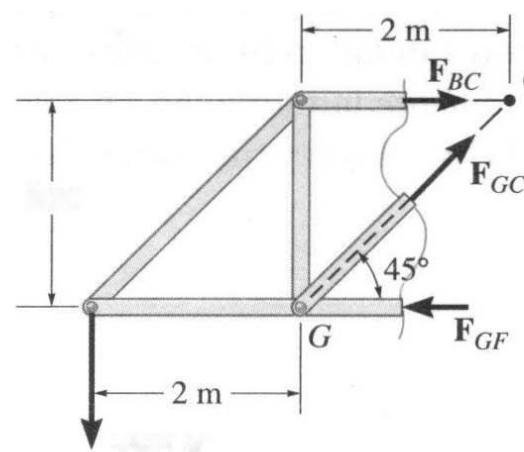
$$\Sigma F_x = 0,\ \Sigma F_y = 0 \text{ y } \Sigma F_z = 0$$

Método de Ritter o de las secciones

El método de las secciones consiste en cortar imaginariamente el reticulado en dos partes (I y II) y plantear el equilibrio de una cualquiera de ellas por separado, ya que las acciones mutuas entre ambas partes se dan a través de las barras cortadas.

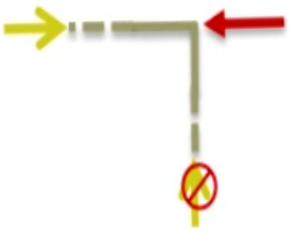
Si se traza el diagrama de cuerpo libre de cualquiera de sus dos partes, entonces podremos aplicar las ecuaciones de equilibrio a esa parte para determinar las fuerzas en la "sección cortada“. Cómo estamos hablando de un sistema plano de fuerzas (3 ecuaciones de equilibrio), el máximo de barras a cortar será de 3, de lo contrario sería un problema indeterminado.



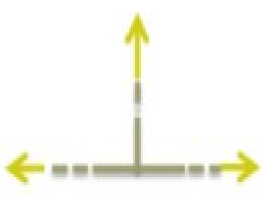


¿Cómo detectar barras inactivas?

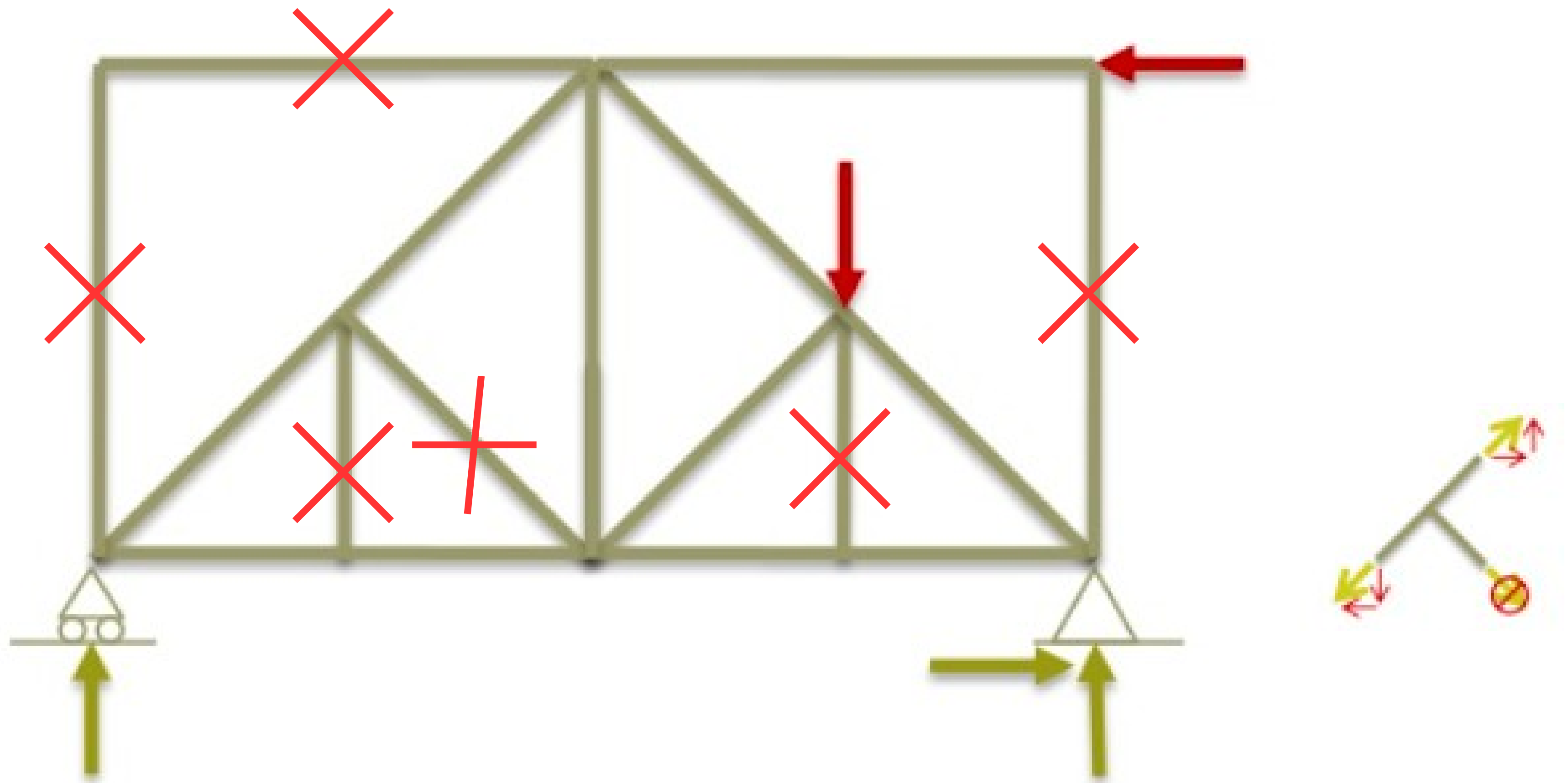
1.Nudos donde confluyen 2 barras sin fuerzas aplicadas.



