

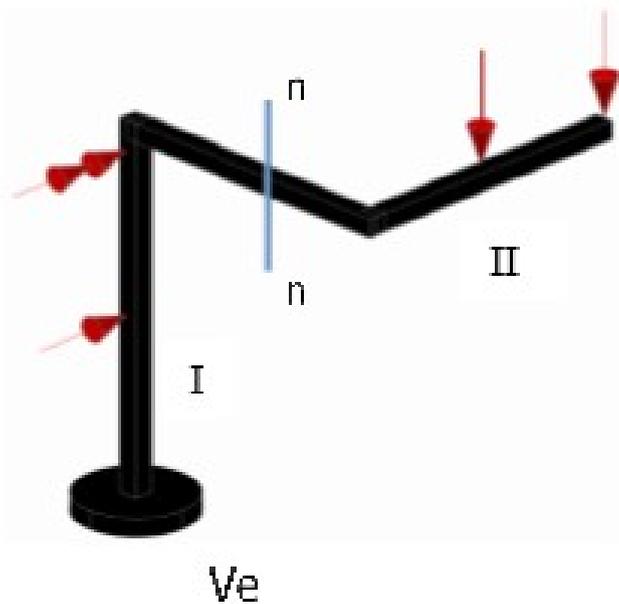
Diagramas de Esfuerzos Característicos

Objetivos

- Realizar un gráfico representativo de los esfuerzos internos
- Calcular esos esfuerzos internos y determinar la o las secciones más comprometidas en estructuras en equilibrio
- Cuando se vean las distintas solicitaciones se calcularán las estructuras en función del sistema de cargas y para la/las sección/es más comprometidas

Dimensionamiento de las estructuras

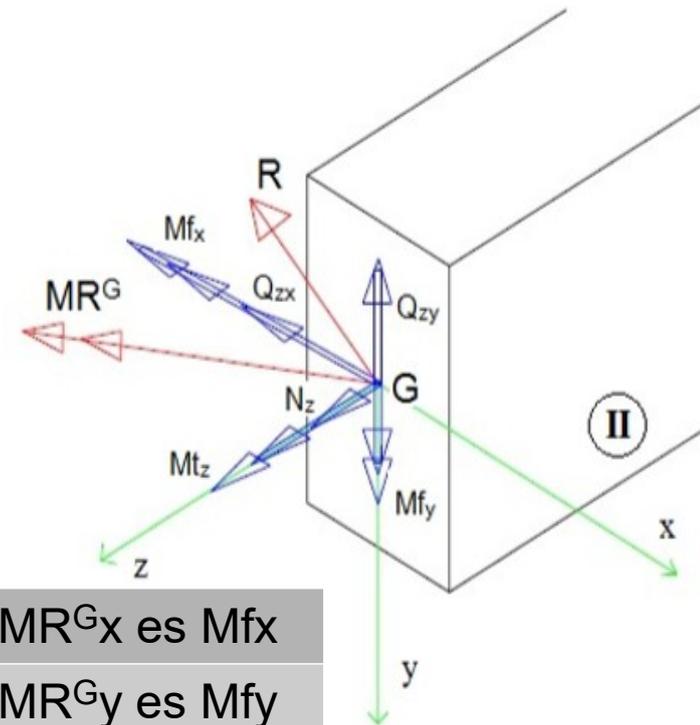
Esfuerzos internos



Sea una estructura espacial como la mostrada en la figura, sometida a un conjunto de cargas o fuerzas espaciales activas exteriores que configuran un sistema Gauso (sistema general de fuerzas que no admite resultante única); y equilibrada a través de su vinculación física a tierra (sistema de cargas reactivas exteriores).

Si consideramos una sección genérica n-n que divide a la estructura en dos partes, la I y la II (algunos autores llaman izquierda y derecha), quedan también dos sistemas de fuerzas generalizados que incluyen las reacciones de vínculo externo V_e

Si reducimos al baricentro de la sección genérica n-n los sistemas de fuerzas I y II, obtenemos dos binomios de reducción. Cada uno es equivalente al sistema que lo define y entre ambos constituyen un sistema nulo, ya que toda la estructura está en equilibrio. Si consideramos sólo el binomio de reducción de la parte I y lo aplicamos en el baricentro G de la cara derecha de la parte II y proyectamos las componentes de cada vector (R y MR_G) sobre la terna izquierda indicada, obtenemos las denominadas características, reacciones de vínculo internas o esfuerzos internos en la sección n-n:



R_x es Q_{zx}	MR_G^x es M_{fx}
R_y es Q_{zy}	MR_G^y es M_{fy}
R_z es N_z	MR_G^z es M_{tz}

Pasos a seguir

1) Análisis CINEMÁTICO:

- a) Grados de libertad = n° de restricciones o vínculos (isostáticamente sustentado).
- b) No debe existir configuración de Vínculo Aparente (cinemáticamente invariable).

2) Cálculo de Reacciones de vínculo:

- a) Se define y dibuja la terna global de referencia con el sentido de momentos positivos.
- b) Se dibuja el Diagrama de Cuerpo Libre con sentidos arbitrarios de las incógnitas o reacciones.
- c) Plantear las Ecuaciones generales de Equilibrio para hallar las reacciones en los vínculos.

3) Trazado de DIAGRAMAS:

