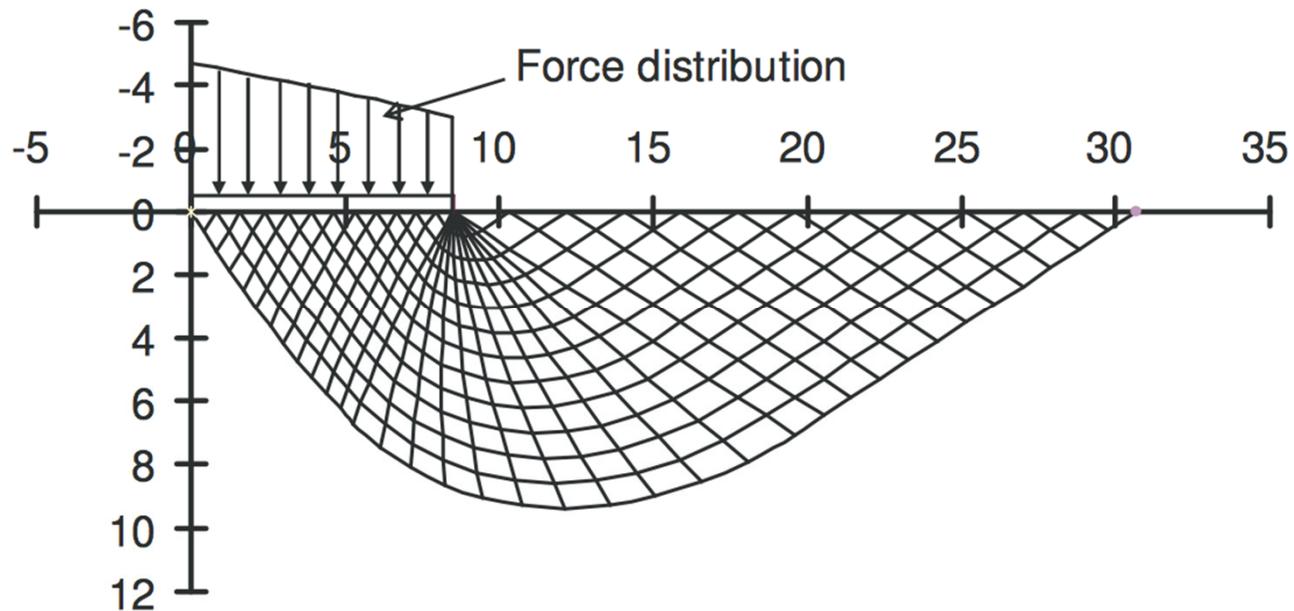


Teoremas de estado límite



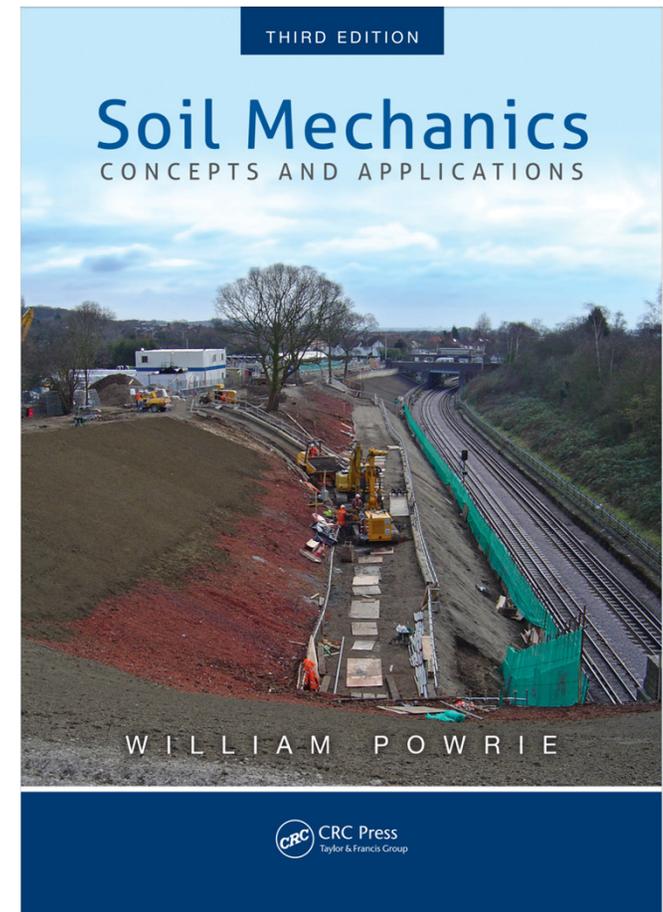
Mecánica de Suelos y Geología

Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires

Índice



- Teoremas inf-sup
- Aplicación a capacidad de carga de fundaciones
- Aplicación a empuje de suelos
- Saltos en desplazamientos y líneas características



Teorema de límites inferior y superior



Teorema de límite inferior (teorema estático)

- Campo tensional **en equilibrio** con acciones exteriores
- Respeta ecuación constitutiva

Reacciones menores o iguales a la de falla

Teorema de límite superior (teorema cinemático)