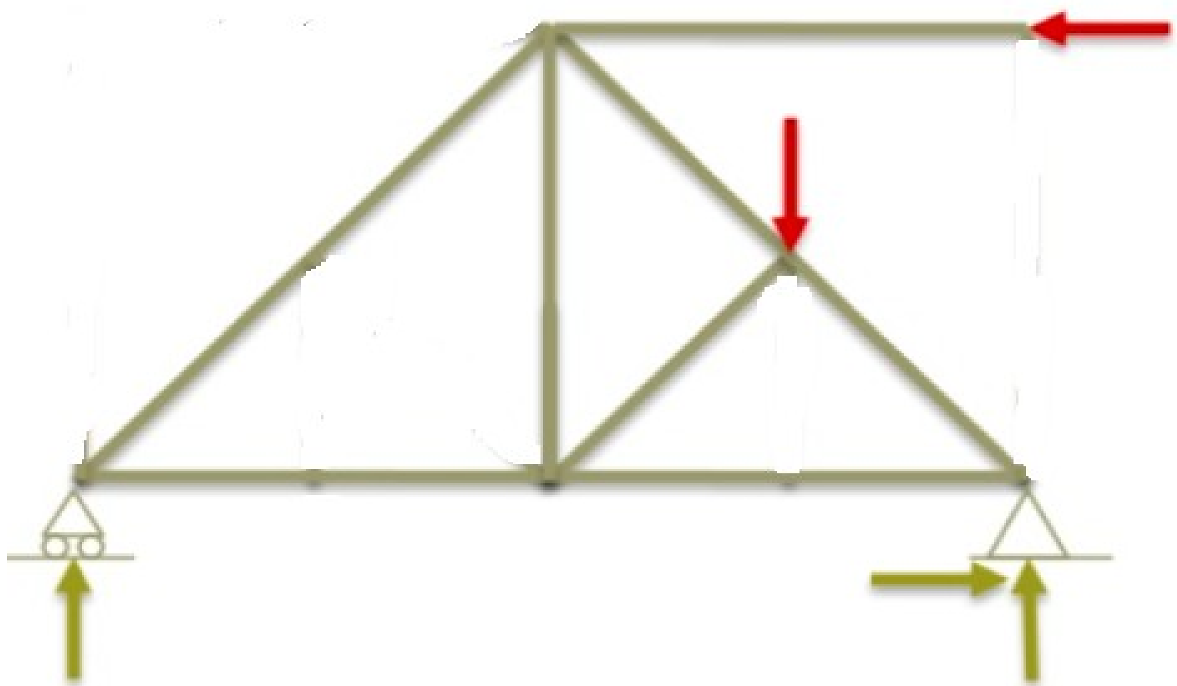
2. Nudos donde confluyen 2 barras con una fuerza con la misma dirección que una de las barras.