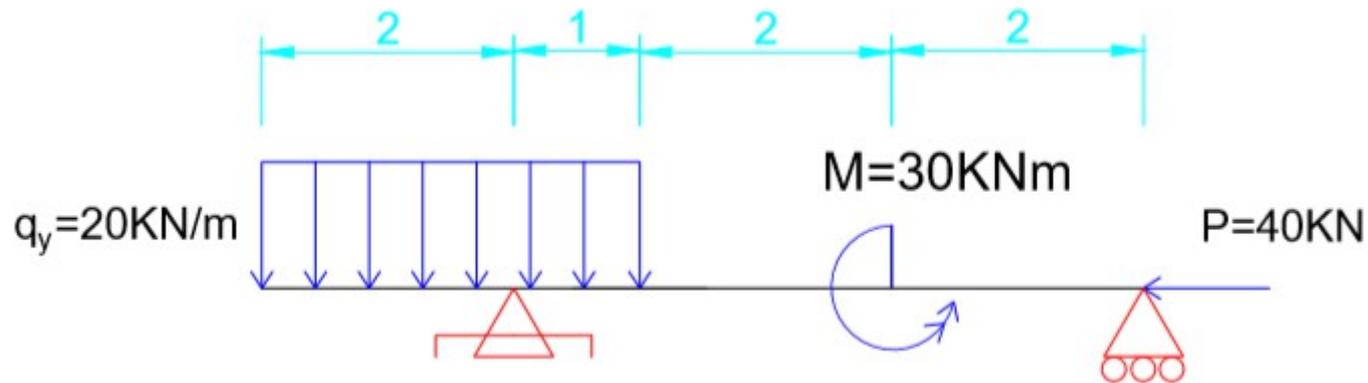
- a) Se vuelve a dibujar el diagrama de cuerpo libre con los sentidos correctos de las reacciones de vínculo (Diagrama de Cuerpo Libre Equilibrado).
- b) Se dibujan las ternas locales para cada tramo de barra (recordar que la terna local es la asignada para la cara derecha del corte imaginario realizado a la estructura, donde se pondrán de manifiesto los esfuerzos o binomio de reducción del lado izquierdo).
- c) Ingreso a cada tramo por el lado izquierdo y considero sólo lo que dejo detrás al recorrer la estructura: Para cada tramo en estudio se deben posicionar sobre la línea L-R, en su respectiva escala y con el signo correcto, los valores de la característica en estudio para los puntos singulares del tramo. Recordamos que serán puntos singulares de la viga aquellos donde existan: Cambios de dirección; Cambios en las cargas puntuales (puntos de aplicación de cargas puntuales: fuerzas o cuplas), Inicio o finalización de cargas distribuidas (puntos de inicio y finalización de diagramas de carga q_y ó q_x).
- d) Cálculo de Esfuerzos de corte en puntos singulares.
- e) Cálculo de Momentos flectores en puntos singulares.
- f) Cálculo de Esfuerzos normales en puntos singulares.
- g) Se asignan Escalas para: longitudes, para N_z , Q_{zy} y M_{fx} .

- Se trazan los DIAGRAMAS trazando primeramente las pendientes tomando en cuenta las relaciones diferenciales: $q_y = -dQ_{zy}/dz$; $q_z = -dN_z/dz$; $Q_{zy} = dM_{fx}/dz$; y considerando que:
- Para curvas de 2^o grado las tangentes extremas a un arco de la misma se cortan sobre la vertical del punto medio de la cuerda correspondiente, y definen, sobre dicha vertical un segmento cuya longitud, medida desde la cuerda, es igual al doble de la flecha de la parábola.
- Para curvas de 3^o grado las tangentes extremas a un arco de la misma se cortan sobre la recta de acción de la resultante del diagrama de cargas

Ejercicio ejemplo - Pasos a seguir

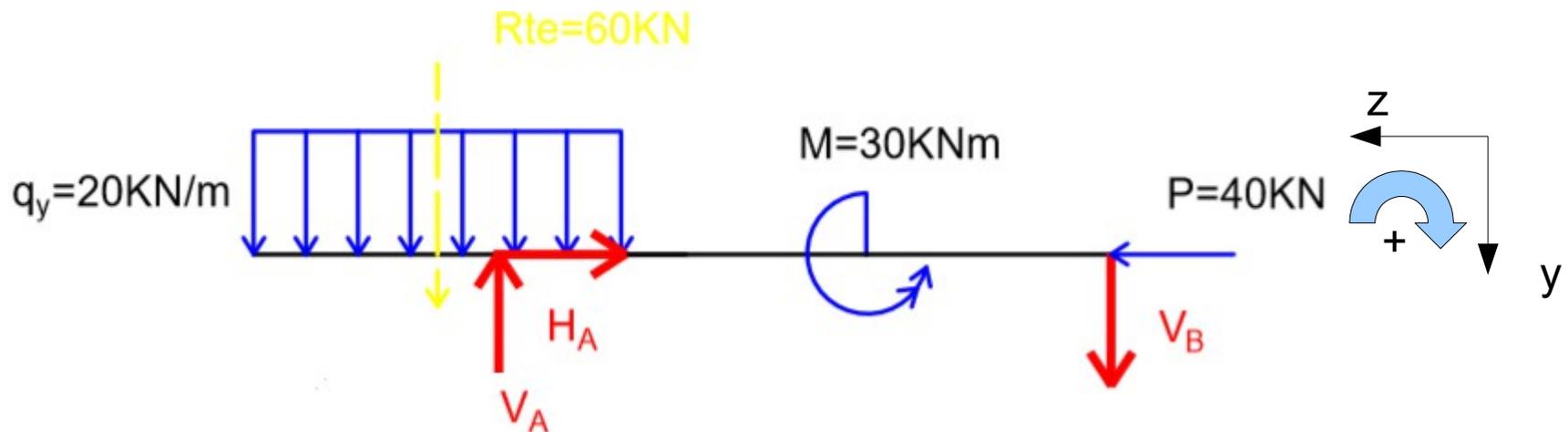
1) Análisis CINEMÁTICO:

- Grados de libertad = nº de restricciones o vínculos (isostáticamente sustentado).
- No debe existir configuración de Vínculo Aparente (cinemáticamente invariable).



2) Cálculo de Reacciones de vínculo:

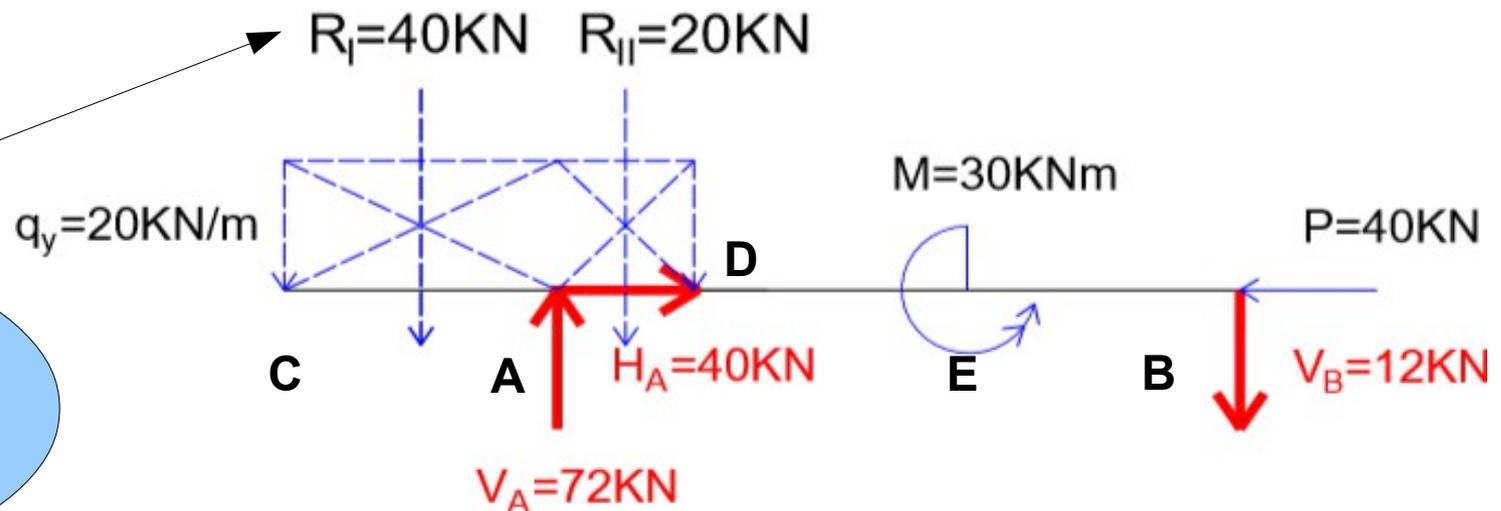
- Se define y dibuja la terna global de referencia con el sentido de momentos positivos.
- Se dibuja el Diagrama de Cuerpo Libre con sentidos arbitrarios de las incógnitas o reacciones.
- Plantear las Ecuaciones generales de Equilibrio para hallar las reacciones en los vínculos.



