

HOJA

1

TEMA

TP4

DIAGRAMAS  
2D

# DIAGRAMAS DE ESFUERZOS CARACTERISTICOS 2D – PARTE 3 TRABAJO PRÁCTICO Nº4

## CURSO 4 – CARNICER – PARENTE

F.I.U.B.A.

DTO. ESTABILIDAD  
84.02 /64.11  
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4  
PARENTE

### SEGUNDO CUAT. 2020 MODALIDAD ONLINE



[www.ingenieria.uba.ar](http://www.ingenieria.uba.ar)

# Ejercicio de barras rectas

TEMA

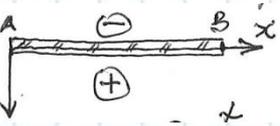
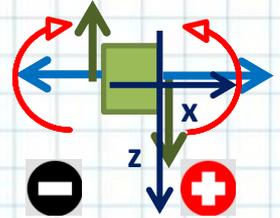
TP4

DIAGRAMAS  
2D

F.I.U.B.A.  
D.T.O. ESTABILIDAD  
84.02/64.11  
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

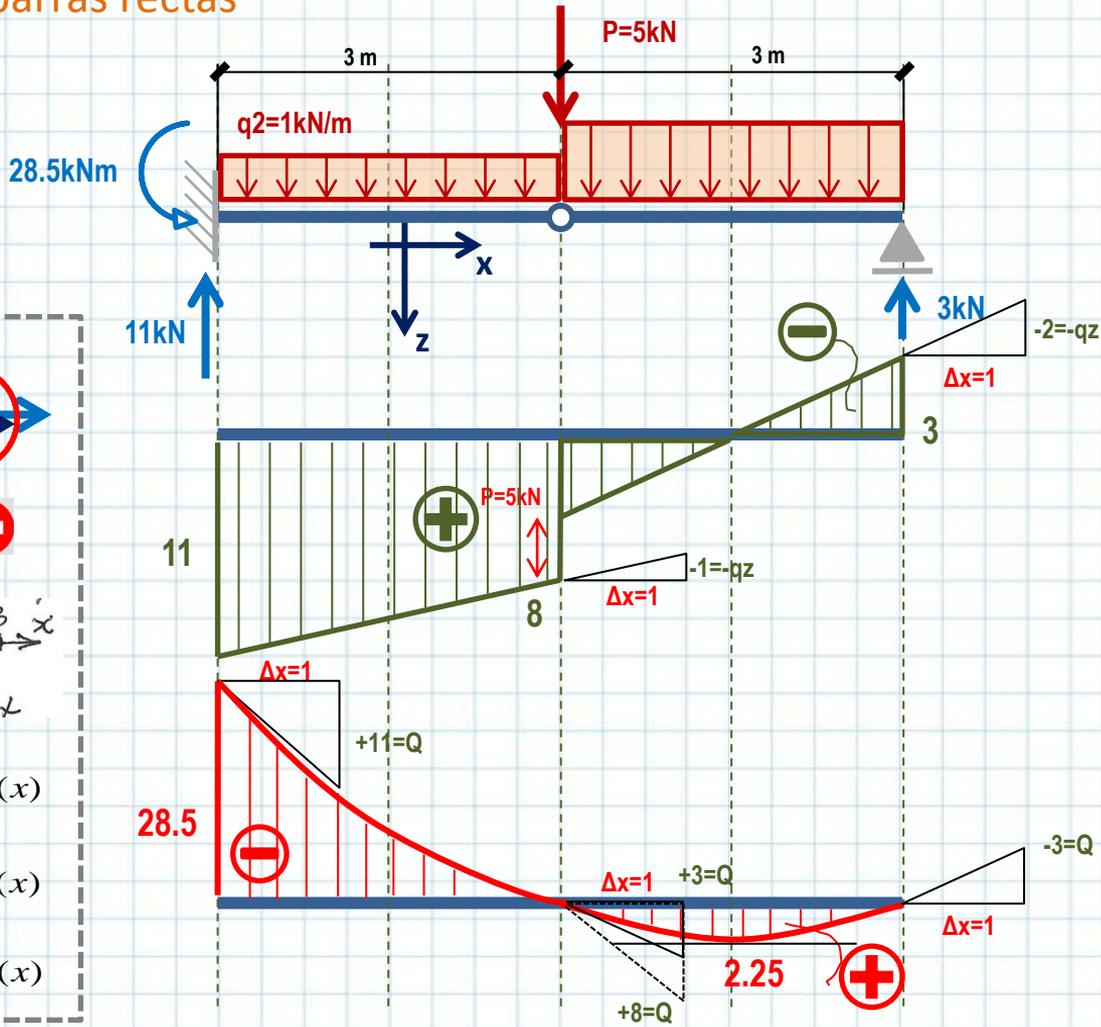
CURSO 4  
PARENTE



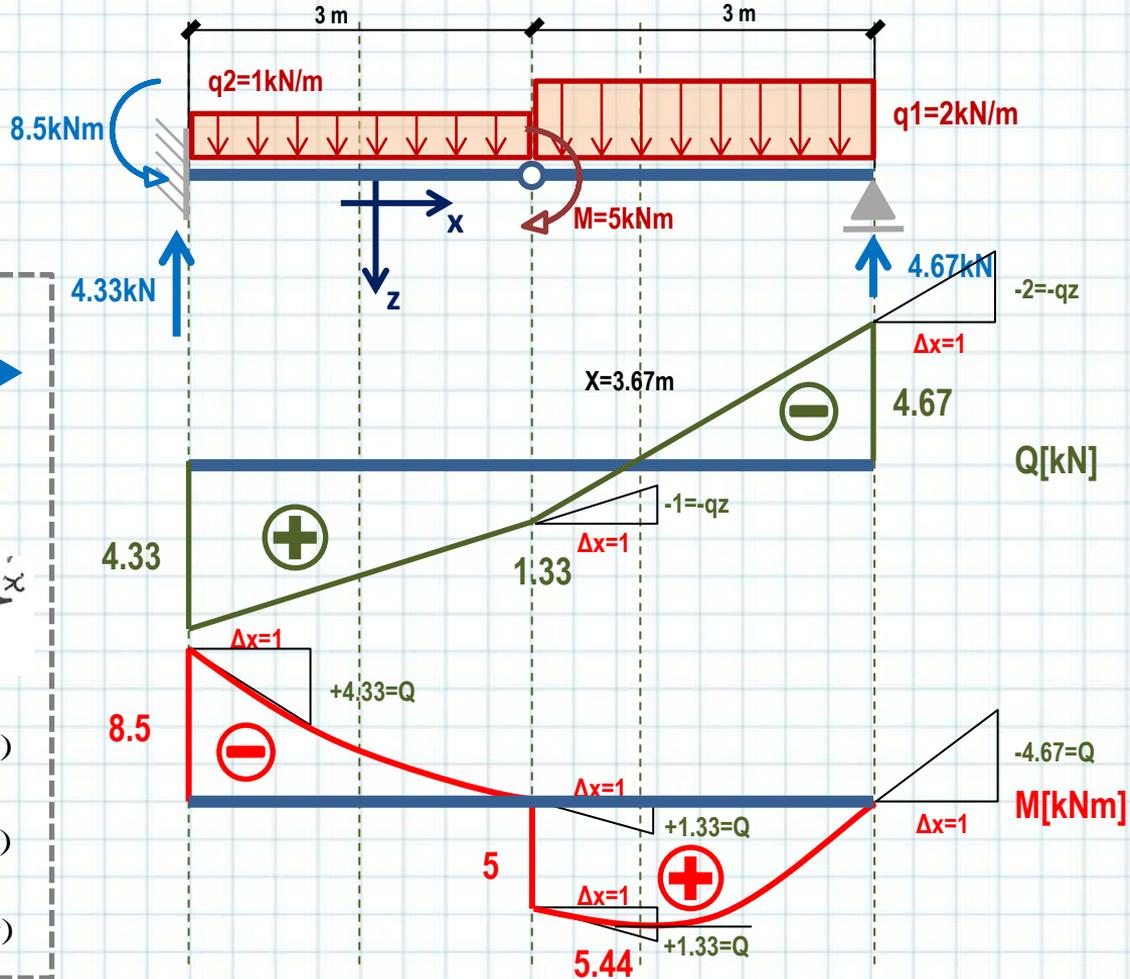
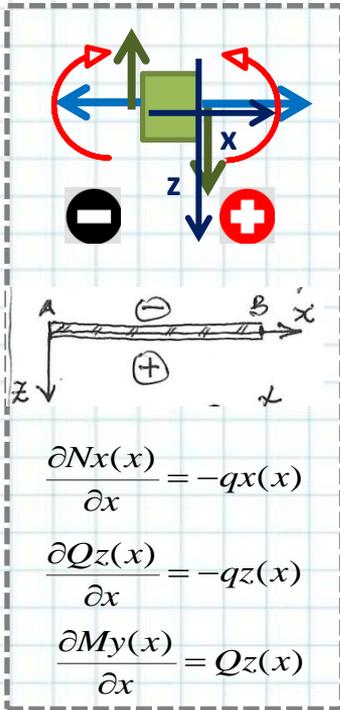
$$\frac{\partial N_x(x)}{\partial x} = -q_x(x)$$

$$\frac{\partial Q_z(x)}{\partial x} = -q_z(x)$$

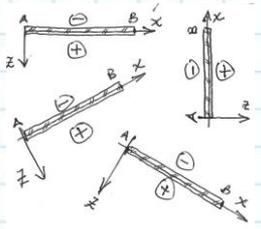
$$\frac{\partial M_y(x)}{\partial x} = Q_z(x)$$