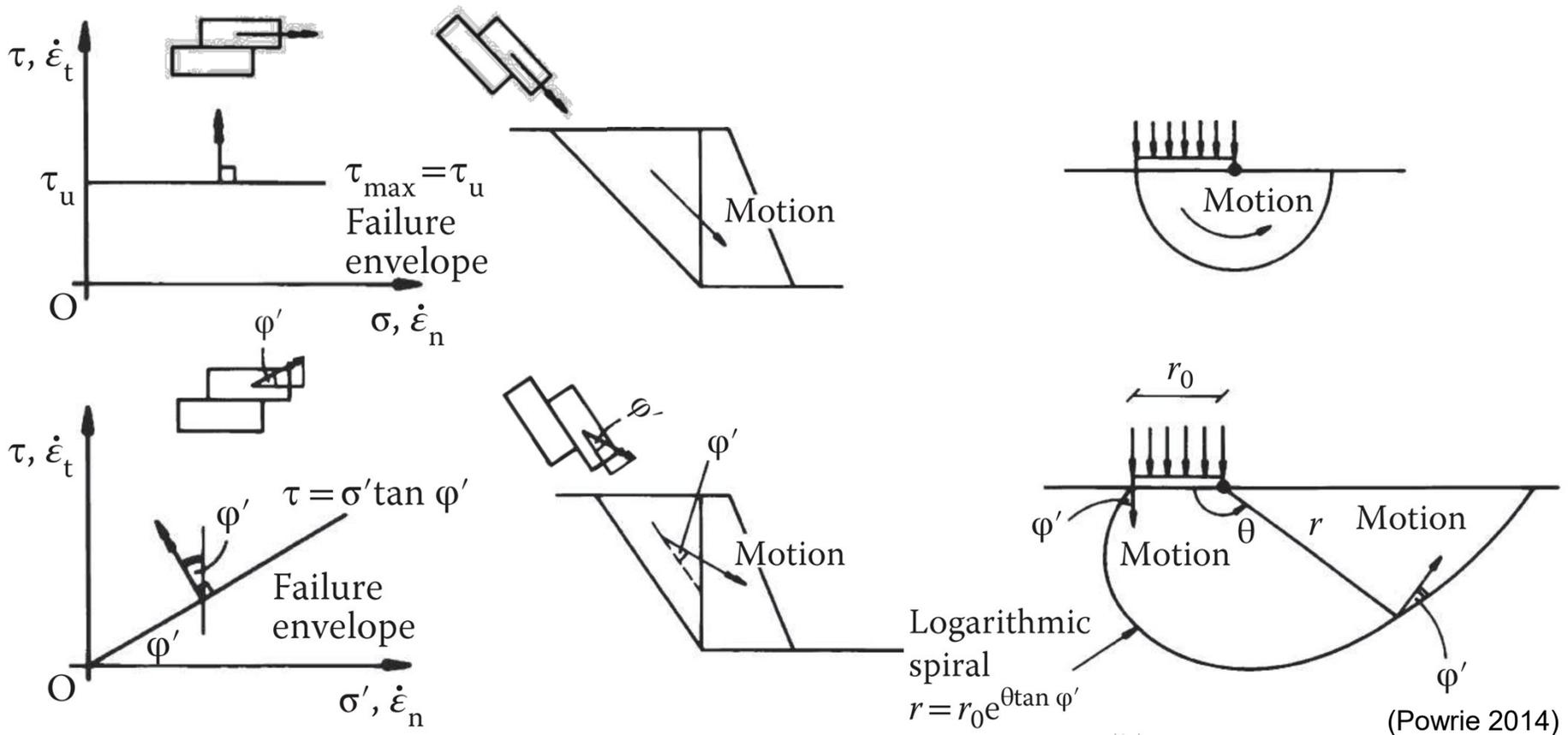
- Mecanismo con **trabajo igual a energía disipada**
- Respeta ecuación constitutiva

Reacciones mayores o iguales a las de falla

Teorema superior y plasticidad asociativa



Hipótesis teorema superior: **mecanismo asociativo**

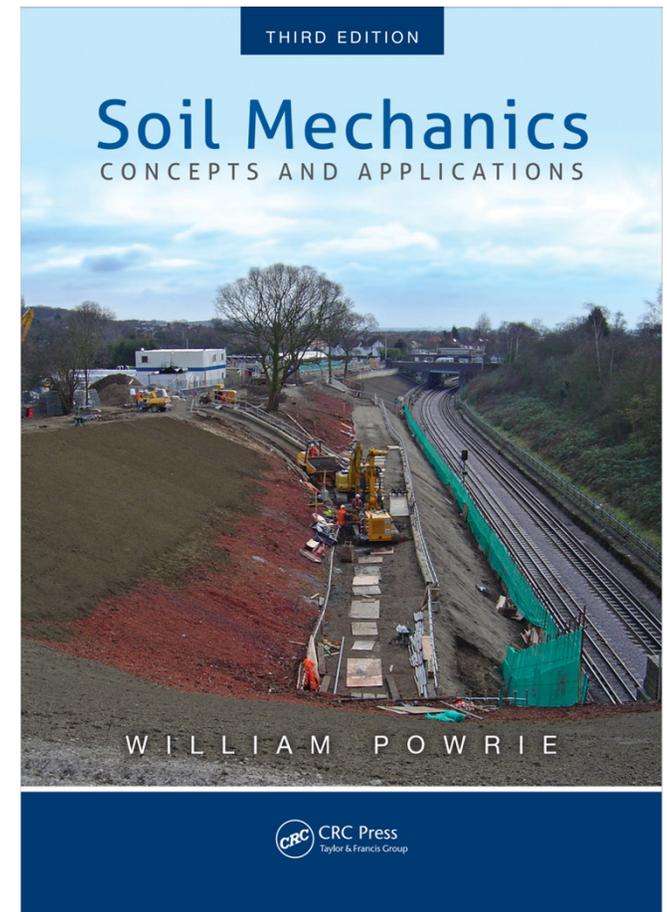


(Powrie 2014)

Índice



- Teoremas inf-sup
- Aplicación a capacidad de carga de fundaciones
- Aplicación a empuje de suelos
- Saltos en desplazamientos y líneas características

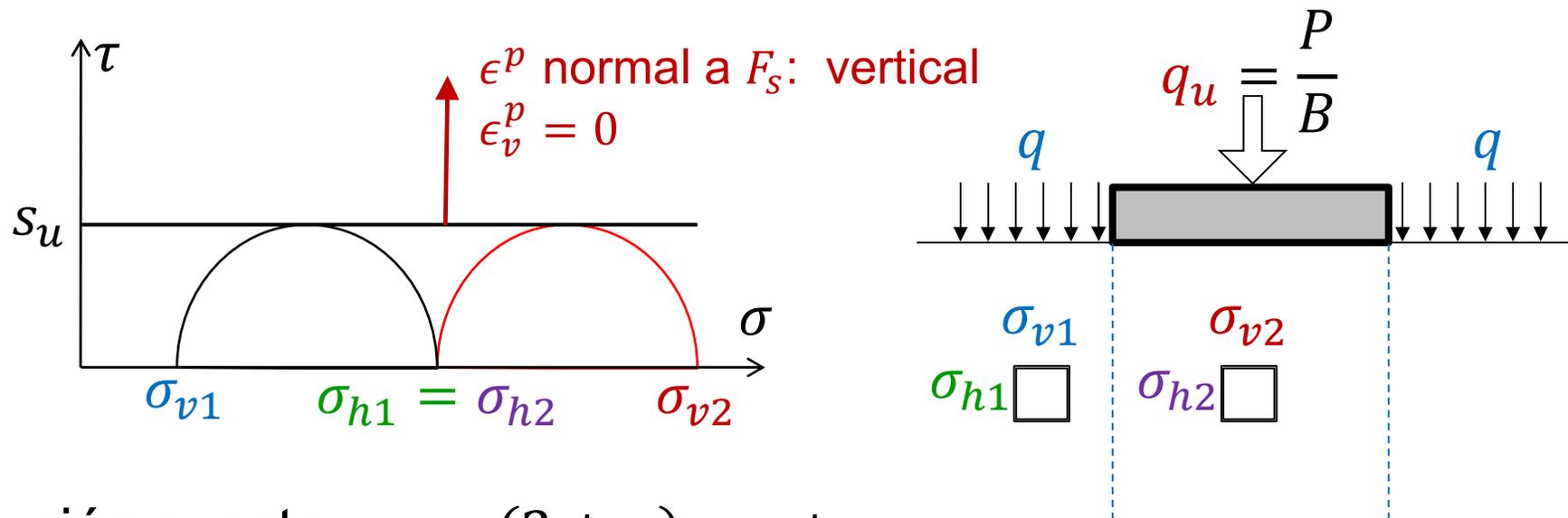




Teorema inferior: capacidad de carga no drenada

Campo tensional equilibrado: Líneas punteadas $\tau = 0$

- 1: $\sigma_{v1} = q$; $\sigma_{h1} = \sigma_{v1} + 2 \cdot s_u$
- 2: $\sigma_{h2} = \sigma_{h1}$; $\sigma_{v2} = \sigma_{h2} + 2 \cdot s_u = q_u = 4 \cdot s_u + q$