3. Nudos constituidos por 3 barras sin fuerzas aplicadas, estando dos de ellas sobre la misma recta.

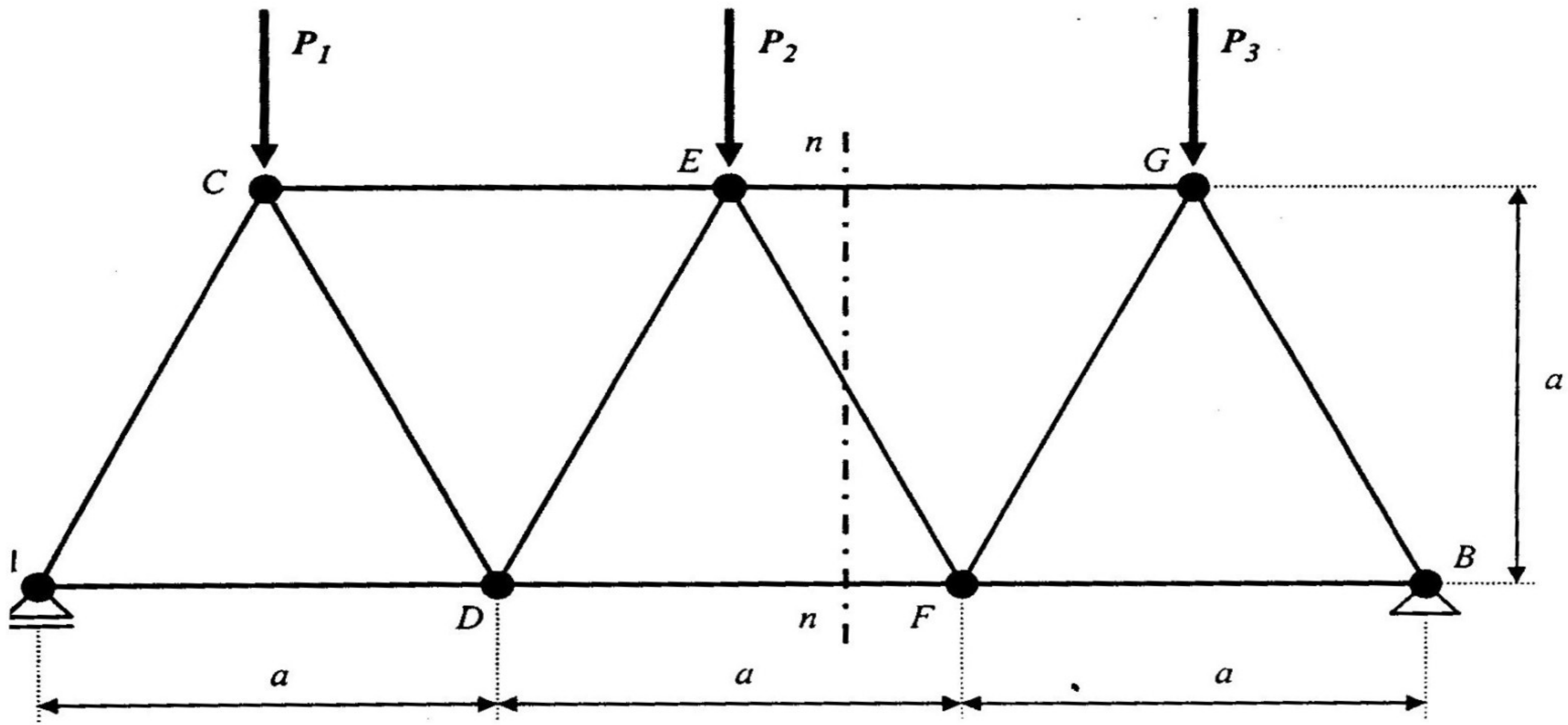


Las barras que acometen inactivas a sus nudos tienen esfuerzos nulos y, por lo tanto, puede considerarse *__como si no estuviesen__* en la estructura.



Una vez que eliminamos algunas barras, observamos si alguna de las condiciones mencionadas anteriormente, vuelve a cumplirse.

EJEMPLO

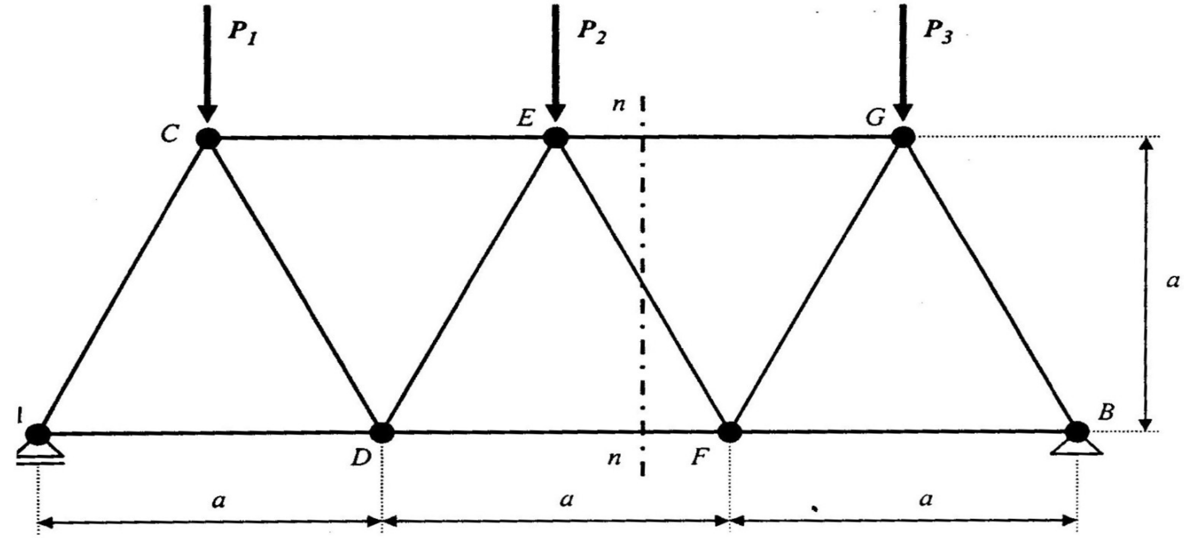


Datos:

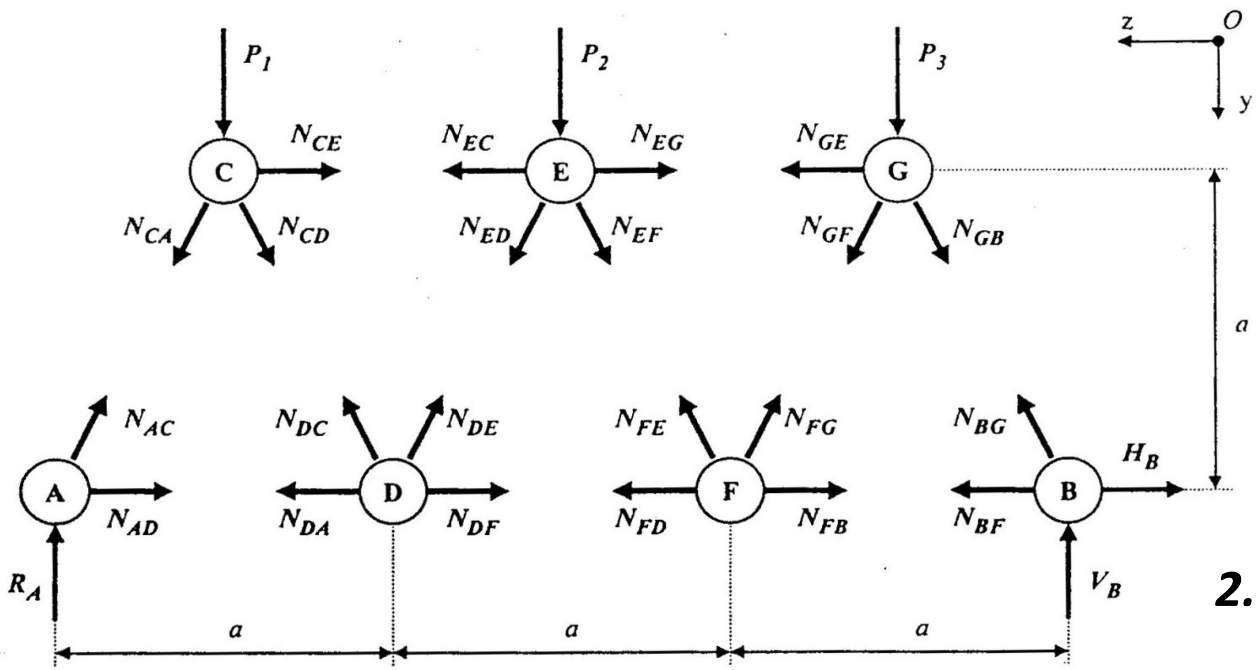
a = 2m

P1 = P2 = P3 = 120 KN

Datos:
a = 2m
P1 = P2 = P3 = 120 KN



1.- Ritter



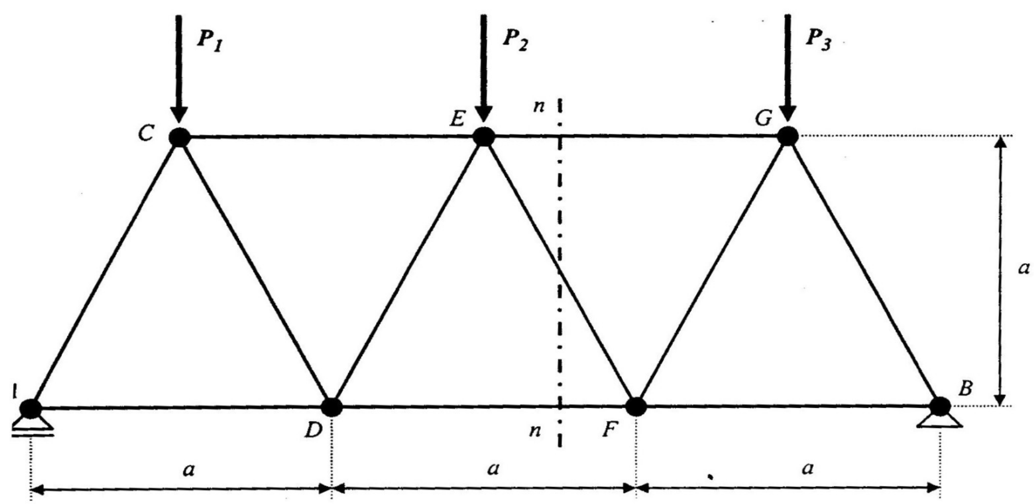
2.- Nodos

Barras		Esfuerzos (kN)		
		Nomenclatura	Tracción (+)	Compresión (-)
AC	GB	$N_{AC} = N_{GB}$		-201,25
AD	BF	$N_{AD} = N_{BF}$	90	
CD	GF	$N_{CD} = N_{GF}$	67,08	
CE	EG	$N_{CE} = N_{EG}$		-120
ED	EF	$N_{ED} = N_{EF}$		-67,08
DF		N_{DF}	150	