Pasos a seguir

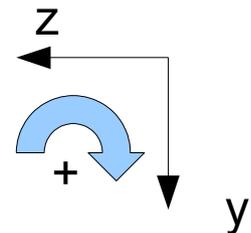
3) Trazado de DIAGRAMAS:

- Se vuelve a dibujar el diagrama de cuerpo libre con los sentidos correctos de las reacciones de vínculo (Diagrama de Cuerpo Libre Equilibrado).
 - Se dibujan las ternas locales para cada tramo de barra (recordar que la terna local es la asignada para la cara derecha del corte imaginario realizado a la estructura, donde se pondrán de manifiesto los esfuerzos o binomio de reducción del lado izquierdo).
- Ingreso a cada tramo por el lado izquierdo y considero sólo lo que dejo detrás al recorrer la estructura: Para cada tramo en estudio se deben posicionar sobre la línea L-R, en su respectiva escala y con el signo correcto, los valores de la característica en estudio para los puntos singulares del tramo. Recordamos que serán puntos singulares de la viga aquellos donde existan: Cambios de dirección; Cambios en las cargas puntuales (puntos de aplicación de cargas puntuales: fuerzas o cuplas), Inicio o finalización de cargas distribuidas (puntos de inicio y finalización de diagramas de carga q_y ó q_z). En este caso son **A, B, C, D, E**



A veces conviene trabajar con más de 1 Rte:

En este caso la terna global coincide con la local



Pasos a seguir

- d) Cálculo de Esfuerzos Nz en puntos singulares:

$$C' = 0 = A'$$

$$A'' = -H_A = -40 \text{ KN} = D = E = B'$$

- e) Cálculo de Esfuerzos de corte Qzy en puntos singulares:

$$C' = 0 ; A' = R_I = 40 \text{ KN}$$

$$A'' = R_I - V_A = -32 \text{ KN} ;$$

$$D' = D'' = R_I - V_A + R_{II} = -12 \text{ KN} = E = B'$$

$$B' (\text{entrando x derecha}) = - [V_B]$$

- f) Cálculo de Momentos flexores Mfx en puntos singulares:

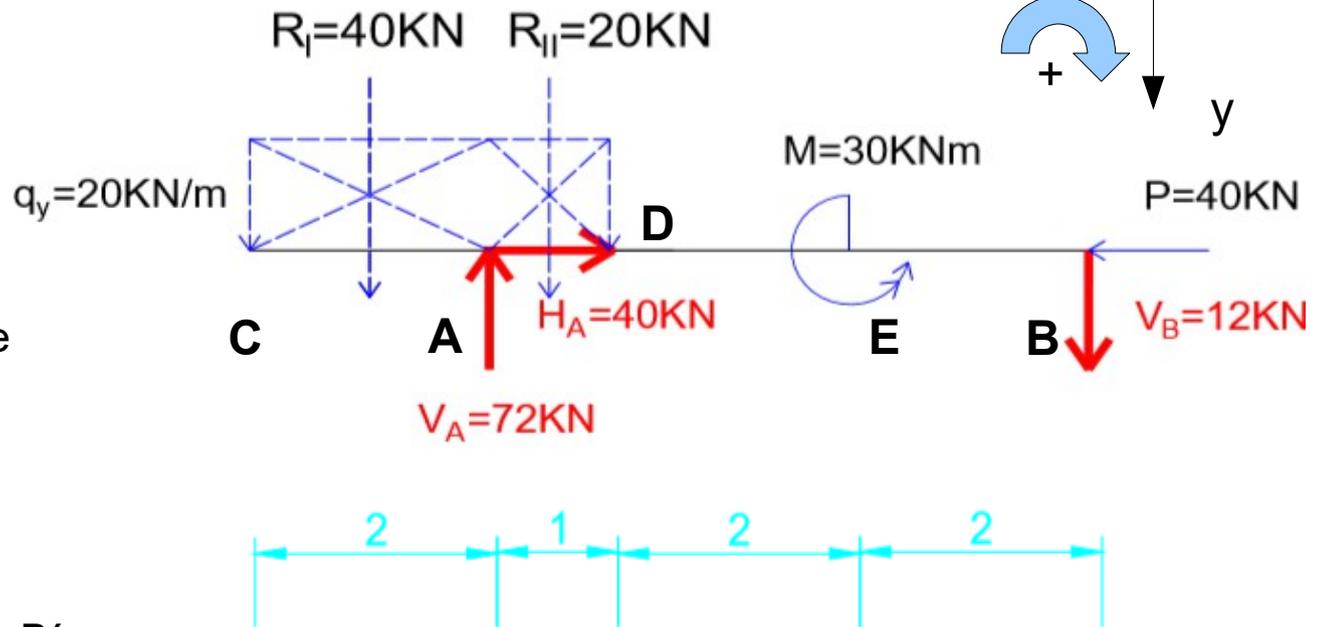
$$C = 0 ; A = -R_I \times 1 \text{ m} = -40 \text{ KNm}$$

$$D = -R_I \times 2 \text{ m} + V_A \times 1 \text{ m} - R_{II} \times 0,5 \text{ m} = -18 \text{ KNm}$$