Solución exacta: $q_u = (2 + \pi) \cdot s_u + q$

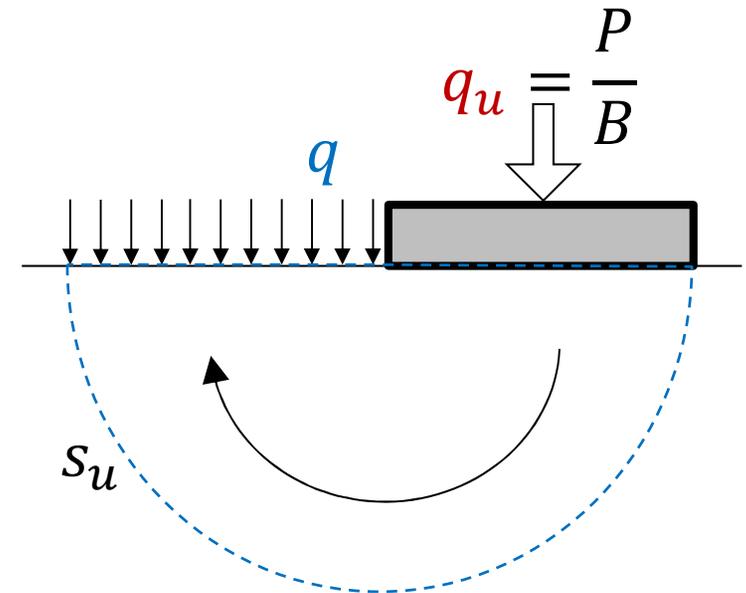


Teorema superior: capacidad de carga no drenada

Mecanismo cinemático: falla circular, giro infinitesimal θ

- 1: $W_{in} = P \cdot \frac{B}{2} \cdot \theta$
- 2: $W_{out} = (\pi \cdot B) \cdot (B \cdot \theta) \cdot s_u + q \cdot B \cdot \frac{B}{2} \cdot \theta$
- 3: $W_{in} = W_{out} \rightarrow \frac{P}{B} = q_u = 2\pi \cdot s_u + q$

Superior: $q_u = 2\pi \cdot s_u + q$
Exacta: $q_u = (2 + \pi) \cdot s_u + q$
Inferior: $q_u = 4 \cdot s_u + q$

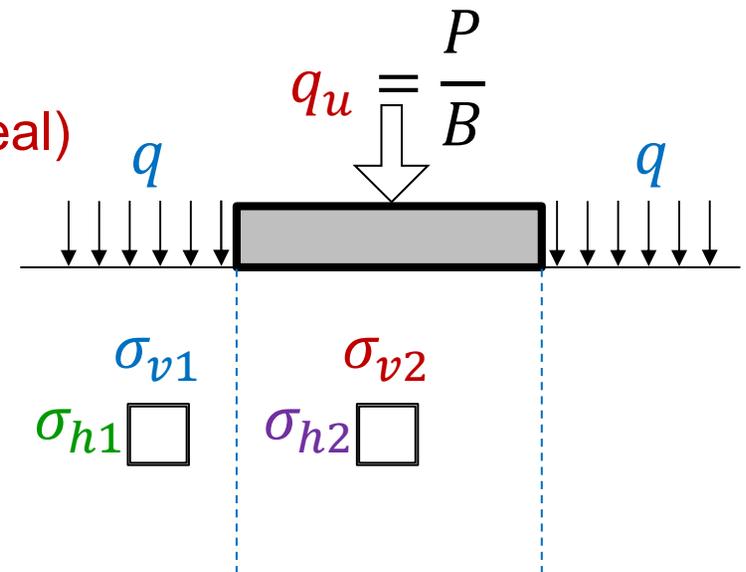
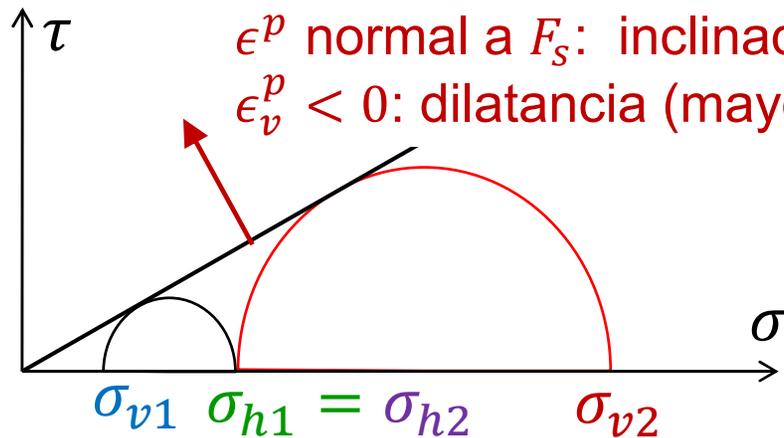




Teorema inferior: capacidad de carga drenada

Campo tensional equilibrado: Líneas punteadas $\tau = 0$

- 1: $\sigma_{v1} = q$; $\sigma_{h1} = \sigma_{v1} \cdot N_\phi$
- 2: $\sigma_{h2} = \sigma_{h1}$; $\sigma_{v2} = \sigma_{h2} \cdot N_\phi = q_u = q \cdot N_\phi^2$