Datos:

a = 2m

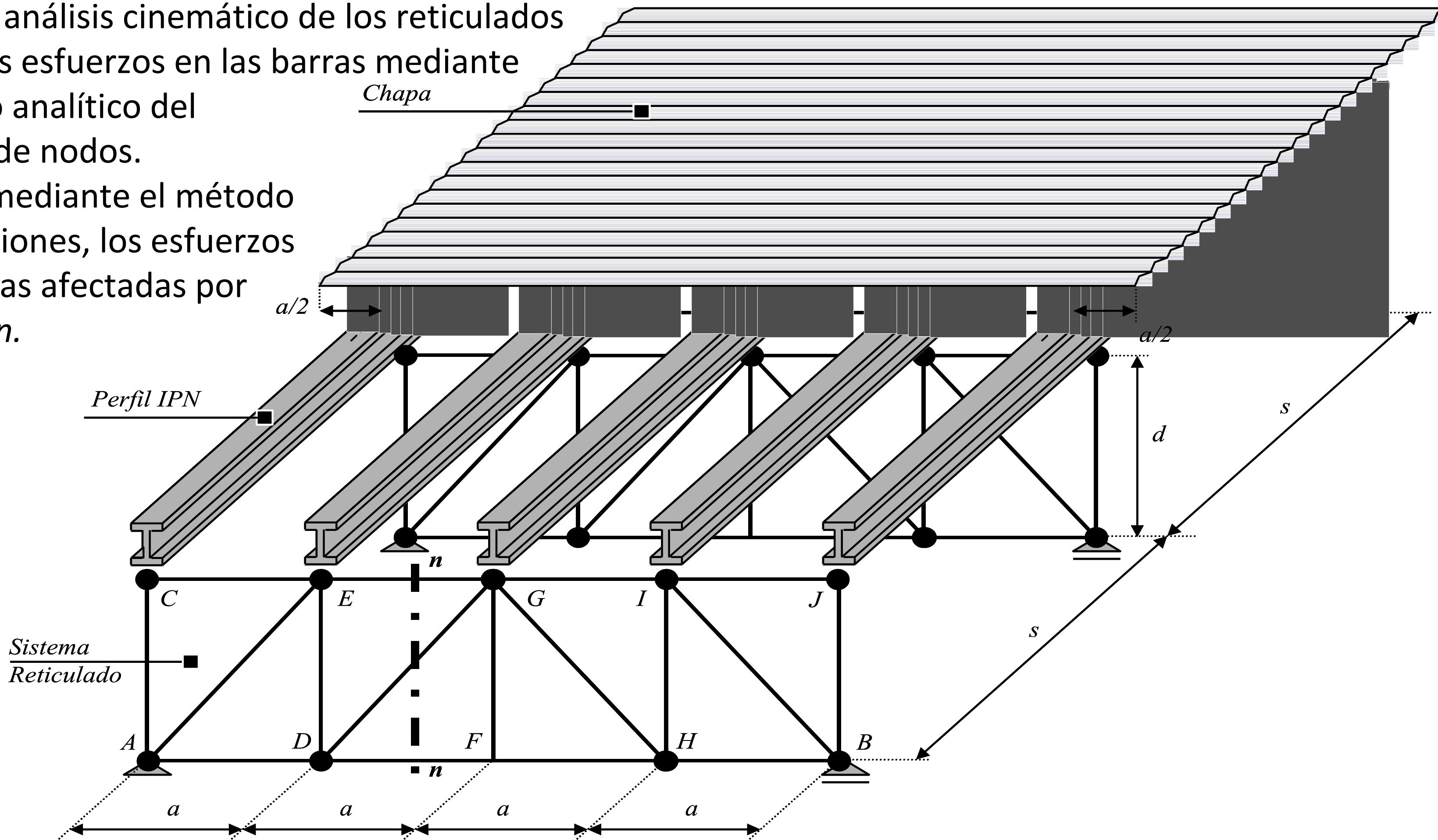
P1 = P2 = P3 = 120 KN



Ejercico ejemplo (Reticulados y cargas distribuidas)