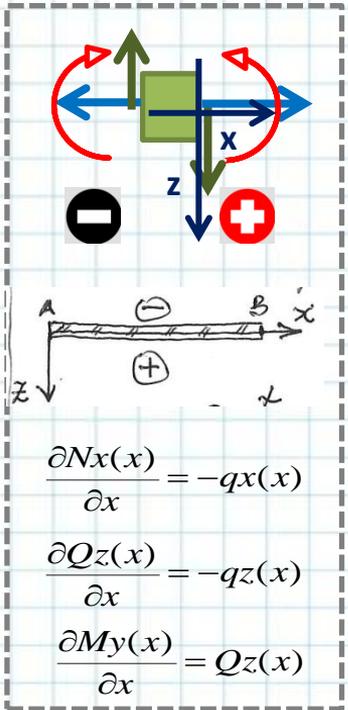
# Ejercicio de barras rectas



# Ejercicio de barras rectas



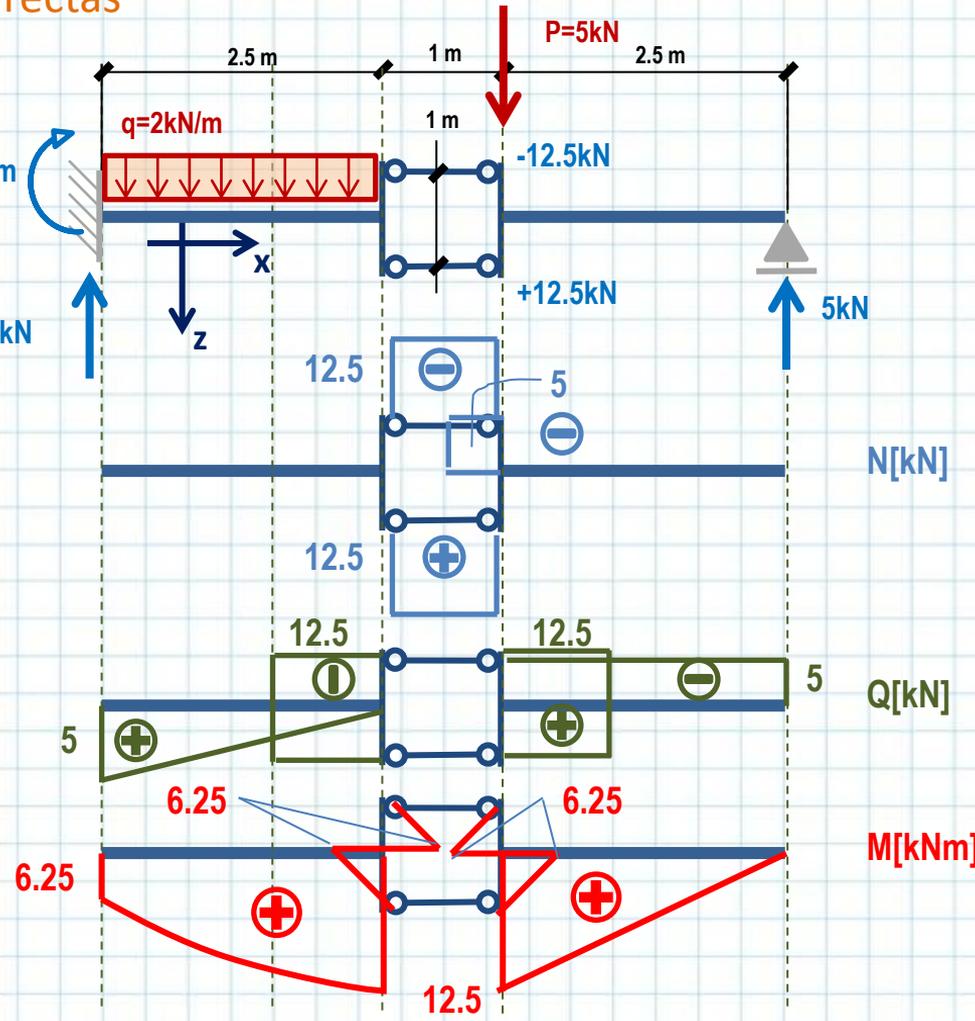
6.25kNm



$$\frac{\partial N_x(x)}{\partial x} = -qx(x)$$

$$\frac{\partial Q_z(x)}{\partial x} = -qz(x)$$

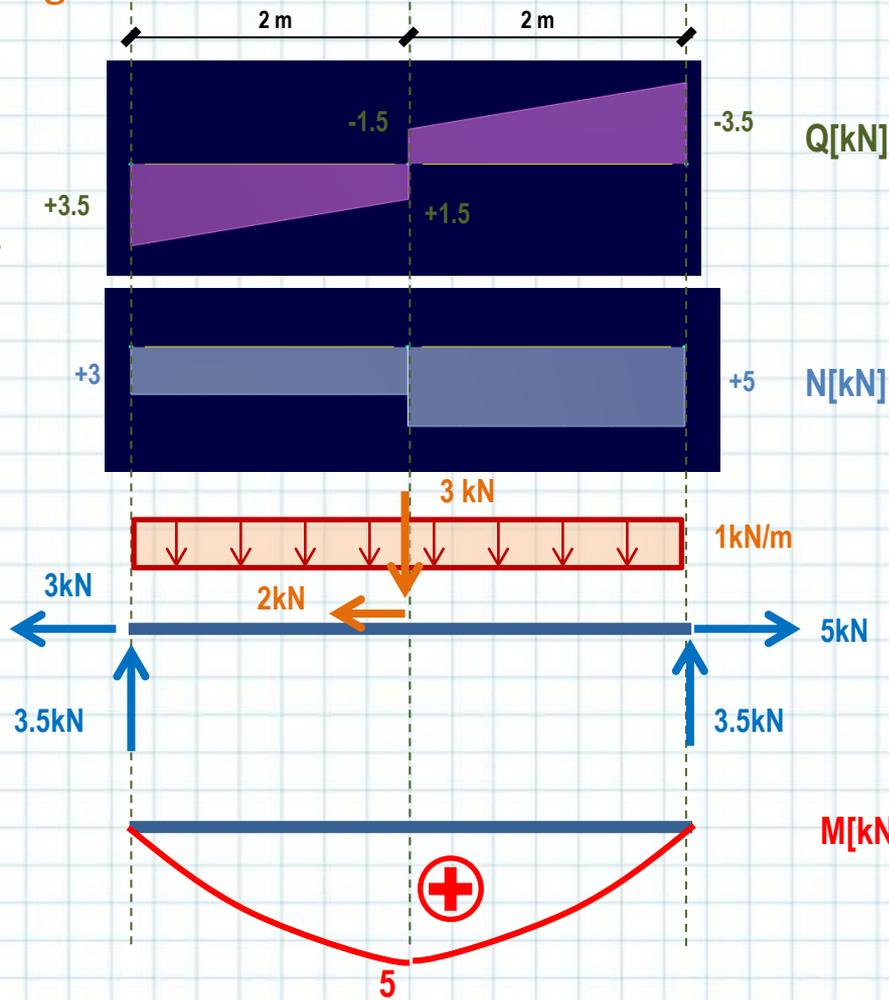
$$\frac{\partial M_y(x)}{\partial x} = Q_z(x)$$



# Estructura a partir de diagramas

En la figura se representan los diagramas de esfuerzo normal y corte respectivamente.

- Proponer un estado de carga equilibrado, compatible con dichos diagramas.
- Trazar el diagrama de momento flexor generado por dicho estado de carga. (Indicar los valores)



**CHEQUEAR**

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

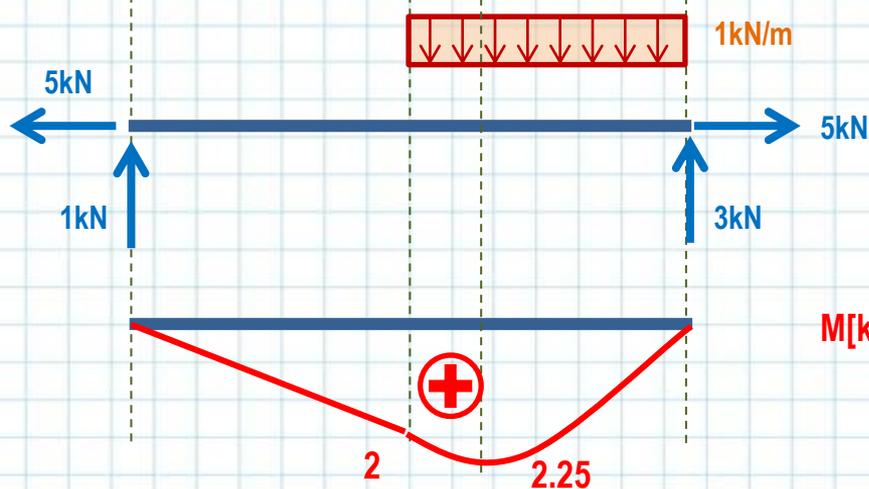
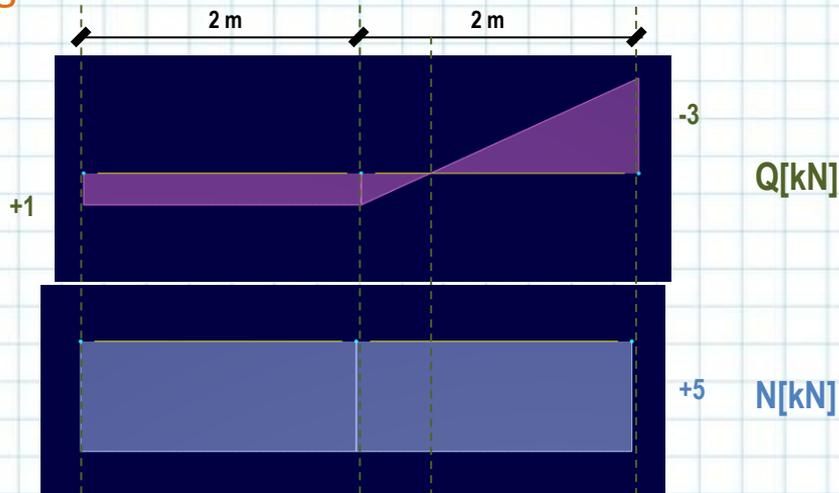
$$\sum M^A = 0$$



# Estructura a partir de diagramas

En la figura se representan los diagramas de esfuerzo normal y corte respectivamente.

- Proponer un estado de carga equilibrado, compatible con dichos diagramas.
- Trazar el diagrama de momento flexor generado por dicho estado de carga. (Indicar los valores)



CHEQUEAR

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M^A = 0$$

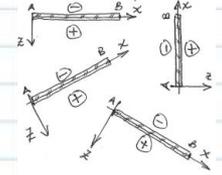
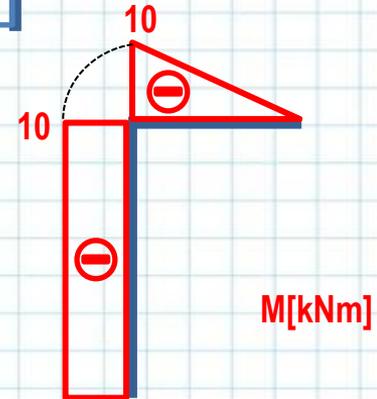
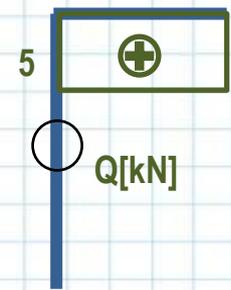
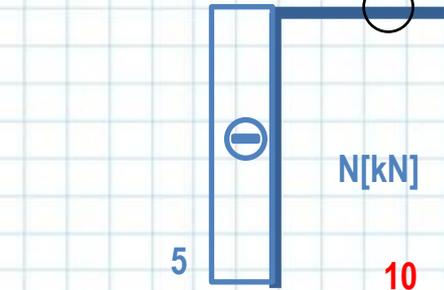
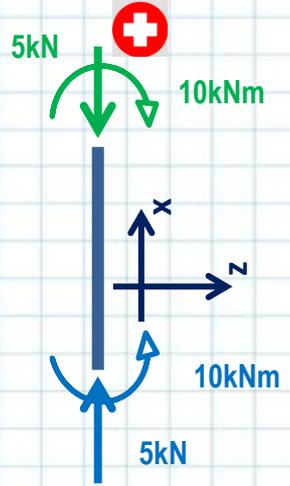
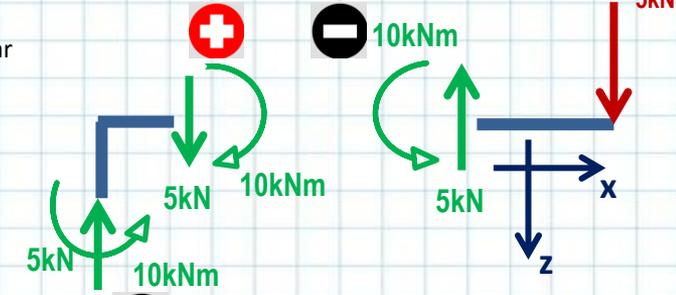
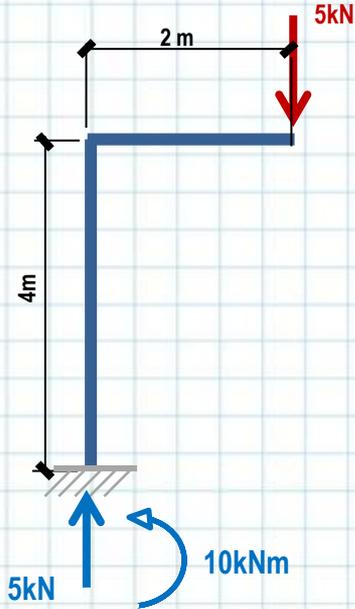
# Equilibrio de nodos

Dada la siguiente estructura, realizar los diagramas de características.