Solución exacta: $q_u = q \cdot e^{\pi \tan(\phi)} \cdot N_\phi$

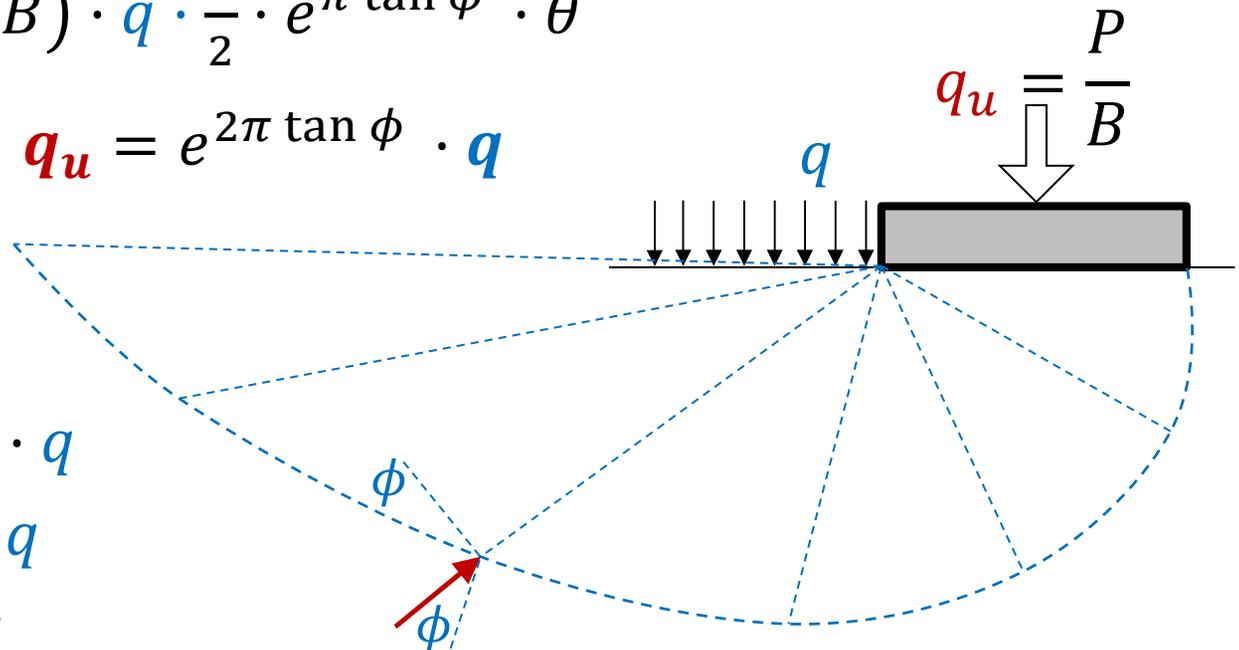


Teorema superior: capacidad de carga drenada

Mecanismo cinemático: giro infinitesimal θ con $\phi = \psi$

$$\tan[\phi] = \frac{dr}{r d\theta} \rightarrow r = r_0 \cdot e^{\theta \tan \phi} \text{ (espiral logarítmica)}$$

- 1: $W_{in} = P \cdot \frac{B}{2} \cdot \theta$
- 2: $W_{out} = (e^{\pi \tan \phi} \cdot B) \cdot q \cdot \frac{B}{2} \cdot e^{\pi \tan \phi} \cdot \theta$
- 3: $W_{in} = W_{out} \rightarrow \frac{P}{B} = q_u = e^{2\pi \tan \phi} \cdot q$



Ejemplo: $\phi = 30^\circ$

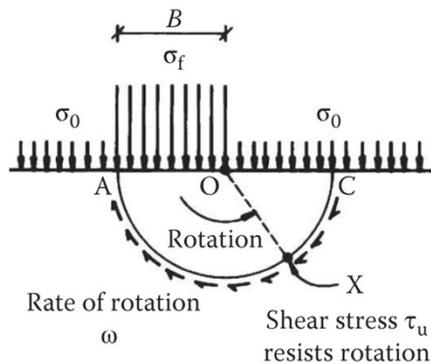
- Superior: $q_u = 110 \cdot q$
- Exacta: $q_u = 18 \cdot q$
- Inferior: $q_u = 9 \cdot q$



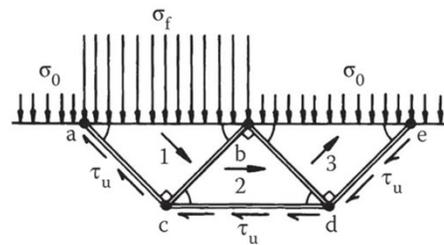
Solución exacta: cuando el teorema estático y el cinemático coinciden

La capacidad de carga de fundaciones superficiales en condición no drenada tiene la forma $q_u = N_c \cdot s_u + q$

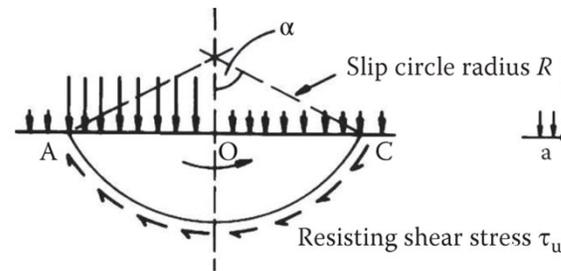
- Teorema estático: $4.00 < N_c < 5.14$
- Teorema cinemático: $5.14 < N_c < 6.28$



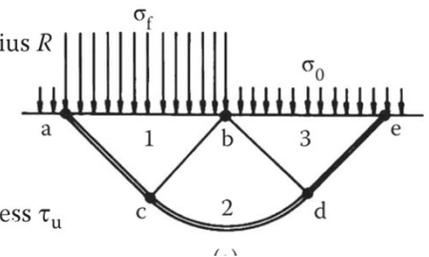
$$N_c = 2\pi = 6.28$$



$$N_c = 6.00$$



$$N_c = 5.52$$



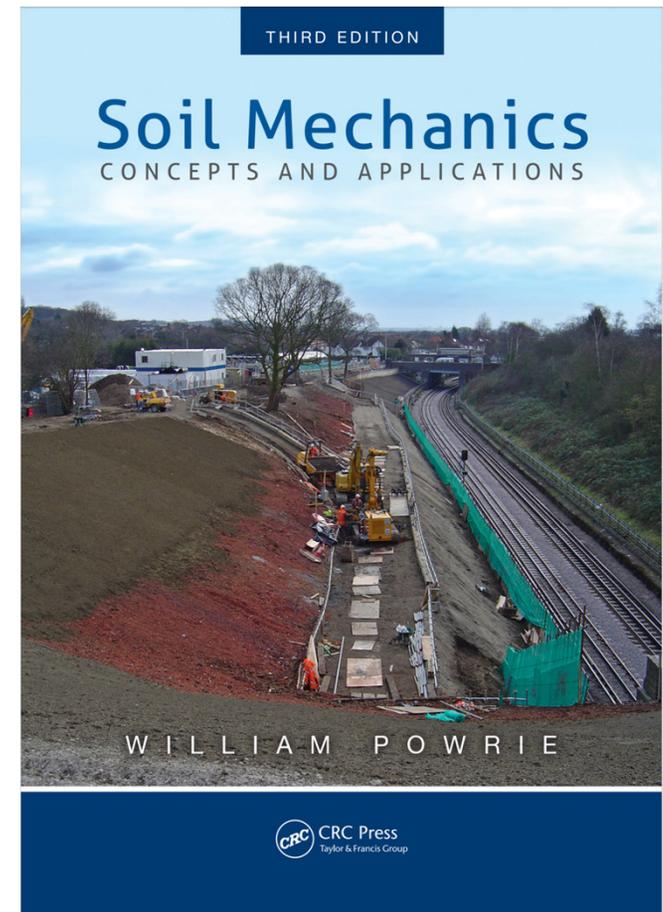
$$N_c = 2 + \pi = 5.14$$

(Powrie 2014)

