

---

**95.10/CB051 | Modelación numérica**

**75.12 | 95.04 | Análisis numérico I A**

**95.13 | Métodos matemáticos y numéricos**

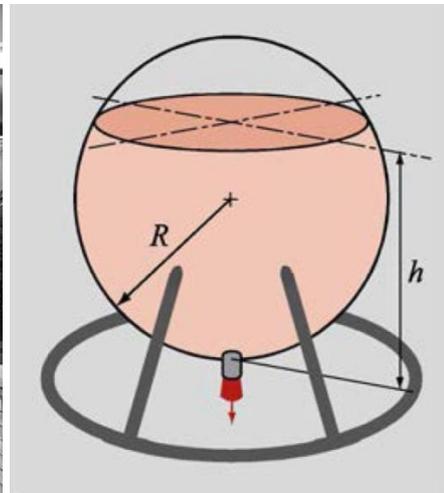
---

**Trabajo Práctico #2**

**Vaciado de un tanque esférico de agua**

**Problema**

Se plantea una opción de modelo matemático de vaciado de un tanque de agua esférico a través de un orificio situado en su base, donde la forma geométrica del recipiente determina el comportamiento del agua.



Considerando el tanque esférico de radio  $R$  con agua hasta una altura  $h$ , y suponiendo que el agua fluye a través de un orificio de radio  $r$  el cual está ubicado en la base del tanque, la ecuación diferencial que describe este comportamiento es la siguiente:

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{r^2\sqrt{2gh}}{2hR - h^2}$$

Este modelo se denomina M1, siendo la constante  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  representa la aceleración de la gravedad, el radio  $R$  del tanque es de  $4 \text{ m}$  y el radio  $r$  del orificio de salida es de  $0.02 \text{ m}$ . La altura inicial del agua es de  $h_0 = 6.5 \text{ m}$  (en  $t_0=0$ ).

Una opción de mejora del modelo matemático presentado consiste en sumar el efecto de contracción del flujo en la salida del orificio, por lo que la ecuación presentada sería:

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{r^2(c_c\sqrt{2gh})}{2hR - h^2}$$

donde  $c_c$  es el coeficiente de contracción que se impone como 0.6, en el modelo que se denomina M2.

### **Tareas**

a) Resolver el problema numérico utilizando el modelo M1 con el método de Euler y obtener el nivel de agua a los 10 minutos. Calcular con tres pasos de discretización diferentes:  $\Delta t=10$ ,  $\Delta t=5$  y  $\Delta t=1$  (en segundos). Estimar errores de truncamiento y evaluar orden de precisión. Graficar los resultados.

b) Idem *a)* pero utilizando el método de Runge-Kutta 4.

c) Verificar experimentalmente el Orden de Precisión del método de Euler y del método de Runge-Kutta 4

d) Análisis de sensibilidad 1. Utilizar el modelo M2 resuelto con el método de Runge-Kutta 4 y resolver igual que en el ítem b). Comparar con resultados de M1.

e) Análisis de sensibilidad 2. Utilizar los modelos M1 y M2 resueltos con el método de Runge-Kutta 4, adoptar  $\Delta t=1$  y repetir cálculos con  $c_c=0.55$  y  $c_c=0.65$  y comparar resultados evaluando sensibilidad a esa variable.