TEMA

TP4

DIAGRAMAS  
2D



$$\frac{\partial N_x(x)}{\partial x} = -q_x(x)$$

$$\frac{\partial Q_z(x)}{\partial x} = -q_z(x)$$

$$\frac{\partial M_y(x)}{\partial x} = Q_z(x)$$

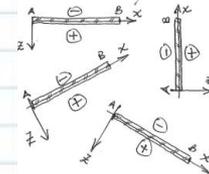
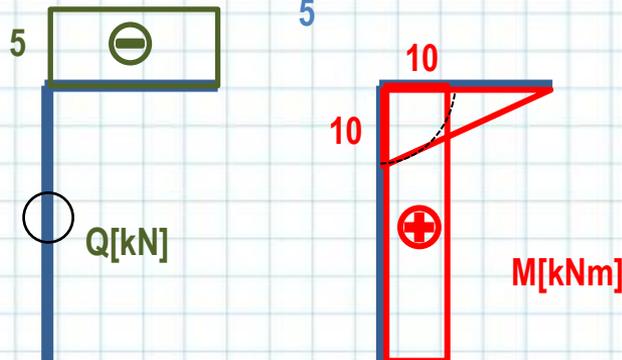
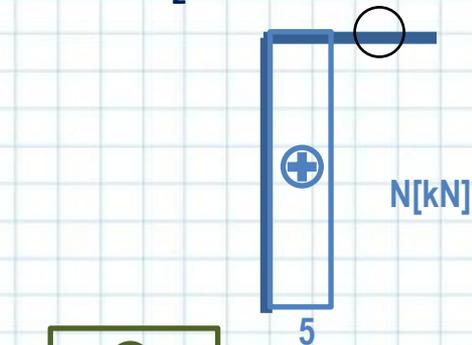
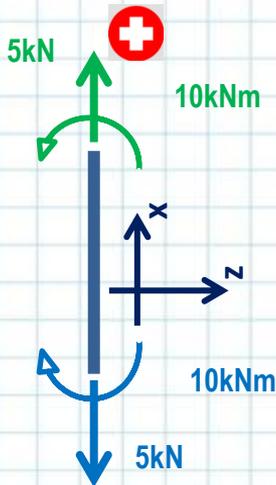
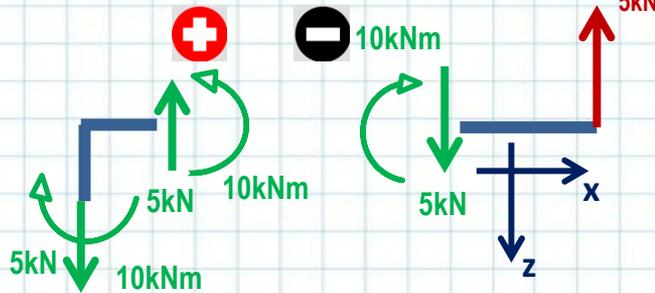
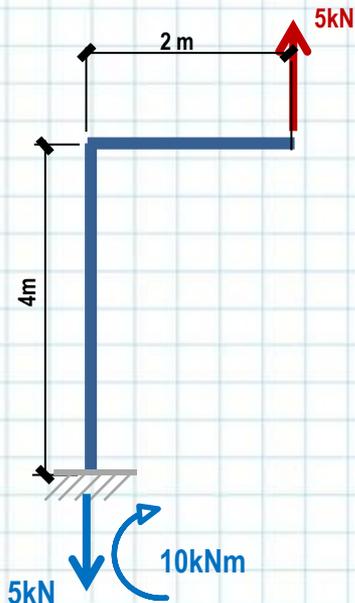
# Equilibrio de nodos

Dada la siguiente estructura, realizar los diagramas de características.

TEMA

TP4

DIAGRAMAS  
2D



$$\frac{\partial N_x(x)}{\partial x} = -q_x(x)$$

$$\frac{\partial Q_z(x)}{\partial x} = -q_z(x)$$

$$\frac{\partial M_y(x)}{\partial x} = Q_z(x)$$

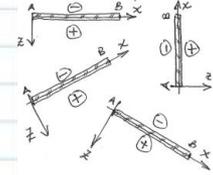
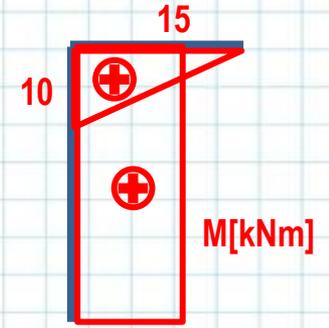
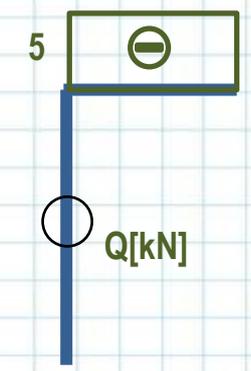
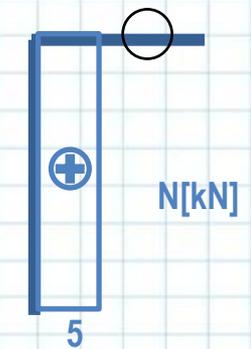
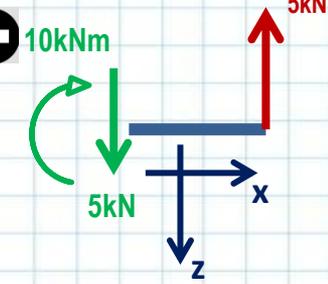
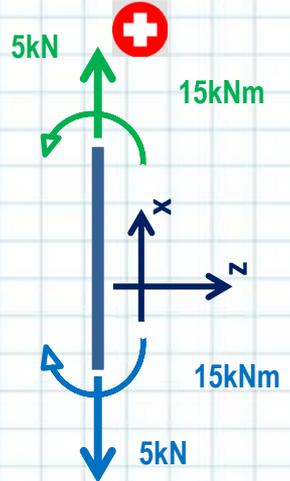
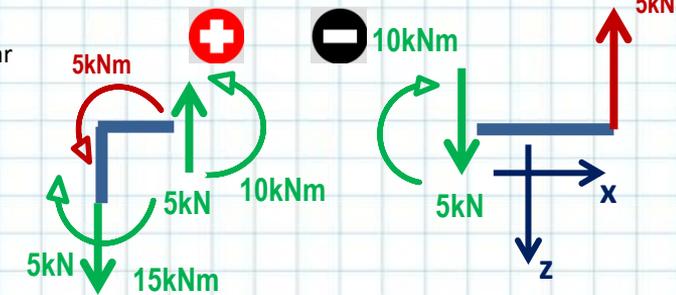
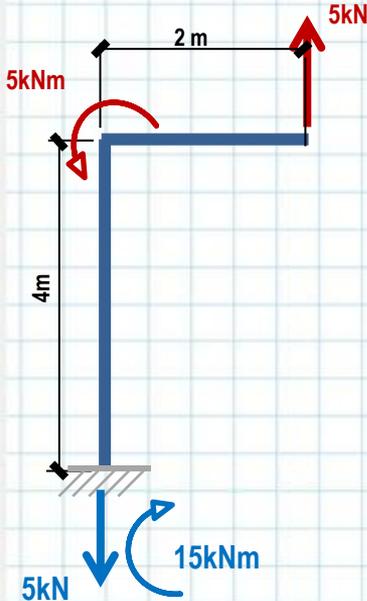
# Equilibrio de nodos

Dada la siguiente estructura, realizar los diagramas de características.

TEMA

TP4

DIAGRAMAS  
2D



$$\frac{\partial N_x(x)}{\partial x} = -q_x(x)$$

$$\frac{\partial Q_z(x)}{\partial x} = -q_z(x)$$

$$\frac{\partial M_y(x)}{\partial x} = Q_z(x)$$

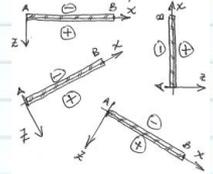
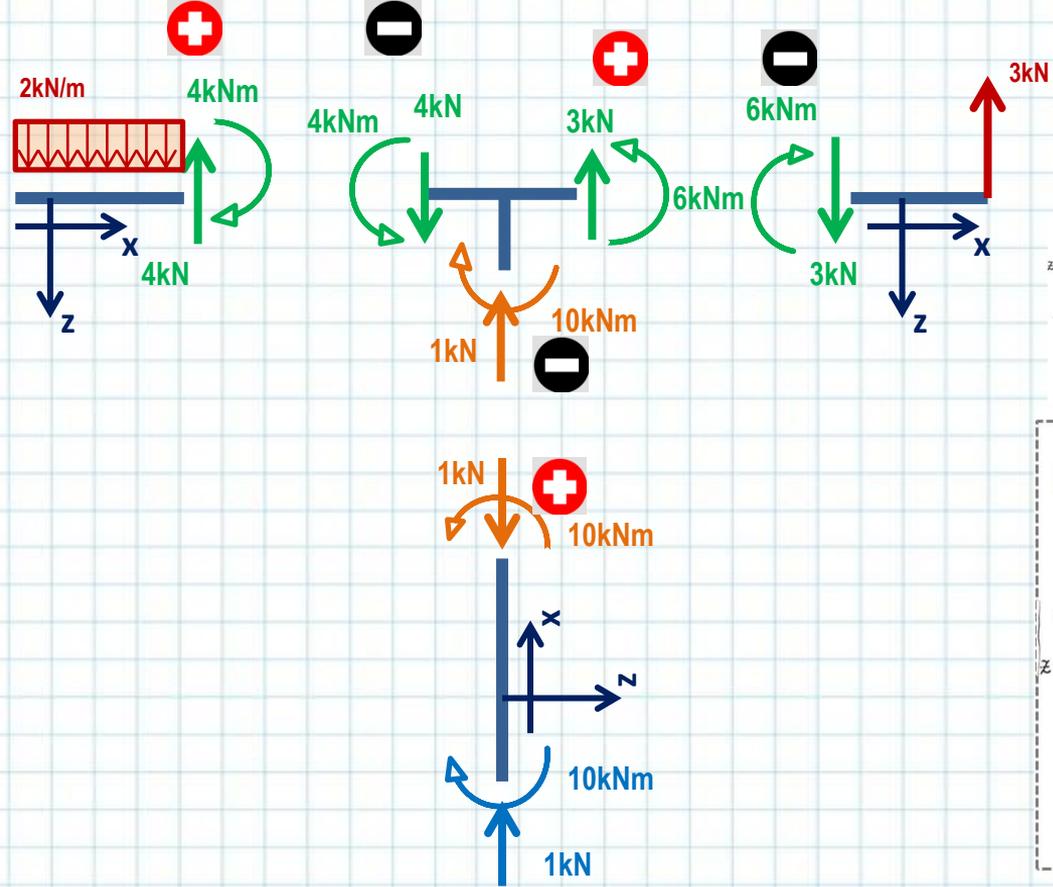
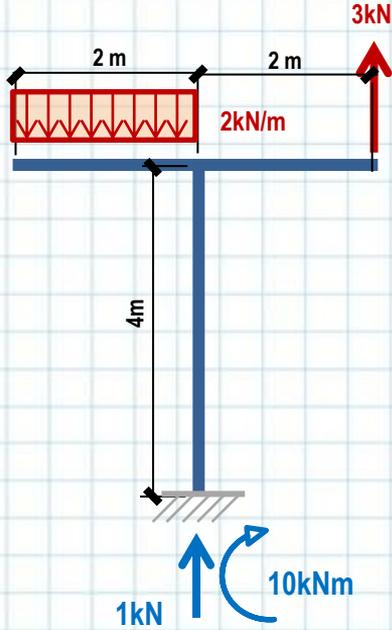
# Equilibrio de nodos

Dada la siguiente estructura, realizar los diagramas de características.