Índice



- Teoremas inf-sup
- Aplicación a capacidad de carga de fundaciones
- Aplicación a empuje de suelos
- Saltos en desplazamientos y líneas características



Método de Rankine (teorema estático)

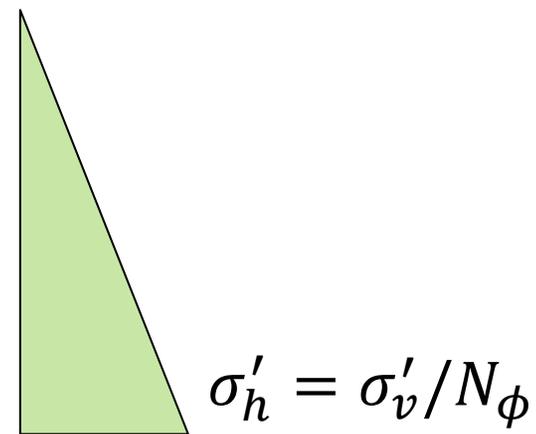
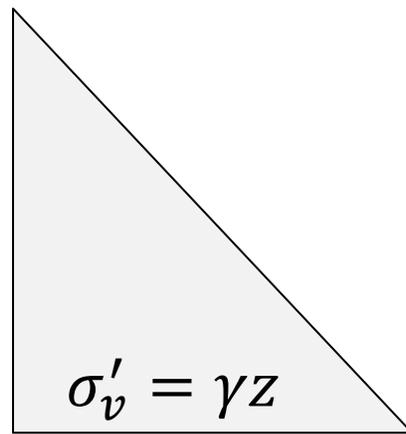
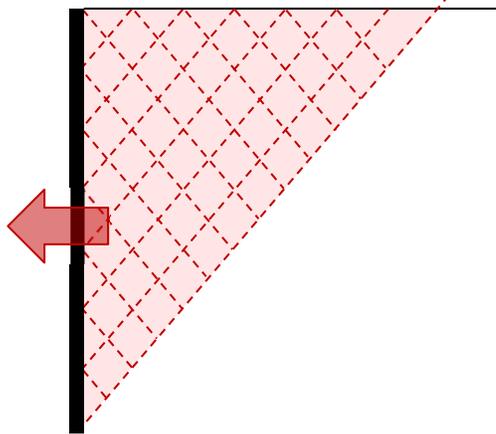


Se efectúan hipótesis que permiten determinar las tensiones

- Superficie horizontal
- Pared vertical sin fricción con el terreno

Con estas hipótesis, se integra la tensión horizontal

- $\sigma'_1 = \sigma'_3 N_\phi \rightarrow \sigma'_v = \sigma'_h N_\phi$
- $\sigma'_h[z] = \sigma'_v / N_\phi \rightarrow E_A = \int_0^h \sigma'_h[z] dz = \frac{1}{2} \gamma H^2 / N_\phi$

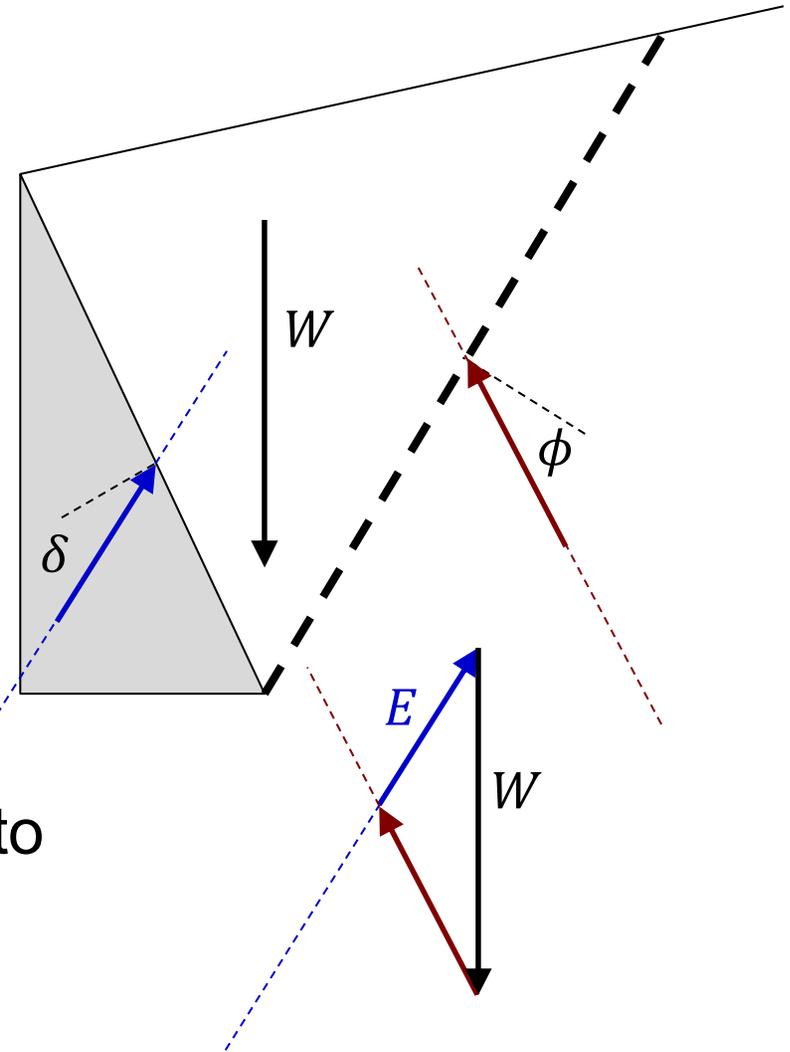


Método de Coulomb (teorema cinemático)



Sólo se calculan fuerzas en un plano de potencial deslizamiento

- Se plantea un plano
- Se forma el polígono de fuerzas
 - Peso propio
 - Dirección de la fricción (ϕ)
 - Dirección del empuje (δ)
- Se determina el empuje E para ese plano de potencial deslizamiento
- Se cambia el plano y se busca el empuje máximo