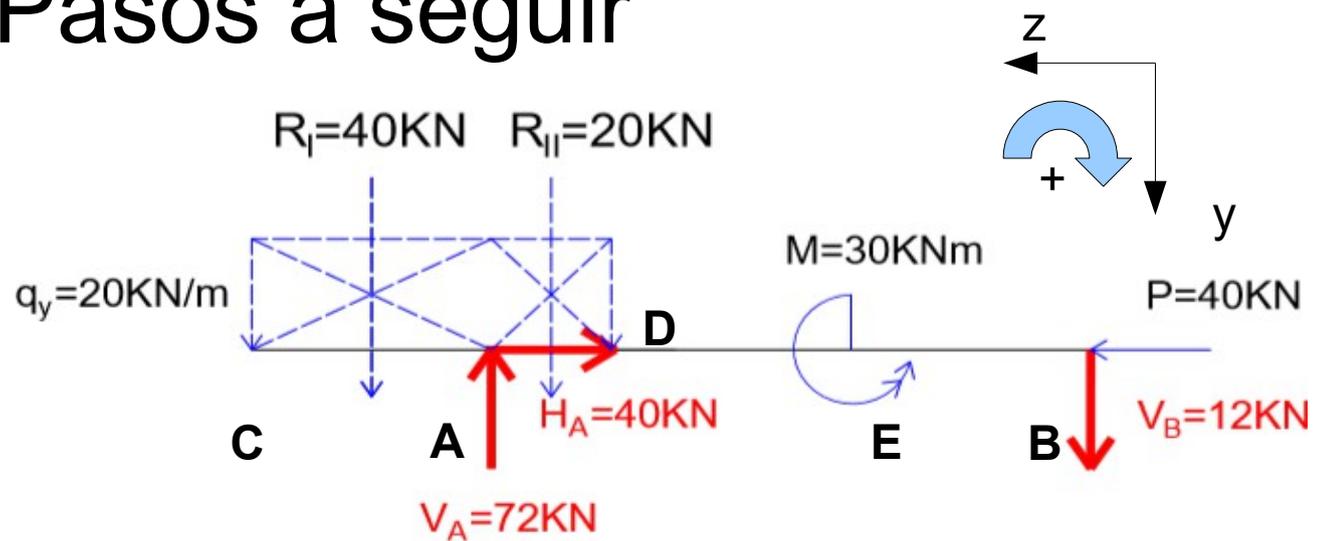
$$E' = -R_I \times 4 \text{ m} + V_A \times 3 \text{ m} - R_{II} \times 2,5 \text{ m} = 6 \text{ KNm}$$

$$E'' = E' - 30 \text{ KNm} = -24 \text{ KNm}$$

$$B' (\text{entrando x derecha}) = - [0]$$



Pasos a seguir



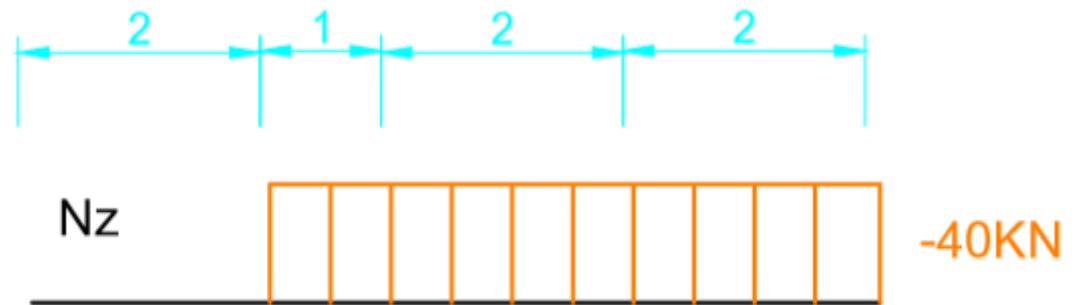
d) Cálculo de Esfuerzos Nz en puntos singulares:

$$C' = 0 = A'$$

$$A'' = -H_A = -40 \text{ kN} = D = E = B'$$

g) Se asigna una escala apropiada de longitudes para graficar la barra y otra apropiada de KN/cm para el gráfico Nz.

Nota: En este caso no hay carga distribuida sobre asociada al eje z. Si la hubiera, habría que tener en cuenta la relación diferencial $qz = -dNz/dz$

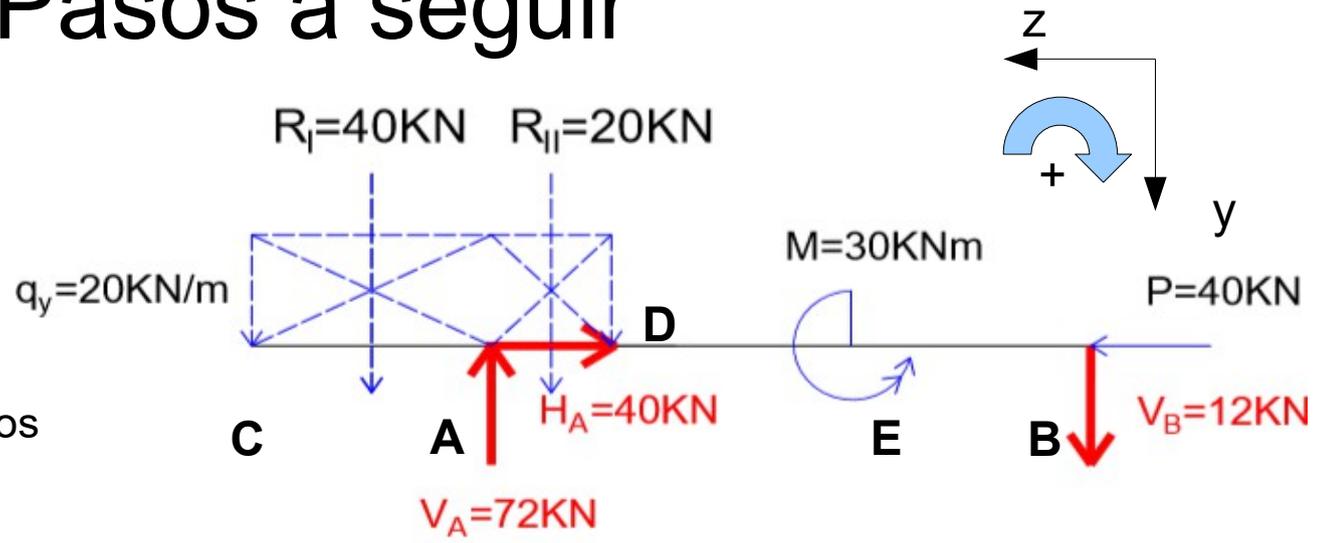


Esc Long:
[m/cm]