TEMA

TP4

DIAGRAMAS  
2D



A diagram of a beam element of length  $\Delta x$  is shown with internal forces: normal force  $N$ , shear force  $Q$ , and bending moment  $M$ . The equilibrium equations are:

$$\frac{\partial N_x(x)}{\partial x} = -q_x(x)$$

$$\frac{\partial Q_z(x)}{\partial x} = -q_z(x)$$

$$\frac{\partial M_y(x)}{\partial x} = Q_z(x)$$

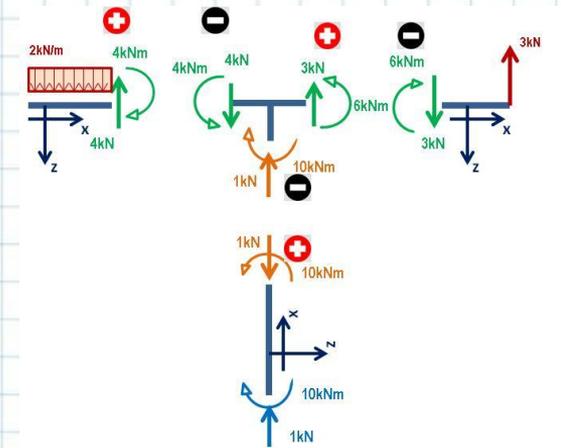
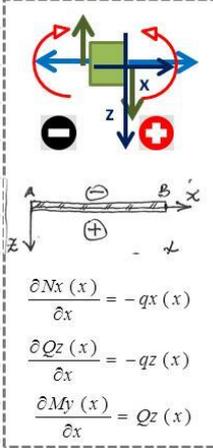
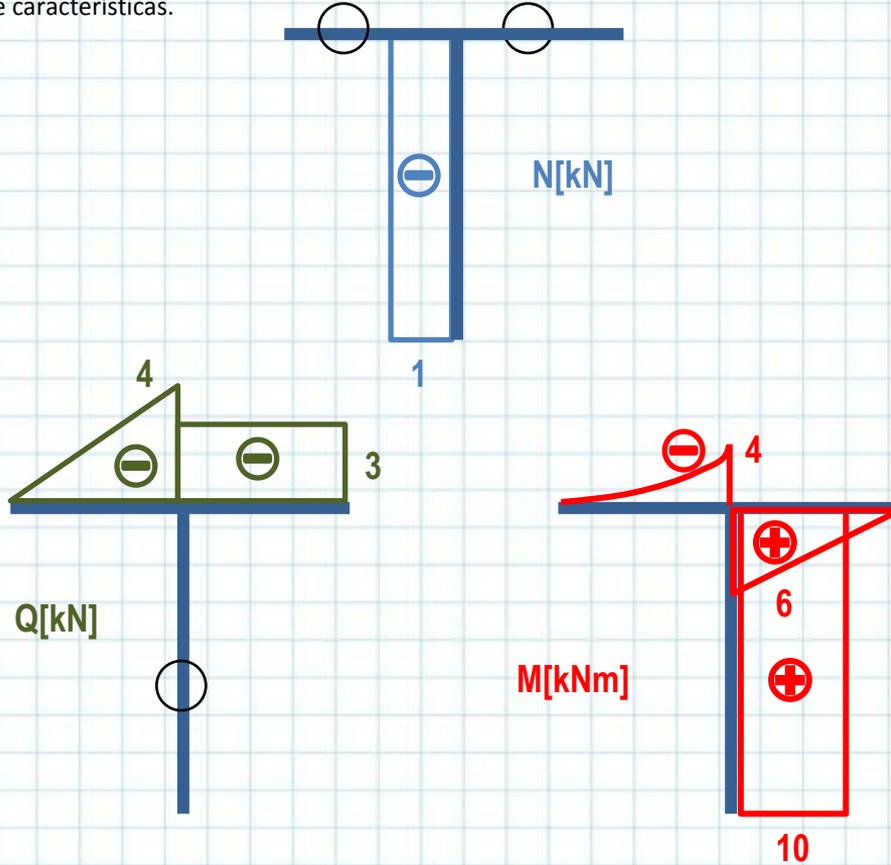
# Equilibrio de nodos

Dada la siguiente estructura, realizar los diagramas de características.

TEMA

TP4

DIAGRAMAS  
2D



Un problema lineal corresponde a una relación proporcional entre la causa y el efecto.

CAUSA  $\propto$  EFECTO

CARGAS  $\propto$  REACCIONES / SOLICITACIONES

En estática un problema es lineal cuando se cumplen las linealidades:

**1) Linealidad mecánica:** Materiales lineales, Hooke. Relación lineal entre carga y deformación.

**2) Linealidad geométrica:**

a) **Linealidad cinemática:** pequeños corrimientos.

b) **Linealidad estática:** Evaluación de equilibrio en posición sin deformar.

PROBLEMA LINEAL, PODEMOS APLICAR EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICION DE EFECTOS

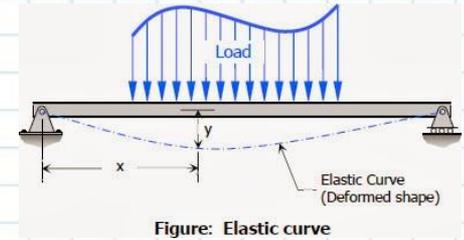
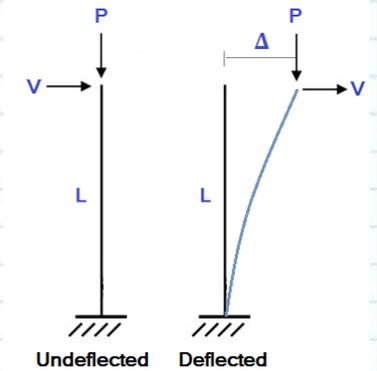
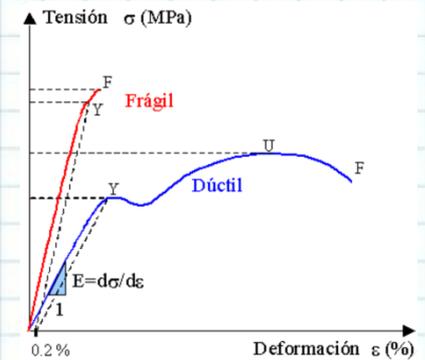


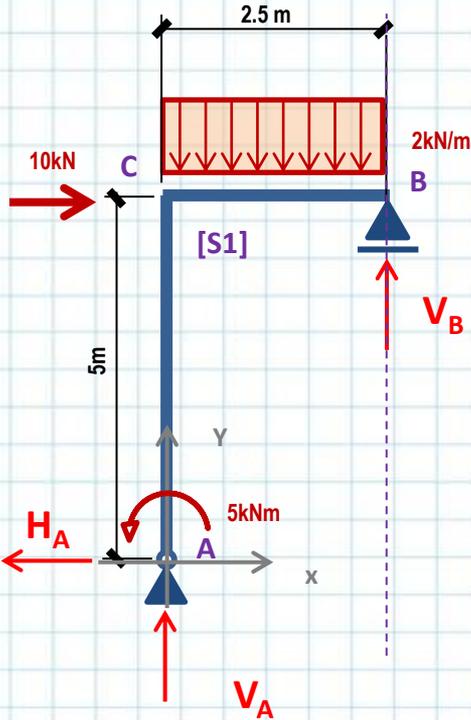
Figure: Elastic curve



# Superposición de efectos

Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagramas aplicando superposición de efectos



## a) Análisis cinemático:

La chapa S1 tiene 3 CV, un fijo en A, un móvil en B.

CV=3

GL=3

por lo tanto es un sistema isostático.

Además como la recta de acción del apoyo móvil aplicado en B no pasa por el punto fijo en A, por lo tanto no hay vinculación aparente.

Conclusión: El sistema es Cinemáticamente estable

## b) Reacciones de vínculo externo:

Primero vamos a poner en evidencia las reacciones de acuerdo a los apoyos. También elegimos un sistema de referencia.

Luego planteo equilibrio, estamos en un sistema de fuerzas no concurrentes plano, por lo que voy a poder plantear 3 ecuaciones.

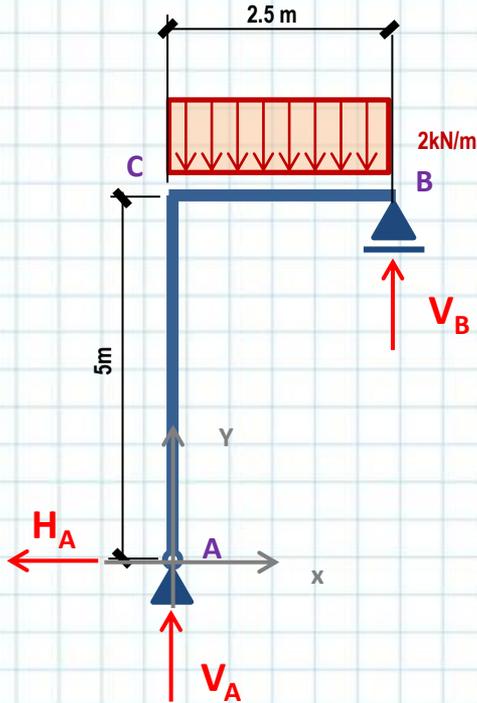
$$\sum F_x = -H_A + 10kN = 0 \Rightarrow H_A = 10kN$$

$$\sum F_y = V_A + V_B - 2 \frac{kN}{m} \cdot 2.5m = 0$$

$$\sum M^A = + 2.5m \cdot V_B + 5kNm - 5m \cdot 10kN - 1.25m \cdot 5kN = 0 \Rightarrow V_B = 20.5kN$$

$$\therefore V_A = -15.5kN$$

$$Chequeo \Rightarrow \sum M^C = - 5m \cdot 10kN + 5kNm - 1.25m \cdot 5kN + 2.5m \cdot 20.5kN = 0$$