Altura crítica y máxima de excavación sin sostenimiento

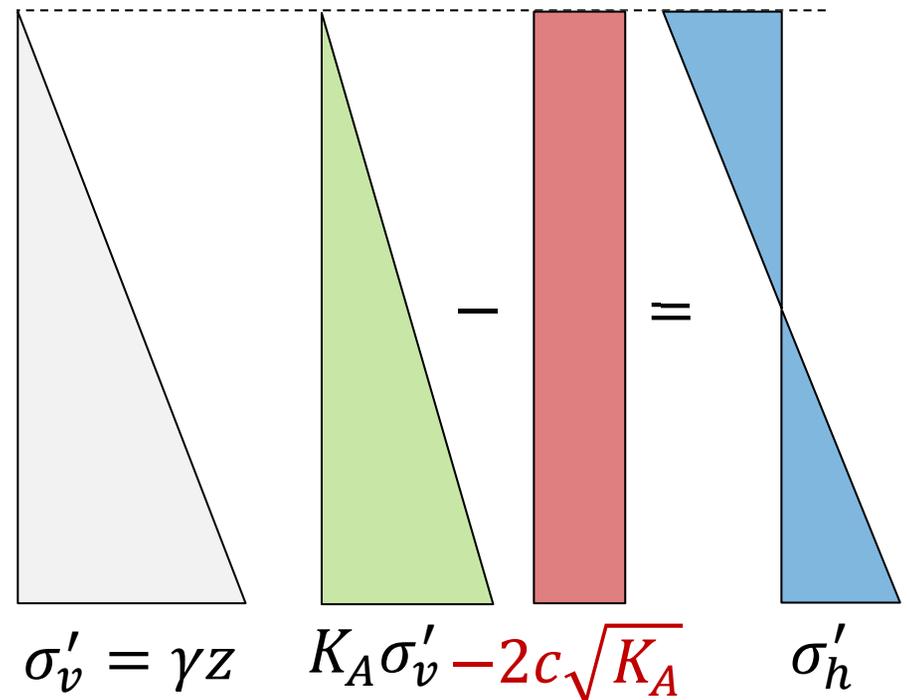
La altura crítica de una excavación sin sostenimiento (y sin cargas en superficie) queda determinada por $E = 0$

$$E_A = \frac{1}{2} \gamma H^2 / N_\phi - 2cH / \sqrt{N_\phi} = 0 \rightarrow H_c = \frac{4c}{\gamma} \tan \left(45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)$$

Si el terreno está fisurado se define altura “máxima”

$$H_{max} = \frac{8c}{3\gamma} \tan \left(45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)$$

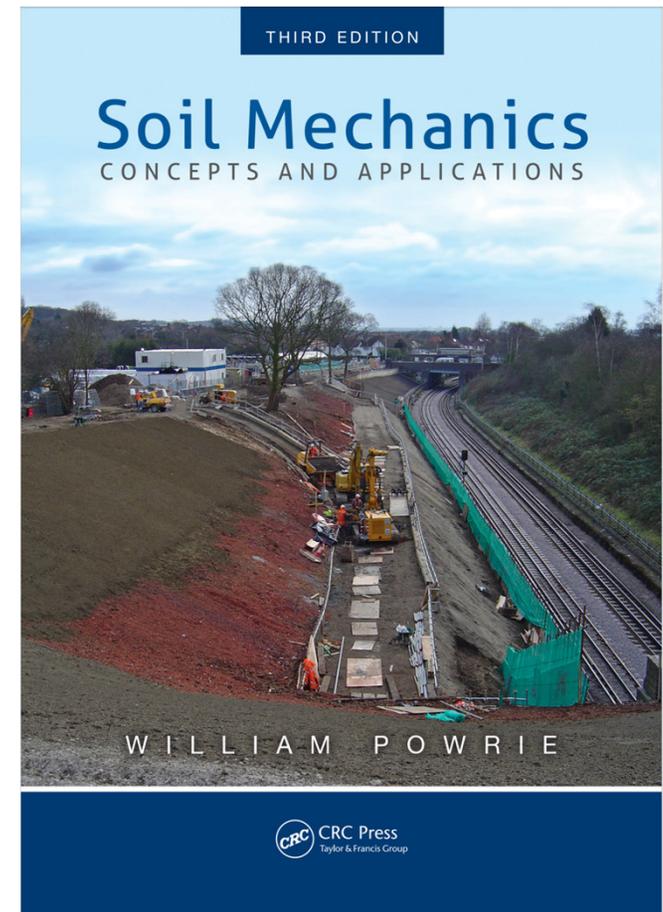
- ¿Hasta qué profundidad debe ser la fisura para que esta ecuación se cumpla?



Índice



- Teoremas inf-sup
- Aplicación a capacidad de carga de fundaciones
- Aplicación a empuje de suelos
- Saltos en desplazamientos y líneas características