Esc Nz:
[kN/cm]

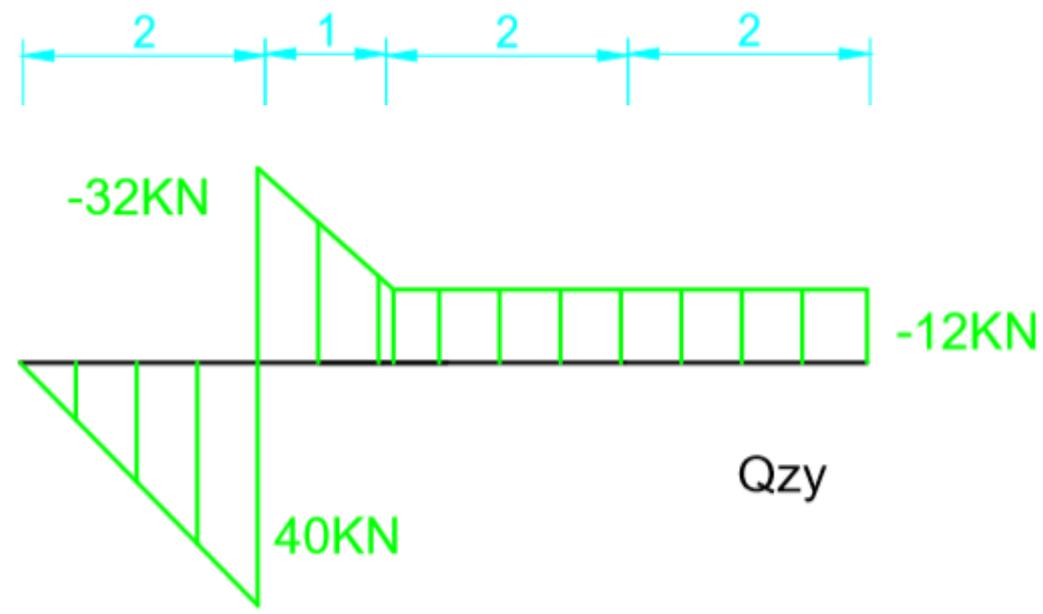
Nótese que, además de poner el signo y módulo de la característica en cuenstión ($Nz = -40 \text{ kN}$ en este caso), se dibuja para el lado correspondiente al signo de acuerdo a la terna usada: - para arriba y + para abajo

Pasos a seguir



d) Cálculo de Esfuerzos Qzy en puntos singulares:

$C' = 0 ; A' = R_I = 40 \text{ kN}$
 $A'' = R_I - V_A = -32 \text{ kN} ;$
 $D' = D'' = R_I - V_A + R_{II} = -12 \text{ kN} = E = B'$
 $B'(\text{entrando x derecha}) = - [V_B]$



g) Se dibuja la barra en la misma escala de longitudes usada antes y se asigna una escala apropiada para gráfico Qzy y se tiene en cuenta la relación diferencial $qy = - dQzy / dz$

Esc Long:
[m/cm]

Esc Qzy:
[kN/cm]

Pasos a seguir

e) Cálculo de Momentos flexores M_{fx} en puntos singulares:

$$C=0 ; A=-R_I \times 1m = -40 \text{ KNm}$$

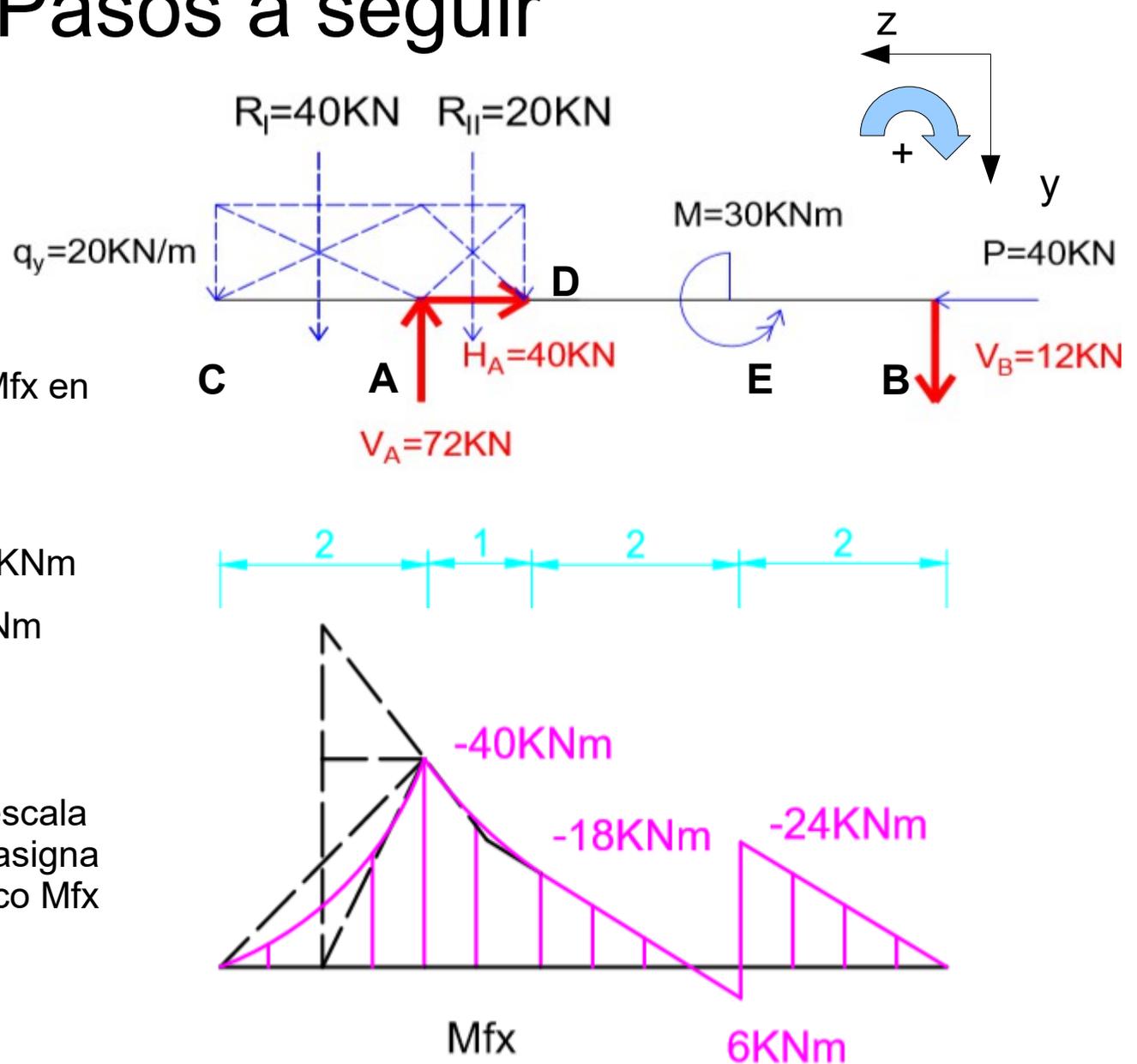
$$D=-R_I \times 2m + V_A \times 1m - R_{II} \times 0,5m = -18 \text{ KNm}$$