CAUSA 1: FUERZA DISTRIBUIDA

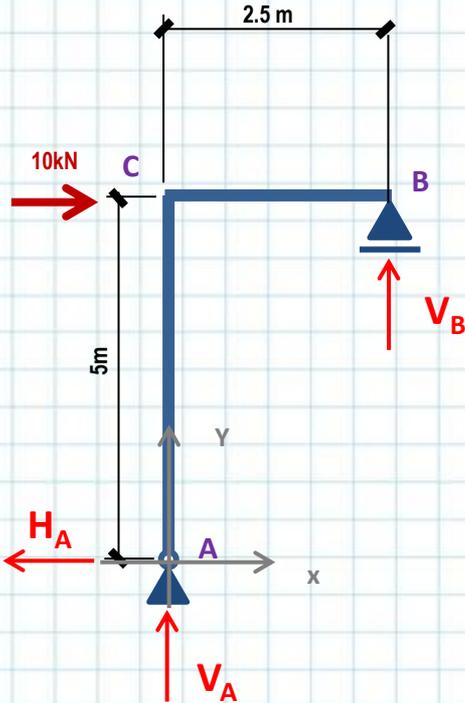
EFFECTO 1: REACCIONES DE VINCULO DEBIDO FUERZA DISTRIBUIDA

$$\sum F_x = -H_A = 0 \Rightarrow H_A = 0 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = V_A + V_B - 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 2.5 \text{ m} = 0$$

$$\sum M^A = +2.5 \text{ m} \cdot V_B - 1.25 \text{ m} \cdot 5 \text{ kN} = 0 \Rightarrow V_B = 2.5 \text{ kN}$$

$$\therefore V_A = 2.5 \text{ kN}$$



CAUSA 2: FUERZA CONCENTRADA

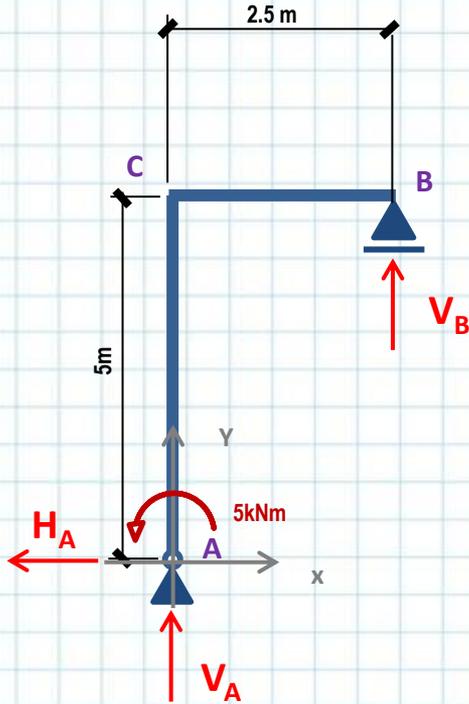
EFFECTO 2: REACCIONES DE VINCULO DEBIDO FUERZA CONCENTRADA

$$\sum F_x = -H_A - 10kN = 0 \Rightarrow H_A = 10kN$$

$$\sum F_y = V_A + V_B = 0$$

$$\sum M^A = +2.5m \cdot V_B - 5m \cdot 10kN = 0 \Rightarrow V_B = 20kN$$

$$\therefore V_A = -20kN$$



CAUSA 3: MOMENTO

EFFECTO 3: REACCIONES DE VINCULO DEBIDO A MOMENTO

$$\sum F_x = -H_A = 0 \Rightarrow H_A = 0kN$$

$$\sum F_y = V_A + V_B = 0$$

$$\sum M^A = +2.5m \cdot V_B + 5kNm = 0 \Rightarrow V_B = -2kN$$

$$\therefore V_A = 2kN$$

# Superposición de efectos

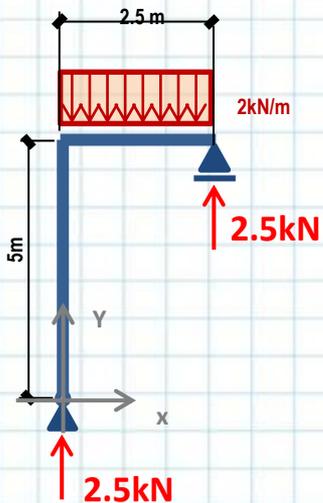
RVE

TEMA

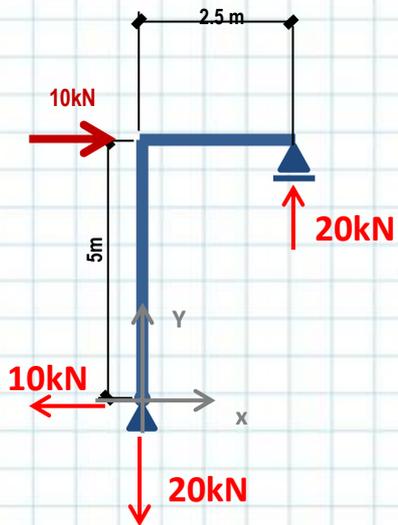
TP4

DIAGRAMAS  
2D

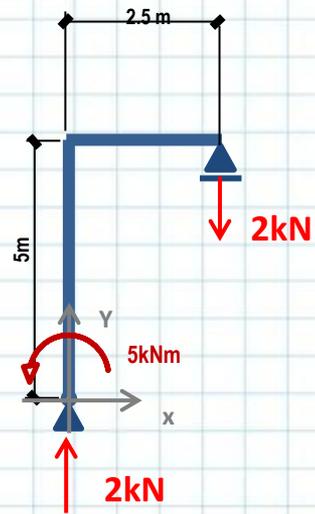
CAUSA 1 / EFECTO 1



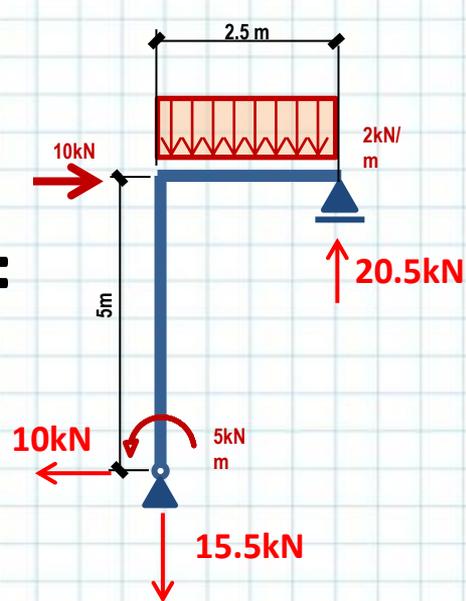
CAUSA 2/ EFECTO 2



CAUSA 3 / EFECTO 3



SUPERPOSICION DE EFECTOS



# Superposición de efectos

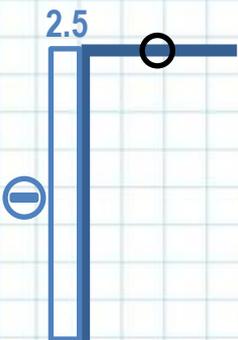
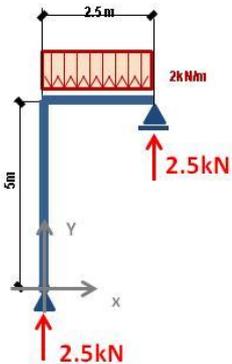
## ESFUERZO NORMAL

TEMA

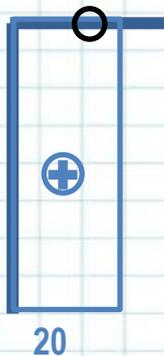
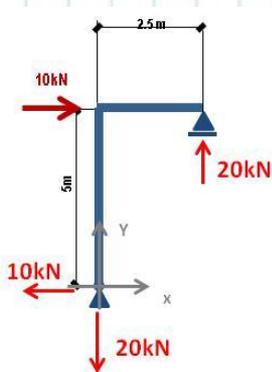
TP4

DIAGRAMAS  
2D

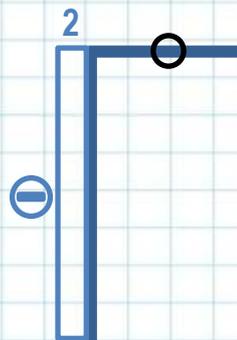
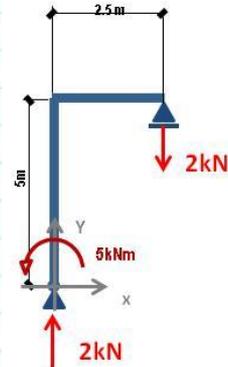
CAUSA 1 / EFECTO 1



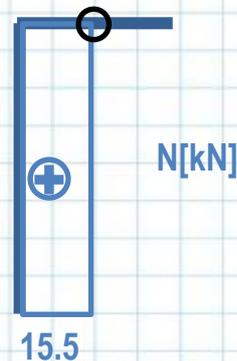
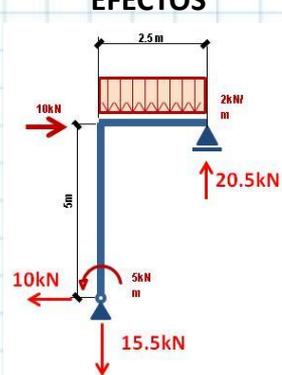
CAUSA 2 / EFECTO 2



CAUSA 3 / EFECTO 3



SUPERPOSICION DE  
EFECTOS



N[kN]

# Superposición de efectos

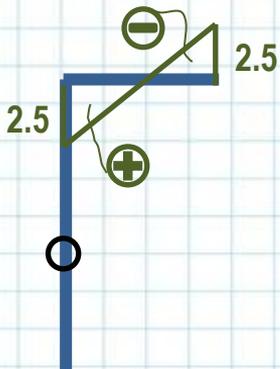
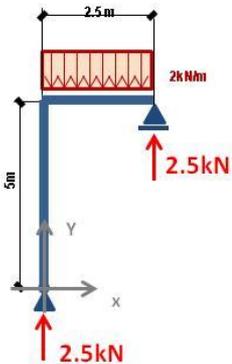
## ESFUERZO DE CORTE

TEMA

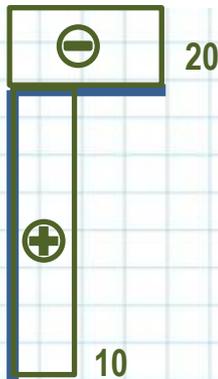
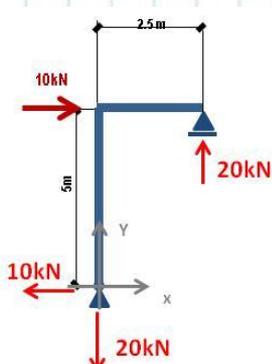
TP4

DIAGRAMAS  
2D

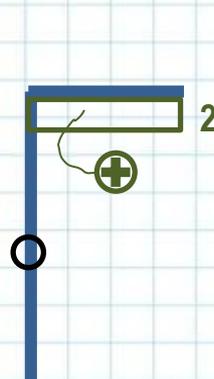
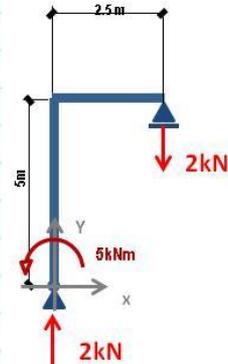
CAUSA 1 / EFECTO 1