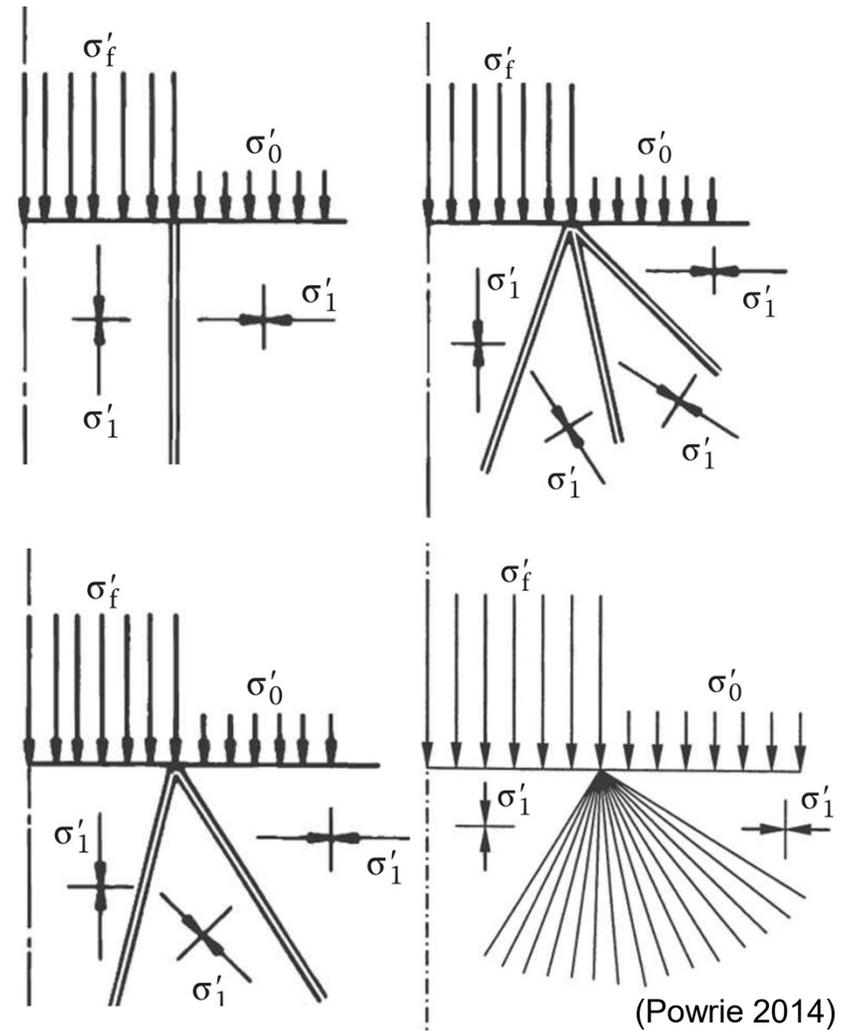
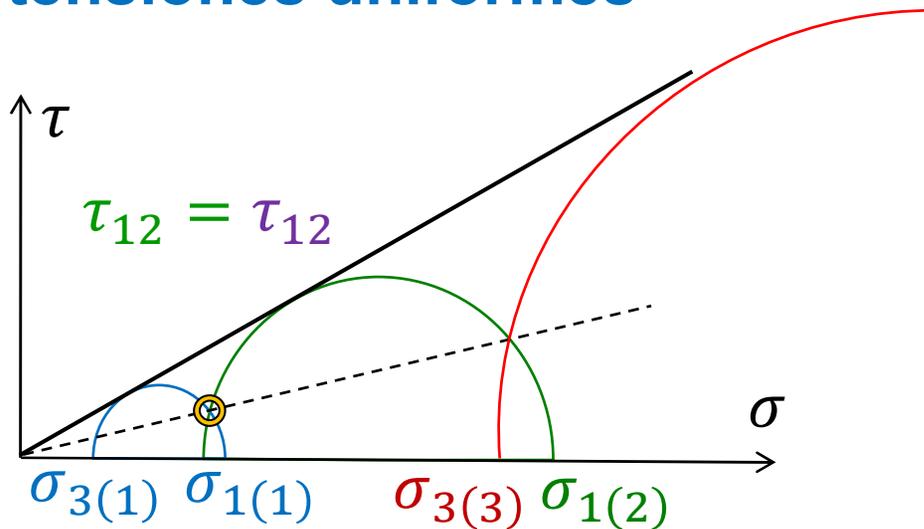


Saltos en el campo de desplazamientos



Líneas de discontinuidad cinemática

- Continuidad de tensiones
- Desplazamiento relativo
- **Separa zonas con tensiones uniformes**

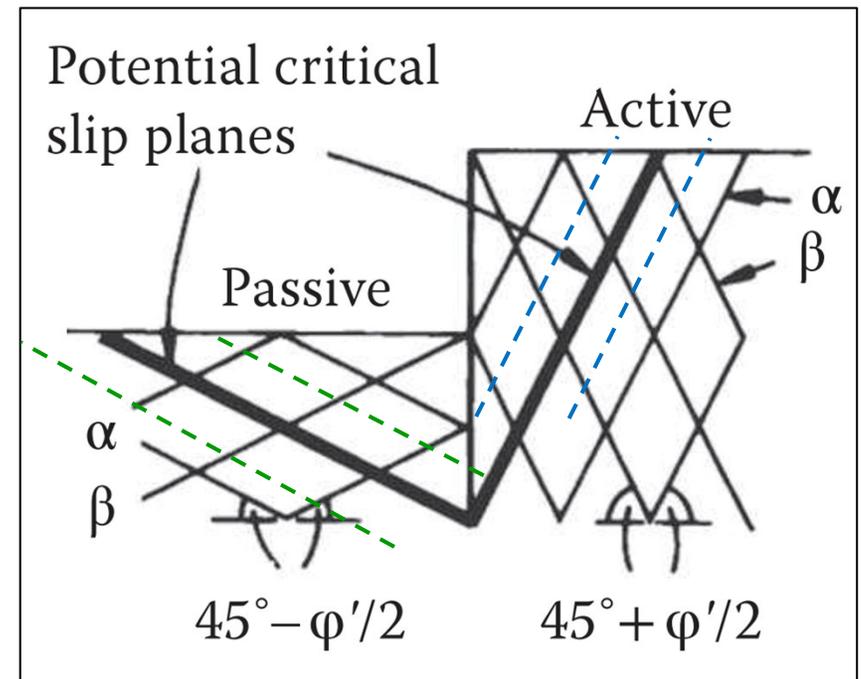
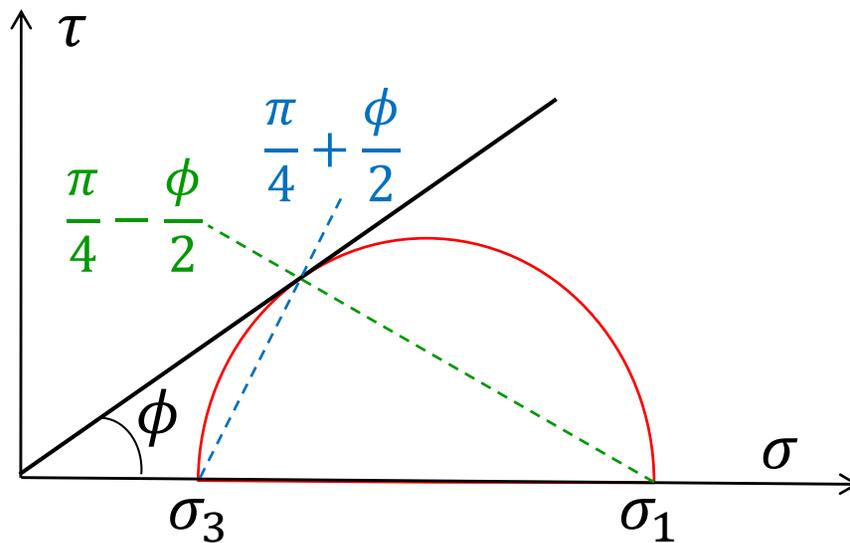


Líneas características



A lo largo de estas líneas el material está en fluencia

- **Patrón continuo en toda la zona plastificada**
- Más restrictiva que saltos de desplazamiento



(Powrie 2014)