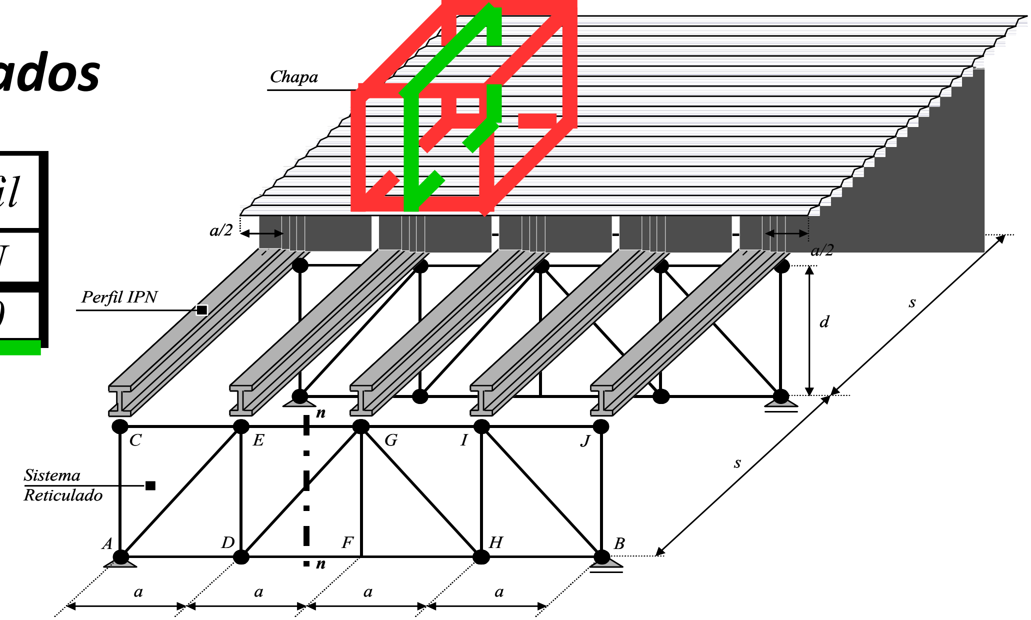
La estructura mostrada en la figura se encuentra formada por una chapa de cubierta, cuyos peso propio y sobrecarga (eventual) son $\boldsymbol{g_C} = 0{,}1\ KN/m^2$ y $\boldsymbol{p_C} = 0{,}4\ KN/m^2$, respectivamente; perfiles ***IPN 240*** separados por una distancia ***a****=2,2m;* y cerchas reticuladas a una distancia ***s=****4,5m* una de otra. Teniendo en cuenta la altura ***d****=2,5m* y que el peso propio de los perfiles doble té no es despreciable, se solicita:

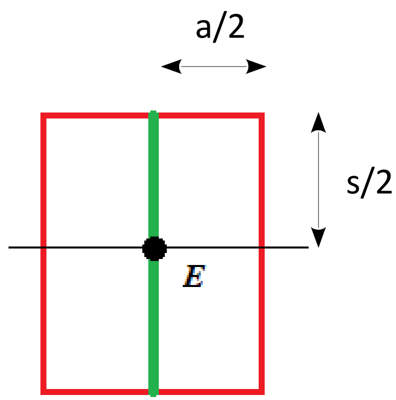
1) Analizar la rigidez de los sistemas reticulados
2) Realizar el análisis cinemático de los reticulados
3) Calcular los esfuerzos en las barras mediante el método analítico del equilibrio de nodos.
4) Verificar, mediante el método de las secciones, los esfuerzos en las barras afectadas por el corte *n-n.*

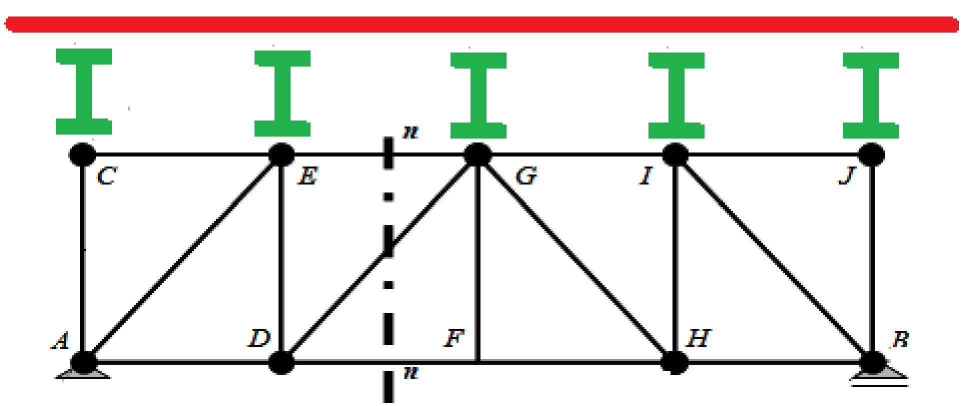


Ejercico 3 - TP 3 Cuerpos Vinculados

a	d	s	g_C	p_C	Perfil
m	m	m	kN/m²	kN/m²	IPN
2,20	2,50	4,50	0,10	0,40	240







A) Lo primero es llevar nuestro sistema espacial al plano.
Para ello analizaremos las cargas distribuidas y sus vectores carga específica, generando una superficie específica como influencia sobre cada nodo de mis reticulados.

B) Analizaremos la rigidez de los reticulados:
b=2n-3 ⟶ 17 = 2.10-3 y generación OK √

C) Realizar el análisis cinemático de los reticulados:
La restricción del apoyo móvil no pasa x el fijo. √

D) DCL y cálculo de reacciones.