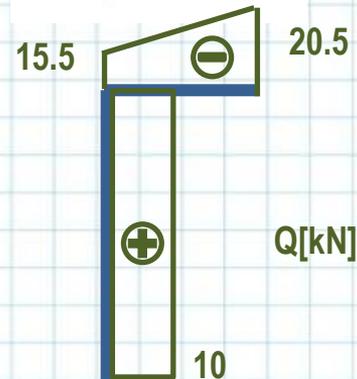
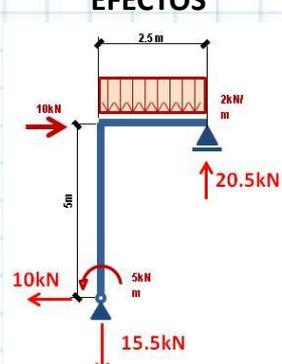
CAUSA 2/ EFECTO 2



CAUSA 3 / EFECTO 3



SUPERPOSICION DE EFECTOS



Q [kN]

# Superposición de efectos

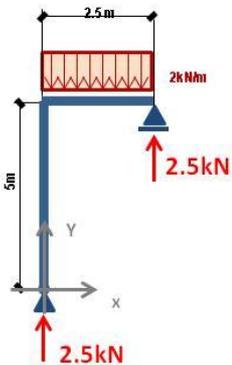
## ESFUERZO DE MOMENTO

TEMA

TP4

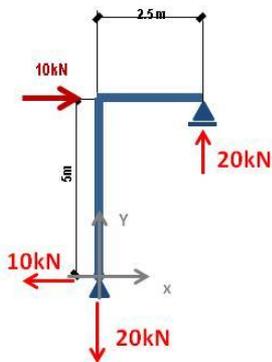
DIAGRAMAS  
2D

CAUSA 1 / EFECTO 1



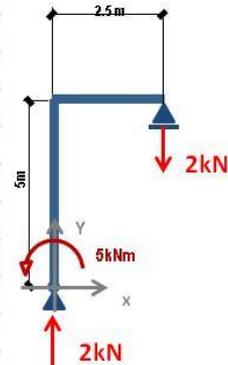
+

CAUSA 2 / EFECTO 2



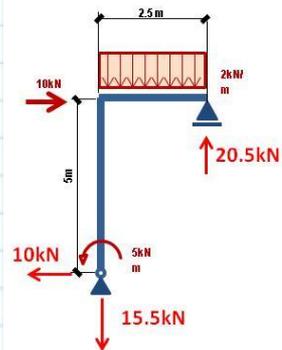
+

CAUSA 3 / EFECTO 3



+

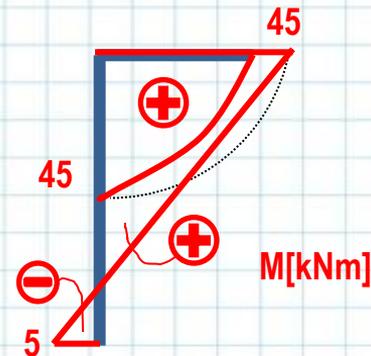
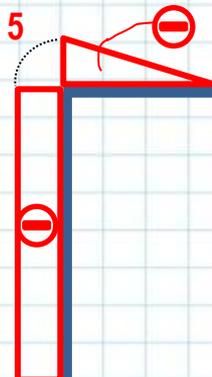
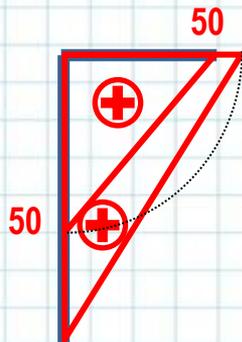
SUPERPOSICION DE EFECTOS



F.I.U.B.A.  
D.T.O. ESTABILIDAD  
84.02 / 64.11  
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4  
PARENTE



M[kNm]

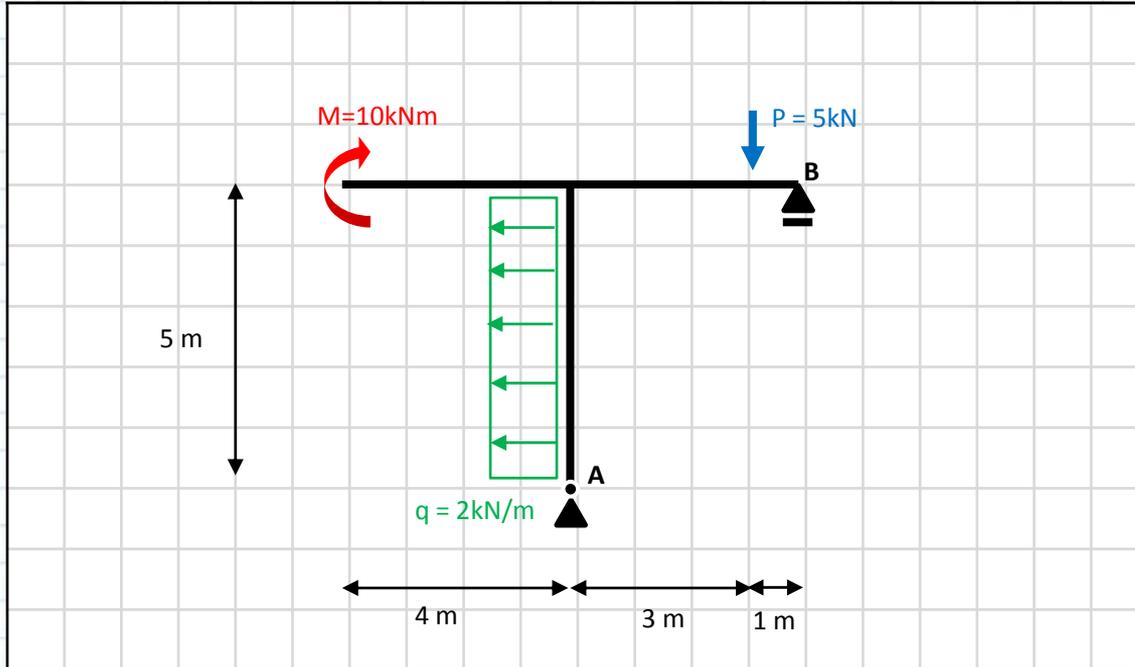
## Problema de diagrama de características

- A) Hallar las reacciones de vínculo externo.
- B) Trazar los diagramas de los esfuerzos normales, corte y momento.

TEMA

TP4

DIAGRAMAS  
2D



F.I.U.B.A.  
D.T.O. ESTABILIDAD  
84.02 / 64.11  
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4  
PARENTE

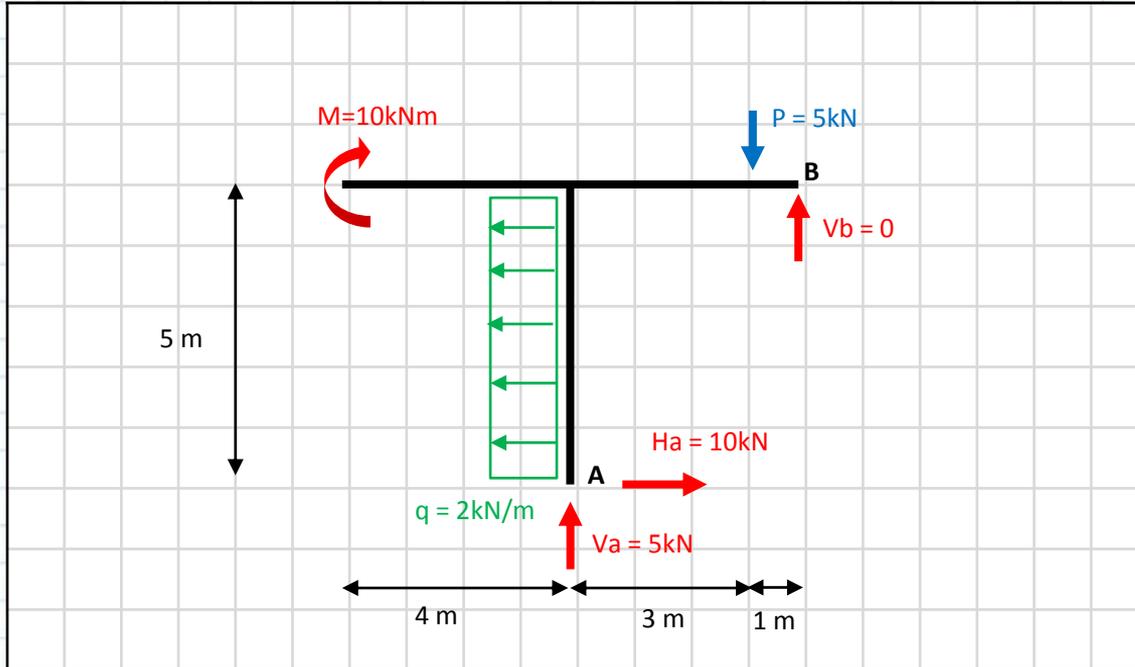
## Problema de diagrama de características

- A) Hallar las reacciones de vínculo externo.
- B) Trazar los diagramas de los esfuerzos normales, corte y momento.

TEMA

TP4

DIAGRAMAS  
2D



F.I.U.B.A.  
DTO. ESTABILIDAD  
84.02 / 64.11  
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4  
PARENTE

## Problema de diagrama de características

- A) Hallar las reacciones de vínculo externo.
- B) Trazar los diagramas de los esfuerzos normales, corte y momento.

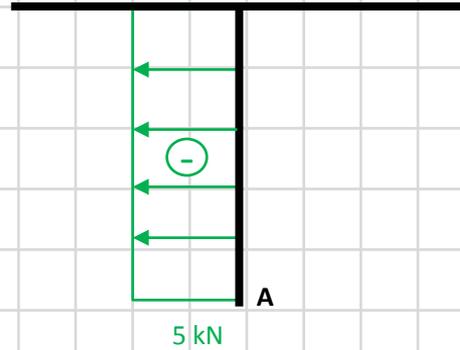
TEMA

TP4

DIAGRAMAS  
2D

N

Esc. 1cm = 5kN



F.I.U.B.A.  
DTO. ESTABILIDAD  
84.02 /64.11  
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4  
PARENTE

## Problema de diagrama de características

- A) Hallar las reacciones de vínculo externo.
- B) Trazar los diagramas de los esfuerzos normales, corte y momento.