$$E' = R_I \times 4m + V_A \times 3m - R_{II} \times 2,5m = 6 \text{ KNm}$$

$$E'' = E' - 30 \text{ KNm} = -24 \text{ KNm}$$

$$B'(\text{entrando x derecha}) = - [0]$$

g) Se dibuja la barra en la misma escala de longitudes usada antes y se asigna una escala apropiada para gráfico M_{fx} y se tiene en cuenta la relación diferencial $Q_{zy} = dM_{fx}/dz$

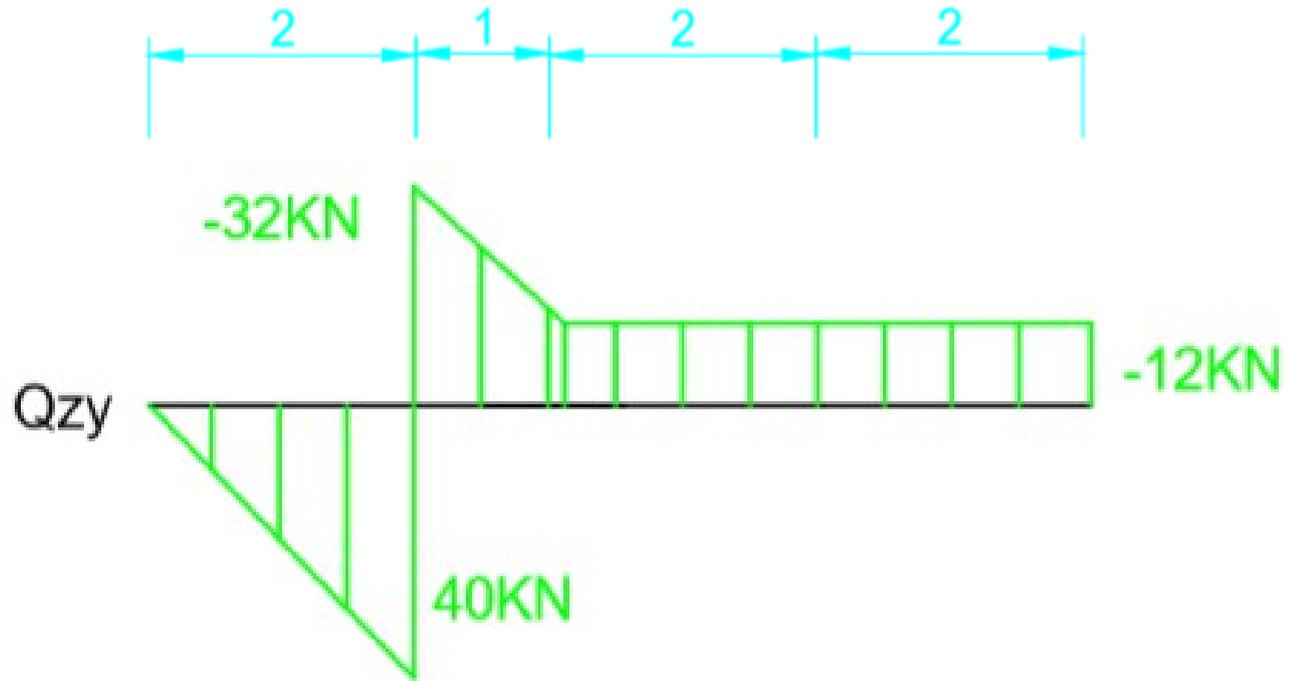


Esc Long:
[m/cm]

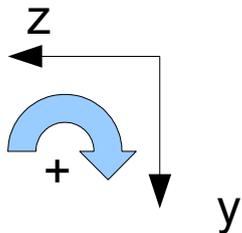
Esc M_{fx}
[KNm/cm]

Relación entre Diagramas Qzy y Mfx

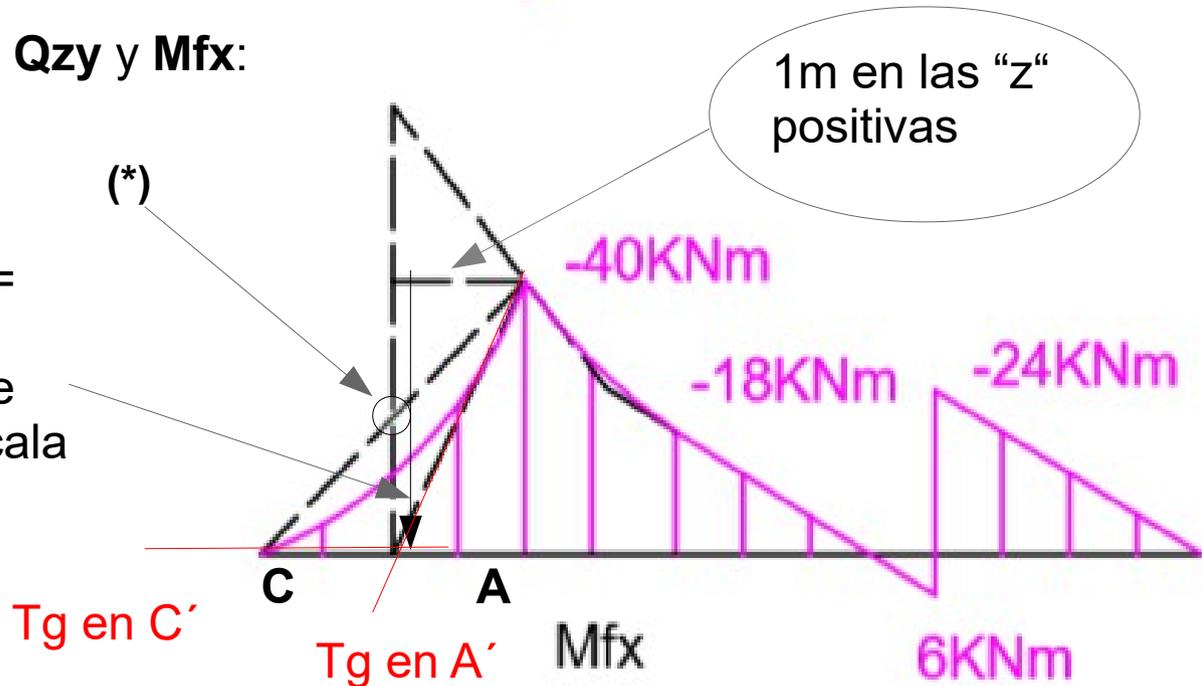
h) Se trazan los DIAGRAMAS trazando primeramente las pendientes extremas en los valores de los puntos singulares, tomando en cuenta las relaciones diferenciales: $py = -dQzy / dz$ $Qzy = dMfx/dz$; y considerando que para curvas de 2º grado las tangentes extremas a un arco de la misma se cortan sobre la vertical del punto medio de la cuerda correspondiente (*), y definen, sobre dicha vertical un segmento cuya longitud, medida desde la cuerda, es igual al doble de la flecha de la parábola.