E) Cálculo x equilibrio de nodos

F) Verificación x Ritter

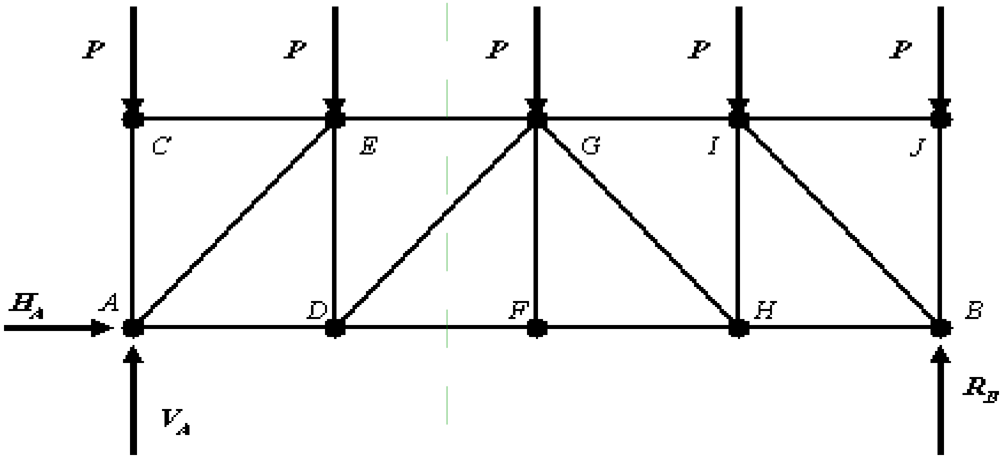
Ejercico 3 - TP 3 Cuerpos Vinculados

D. C. L.

D) DCL y cálculo de reacciones

E) Cálculo x equilibrio de nodos
(verificamos barras inactivas)
(verificamos simetría)
Comenzamos x nodos apropiados

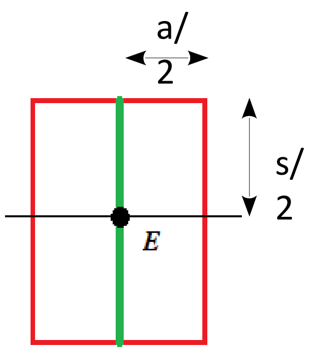
F) Verificación x Ritter

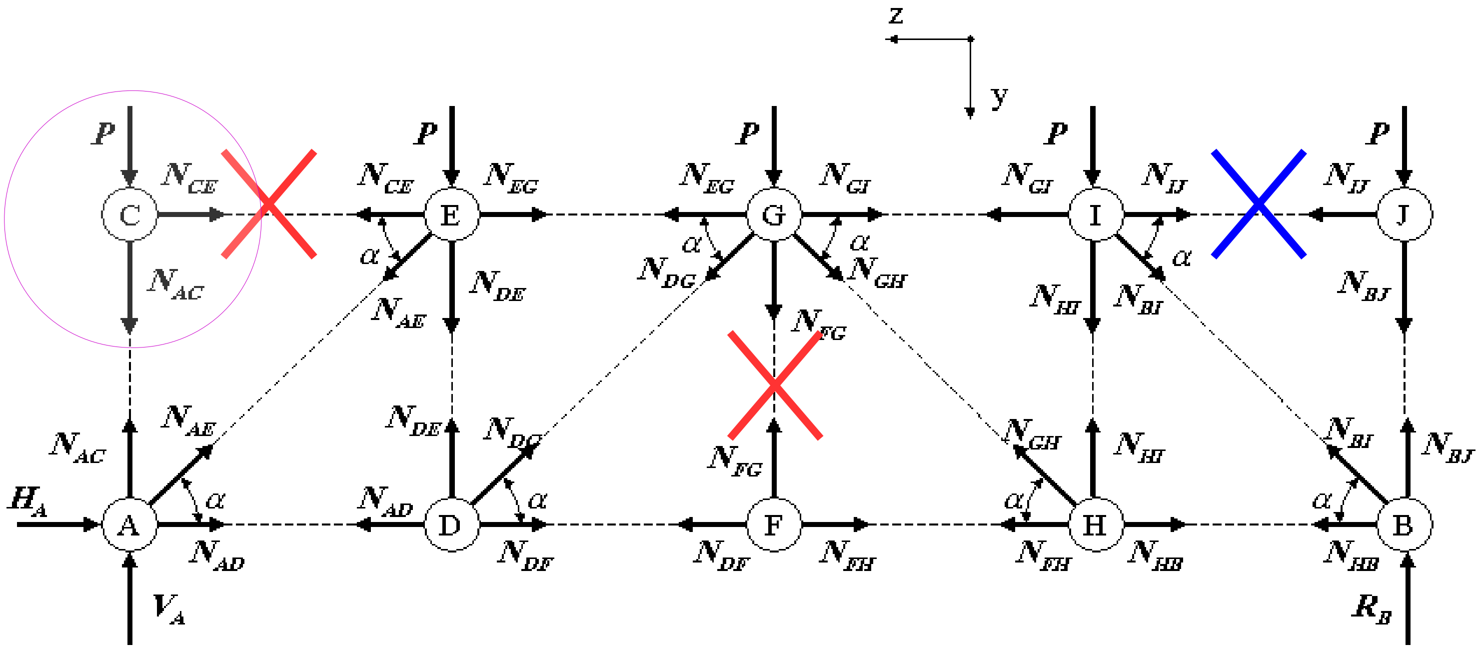


$V_A = R_B = 2{,}5 \cdot P$ = *16,5 KN*

$H_A = 0$

$P = (g_C + p_C) \cdot s \cdot a + g_{IPN} \cdot s$ ⟶ *P[KN] = (0,1+0,4).4,5.2,2 +0,362.4,5= 6,57 KN*