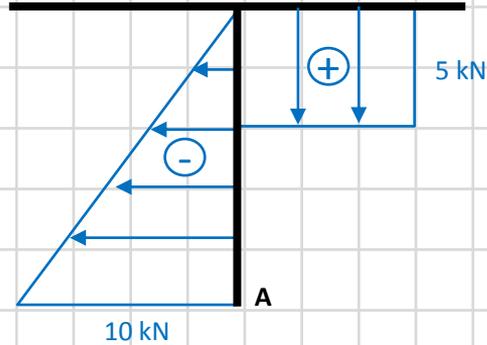
TEMA

TP4

DIAGRAMAS  
2D



Esc. 1cm = 5kN



F.I.U.B.A.  
D.T.O. ESTABILIDAD  
84.02 / 64.11  
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4  
PARENTE

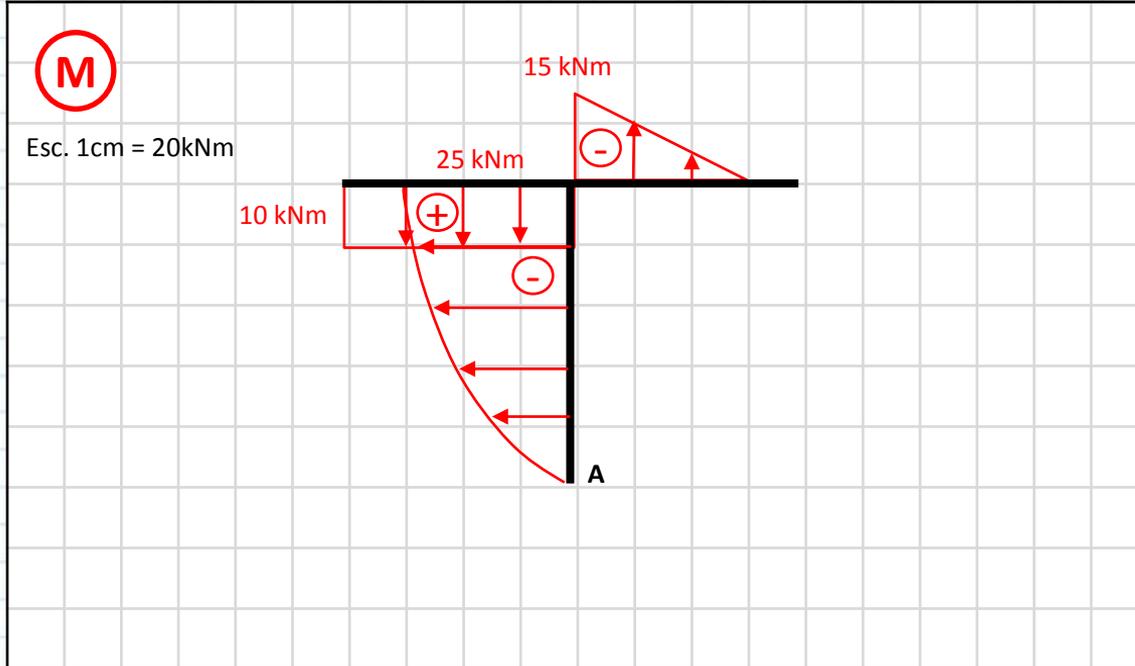
# Problema de diagrama de características

- A) Hallar las reacciones de vínculo externo.
- B) Trazar los diagramas de los esfuerzos normales, corte y momento.

TEMA

TP4

DIAGRAMAS  
2D



F.I.U.B.A.  
DTO. ESTABILIDAD  
84.02 /64.11  
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4  
PARENTE

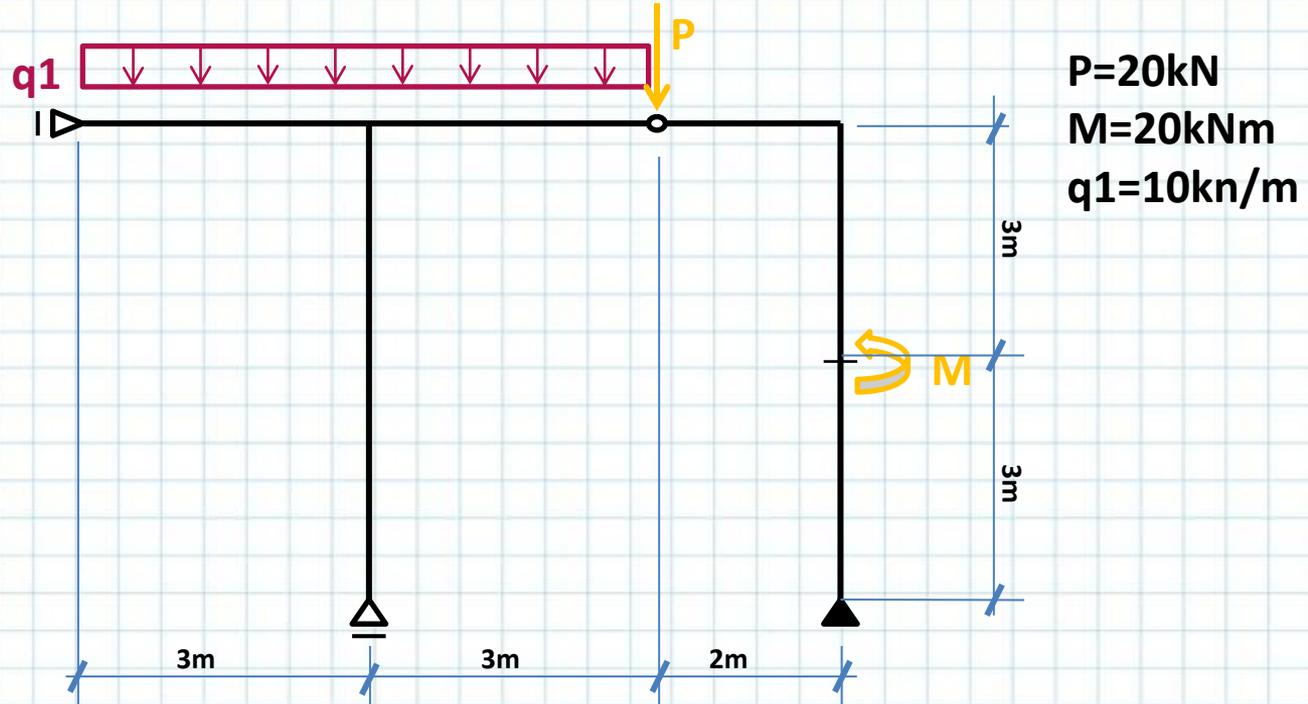
## Ejercicio: cadena abierta de dos chapas.

1. Cálculo de reacciones de vínculo externo
2. Diagramas de esfuerzos característicos

TEMA

TP4

DIAGRAMAS  
2D



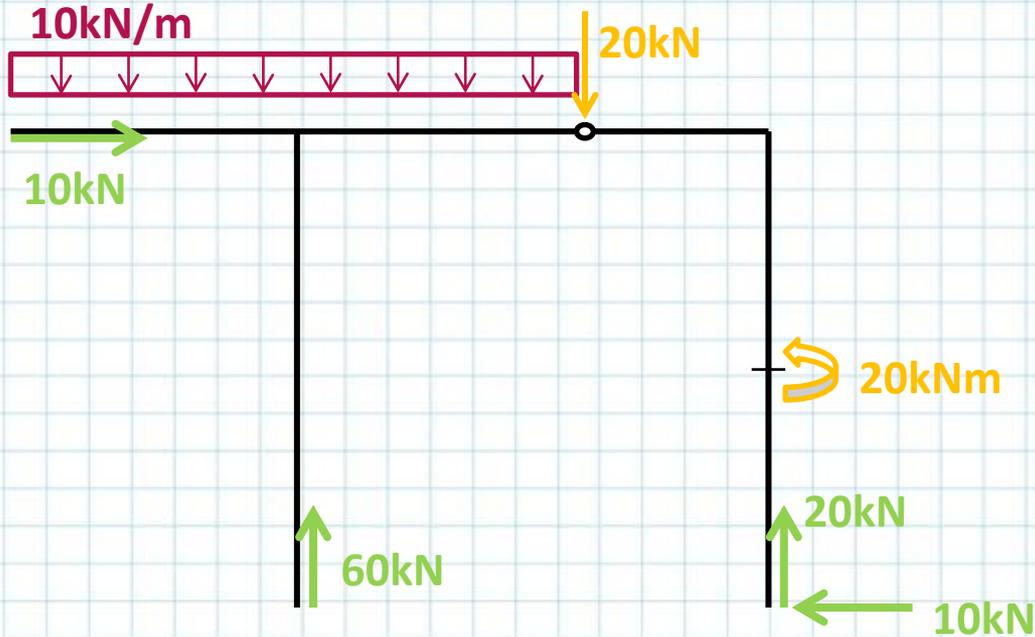
## Ejercicio: cadena abierta de dos chapas.

1. Cálculo de reacciones de vínculo externo
2. Diagramas de esfuerzos característicos

TEMA

TP4

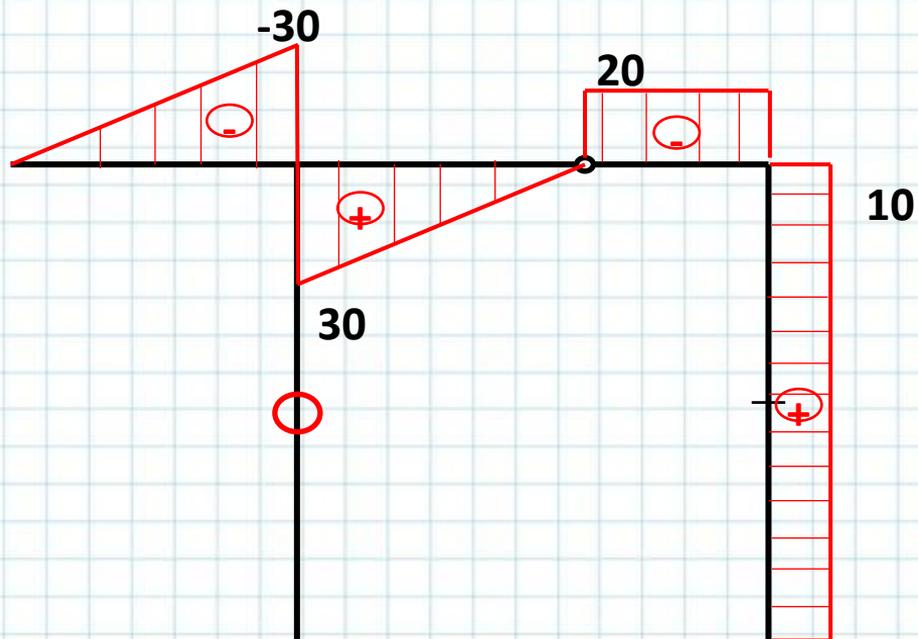
DIAGRAMAS  
2D



## Ejercicio: cadena abierta de dos chapas.

1. Cálculo de reacciones de vínculo externo
2. Diagramas de esfuerzos característicos

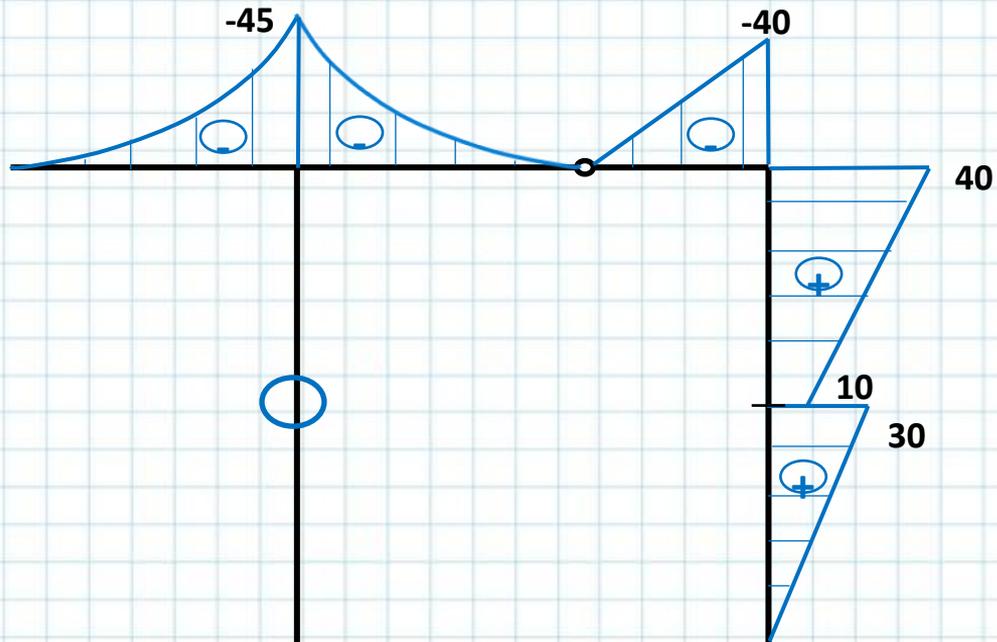
**Q**  
[kN]