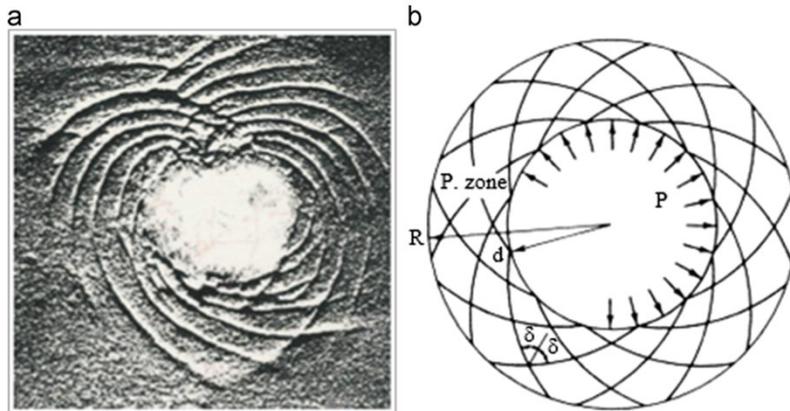


Líneas características vs saltos de desplazamientos

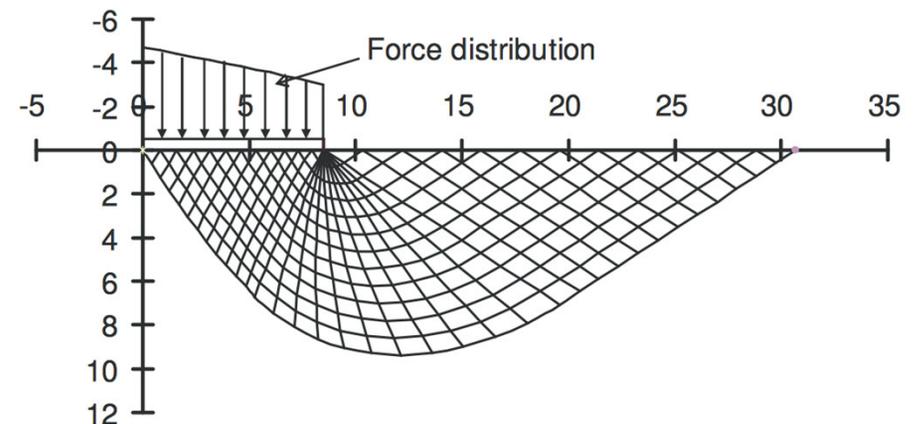
Líneas características: solución rigurosa de ecuaciones diferenciales de plasticidad

Saltos de desplazamiento: técnica analítica para cálculo de soluciones por teorema estático

Solución exacta: líneas características = infinitos “saltos” de desplazamiento

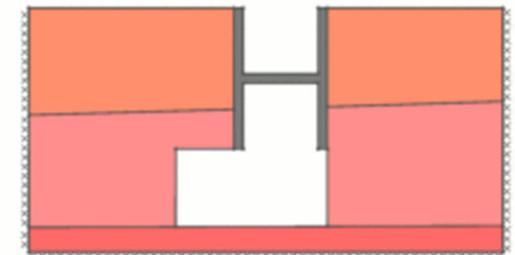
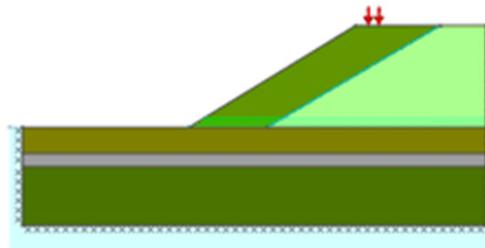
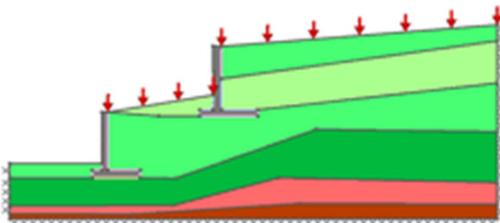
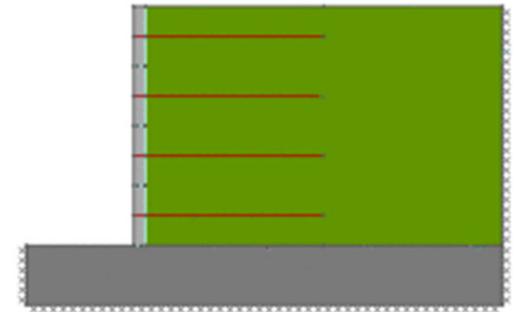
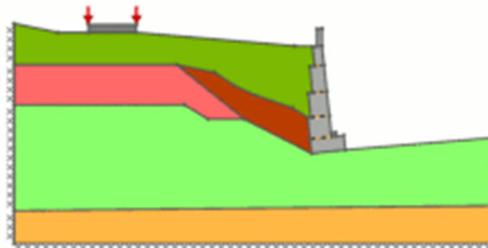
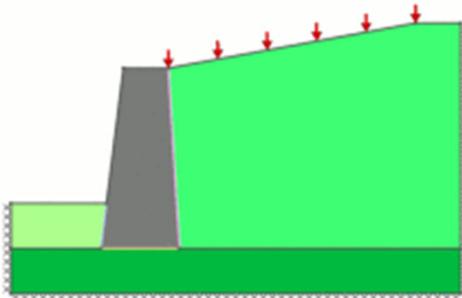
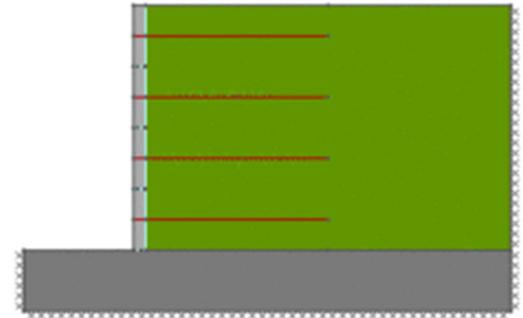
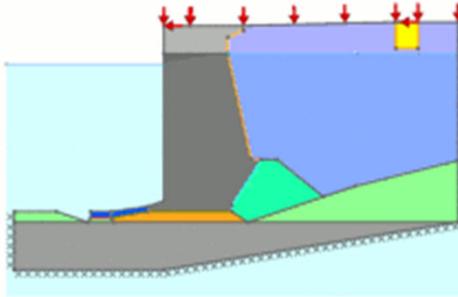
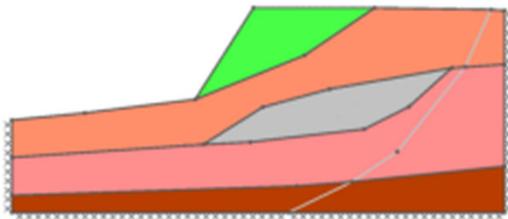


(Miller et al 2014)



(Wang 2008)

Soluciones numéricas mediante método de líneas características



Bibliografía



Básica

- Powrie, W. Soil Mechanics. Concepts and Applications. 2ª Ed. Spon Press.
- Jimenez Salas et al. Geotecnia y Cimientos. Rueda

Complementaria

- Chen, W y Liu, X. Limit analysis in soil mechanics. Elsevier
- Potts y Zdracovic. Finite element analysis in geotechnical engineering. Theldord.
- Zienkiewicz et al. Computational geomechanics. Wiley.