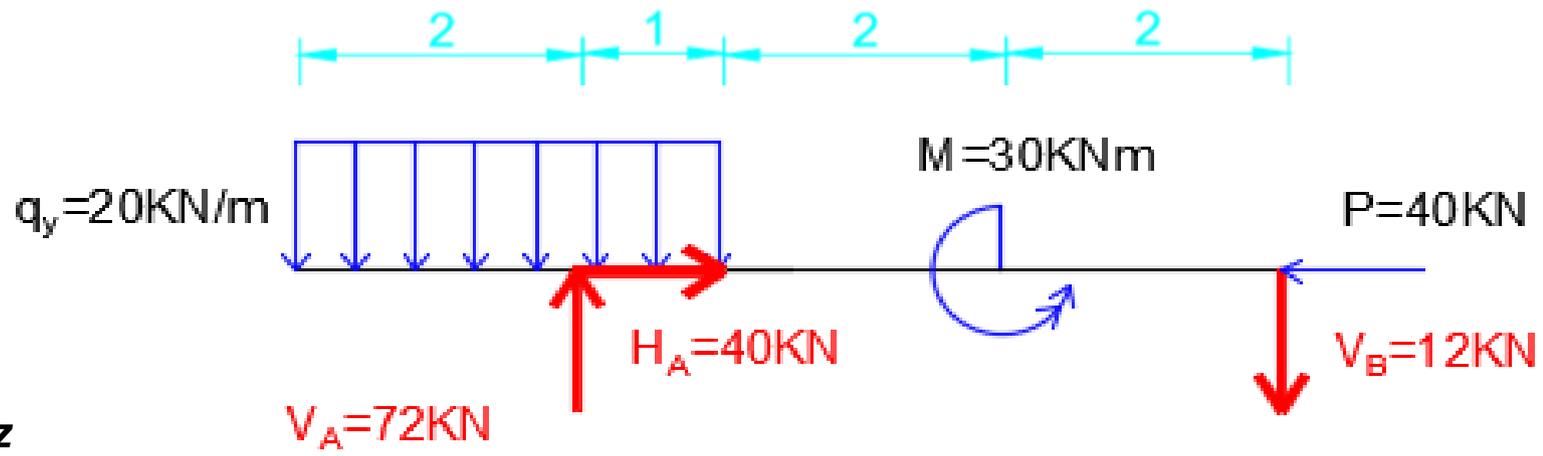
En este caso la relación entre Qzy y Mfx :
Como $Qzy = \Delta Mfx / \Delta z$



Qy en A' x 1m =
[40kN x 1m] =
40 kNm, que se
dibuja en la escala
del gráfico para
abajo (positivo)

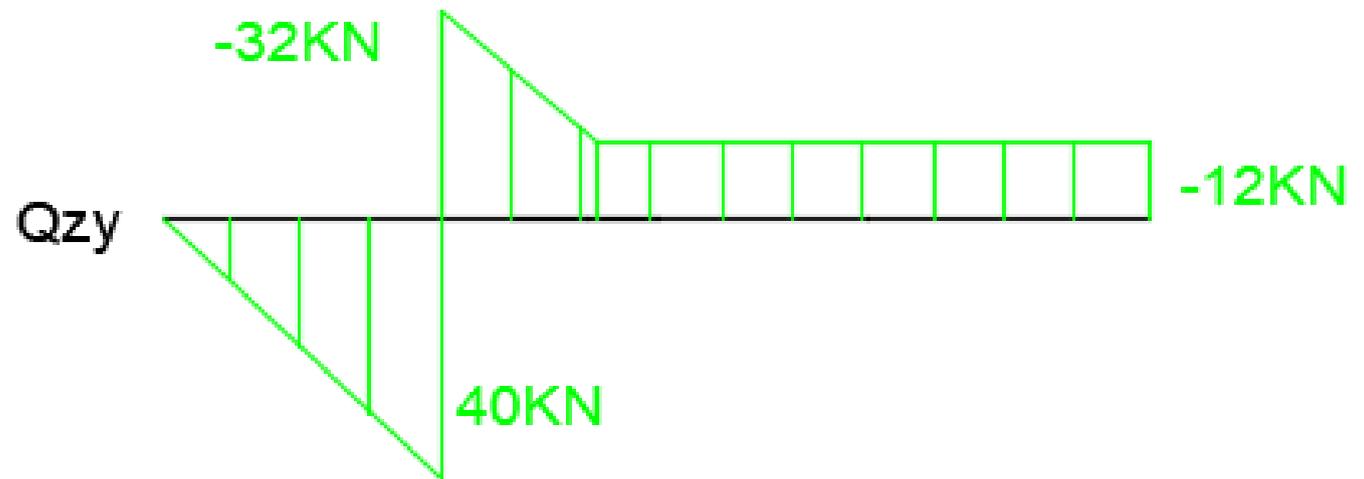
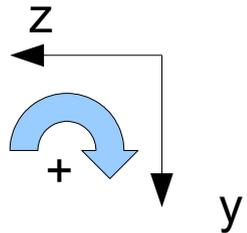