Ejercico 3 - TP 3 Cuerpos Vinculados

D. C. L.

D) Verificación x Ritter

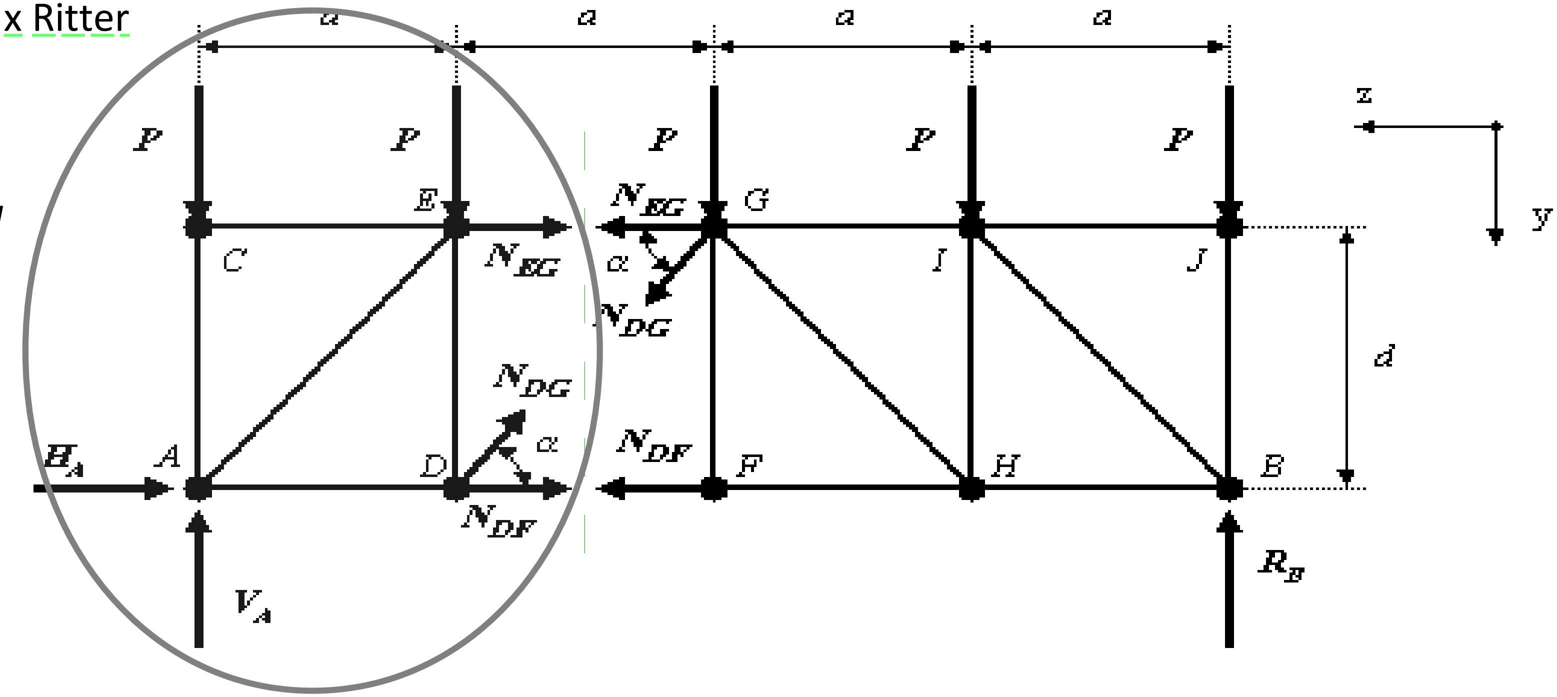
$P = 6,6\ KN$

$VA = 16,5\ KN$

$a = 2,2m$

$d = 2,5m$

$\alpha = 49°$



1) $\sum_i P_{iy} = 0$

$-N_{DG} \cdot \sin(\alpha) + 2 \cdot P - V_A = 0 \longrightarrow N_{DG} = \dfrac{2 \cdot P - V_A}{\sin(\alpha)} \longrightarrow N_{DG} = -4,4\ KN$

2) $\sum_i M_{ix}^{D} = 0$

$N_{EG} \cdot d - P \cdot a + V_A \cdot a = 0 \longrightarrow N_{EG} = \dfrac{P \cdot a - V_A \cdot a}{d} \longrightarrow N_{EG} = -8,7\ KN$

3) $\sum_i M_{ix}^{G} = 0$

$-N_{DF} \cdot d - H_A \cdot d - P \cdot a - P \cdot 2 \cdot a + V_A \cdot 2 \cdot a = 0 \longrightarrow N_{DF} = \dfrac{-H_A \cdot d - P \cdot 3 \cdot a + V_A \cdot 2 \cdot a}{d} \longrightarrow N_{DF} = 11,6\ KN$