Relación entre q_y y DEC Q_{zy} y M_{fx}

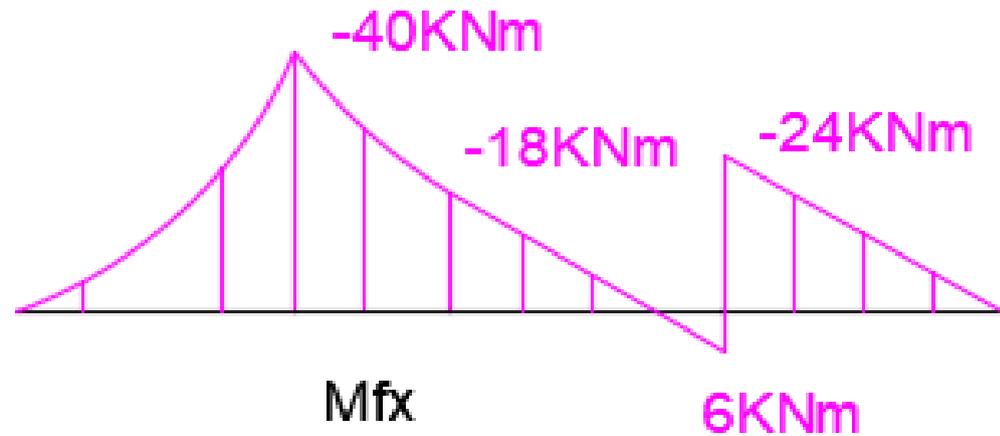


Relaciones diferenciales:

$$p_y = -dQ_{zy}/dz$$



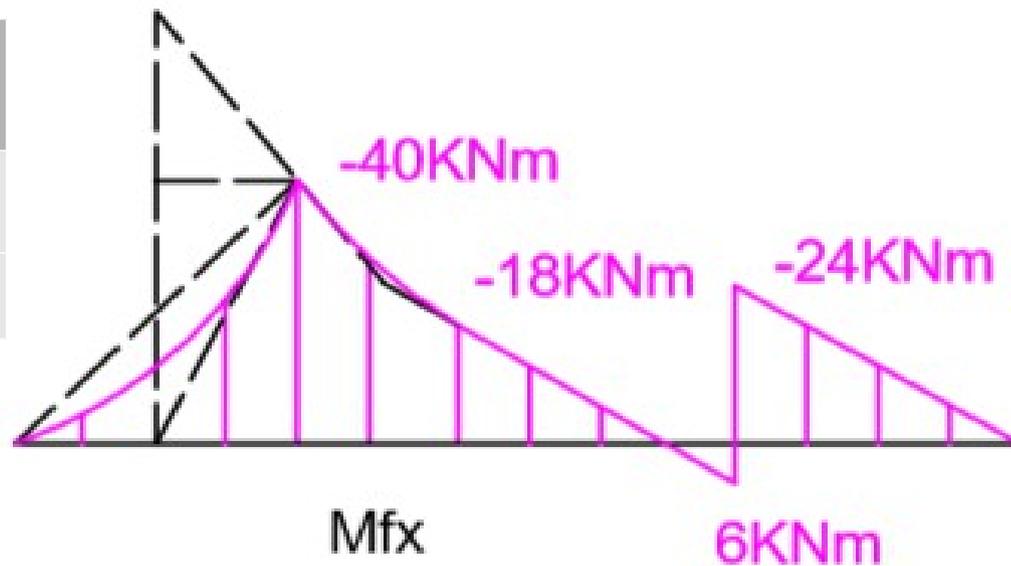
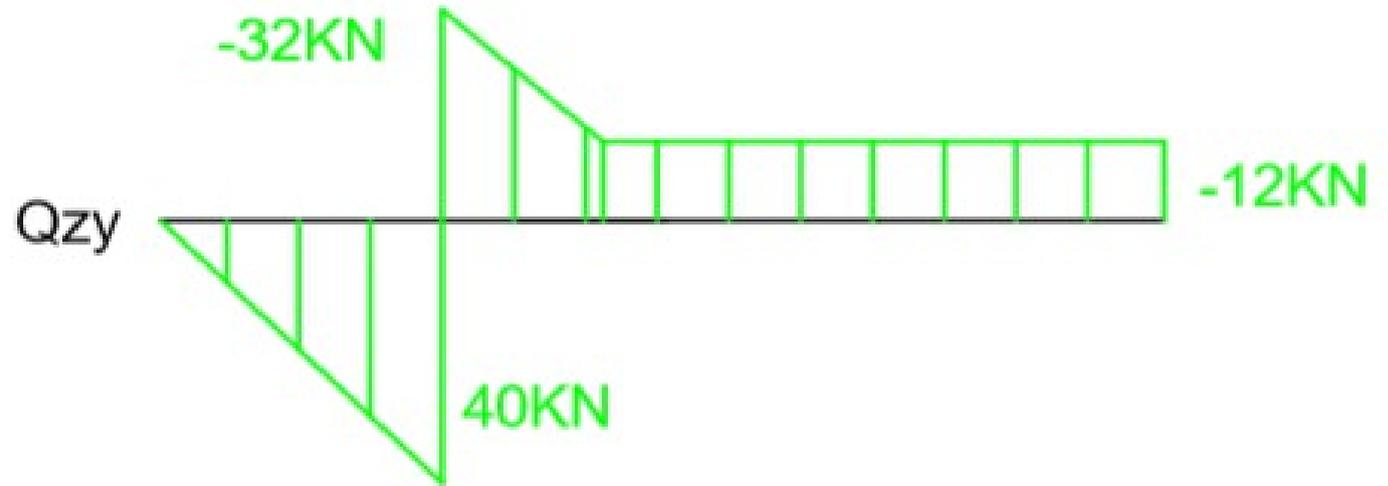
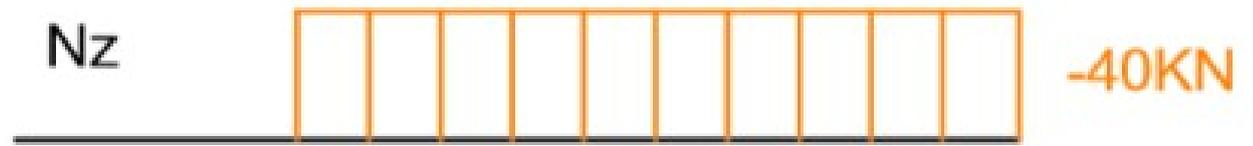
$$Q_{zy} = dM_{fx}/dz$$



Diagramas de Esfuerzos Característicos

Valorizados y con sus signos

De ellos se ve claramente que las secciones más comprometidas son:



SECCIÓN	N_z [KN]	Q_{zy} [KN]	M_{fx} [KNm]
A'	0	40	-40
A'''	-40	-32	-40