## Ejercicio: cadena abierta de dos chapas.

1. Cálculo de reacciones de vínculo externo
2. Diagramas de esfuerzos característicos

**M**  
[kNm]



## Ejercicio: cadena abierta de dos chapas.

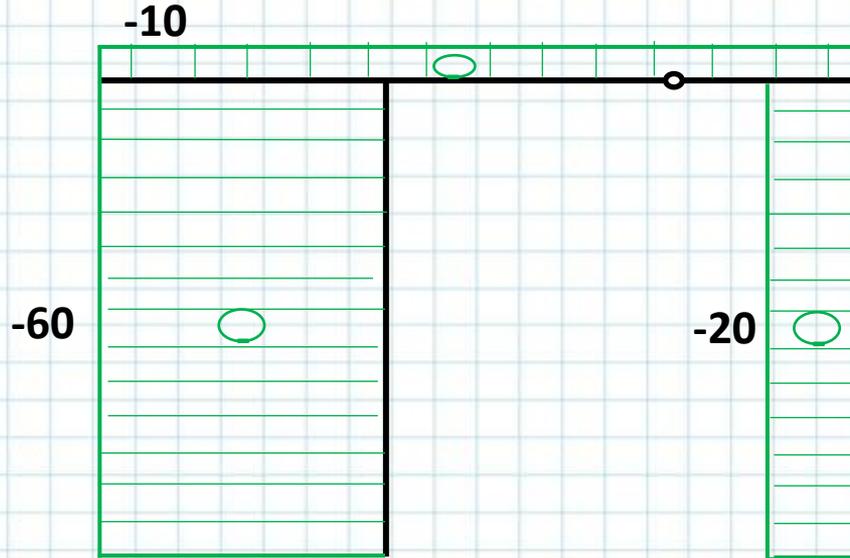
1. Cálculo de reacciones de vínculo externo
2. Diagramas de esfuerzos característicos

TEMA

TP4

DIAGRAMAS  
2D

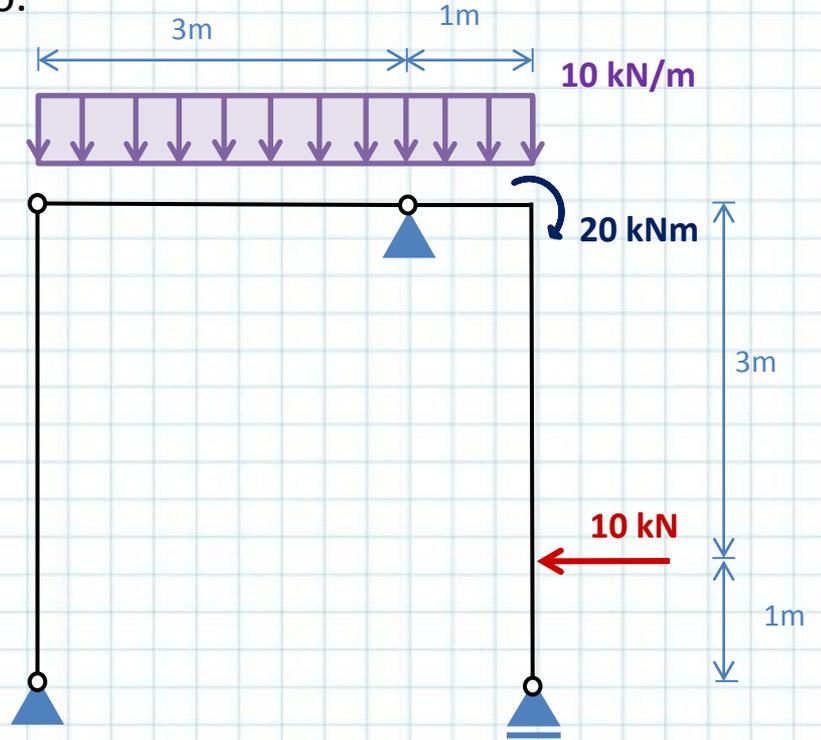
N  
[kN]



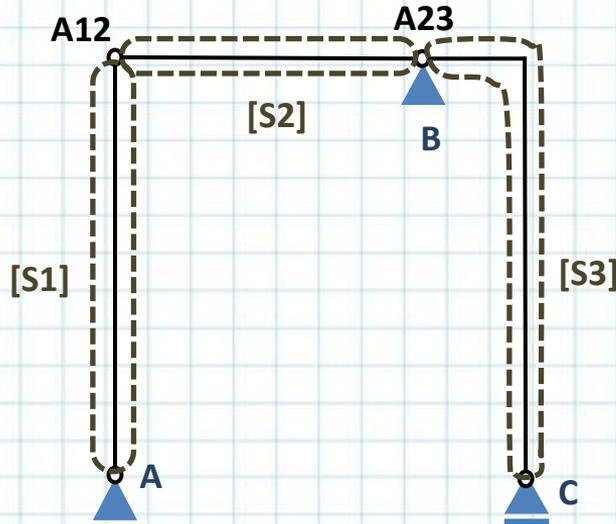
## Ejemplo

Para la siguiente estructura se pide:

- Análisis Cinemático.
- Cálculo de reacciones de vinculo externo.
- Diagramas de esfuerzos característicos.
- Equilibrio de nudos.
- Despiece.



## a) Análisis Cinemático

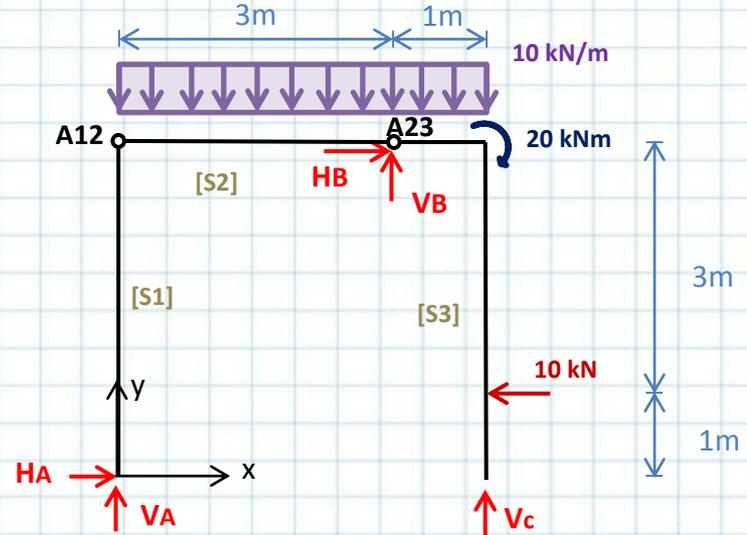


$GL=5$  y  $CV=5$ , por lo tanto el sistema es isostático.

S1 y S2 forman un arco triarticulado con sus articulaciones no alineadas, por lo que están fijas. S3 tiene un punto fijo en B, y como la recta de acción del apoyo móvil en C no pasa por B, S3 está fija. Entonces no hay vinculación aparente.

Luego, el sistema es cinemáticamente estable.

## b) Reacciones de vínculo externo



Dejo en evidencia las RVE y planteo las ecuaciones de equilibrio.

$$\Sigma M^{A12}(S1) = H_A \cdot 4m = 0 \Rightarrow H_A = 0$$

$$\Sigma M^{A23}(S1, S2) = 30kN \cdot 1,5m - V_A \cdot 3m = 0 \Rightarrow V_A = 15kN$$

$$\Sigma M^{A23}(S3) = V_C \cdot 1m - 10kN \cdot 0,5m - 20kNm - 10kN \cdot 3m = 0$$

$$\Rightarrow V_C = 55kN$$

$$\Sigma F_x = H_A + H_B - 10kN = 0 \Rightarrow H_B = 10kN$$

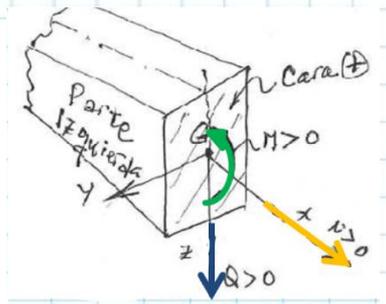
$$\Sigma F_y = V_A + V_B + V_C - 40kN = 0 \Rightarrow V_B = -30kN$$

# c) Diagramas de esfuerzos característicos

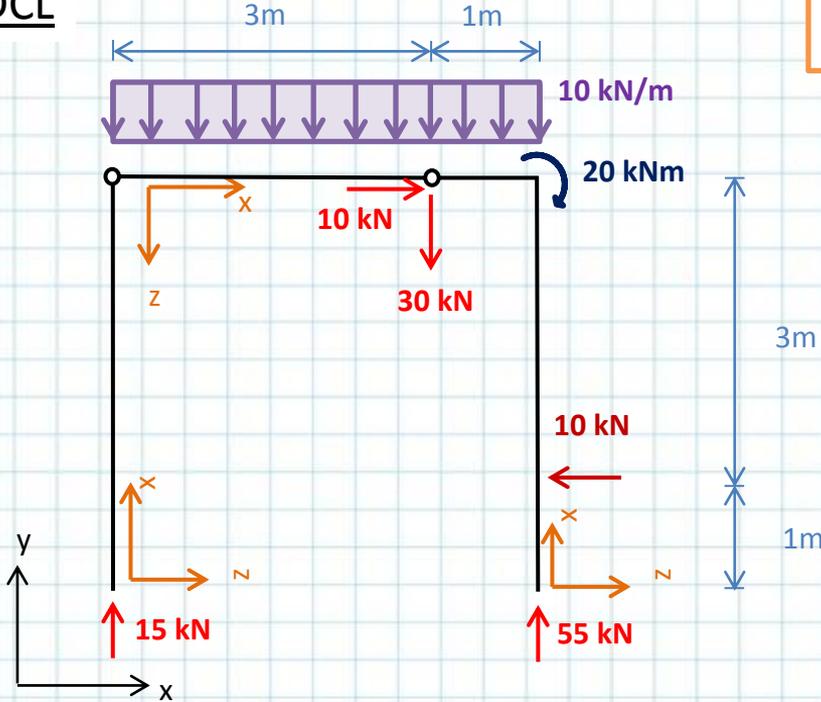
$$\frac{\partial N_x(x)}{\partial x} = -q_x(x)$$

$$\frac{\partial Q_z(x)}{\partial x} = -q_z(x)$$

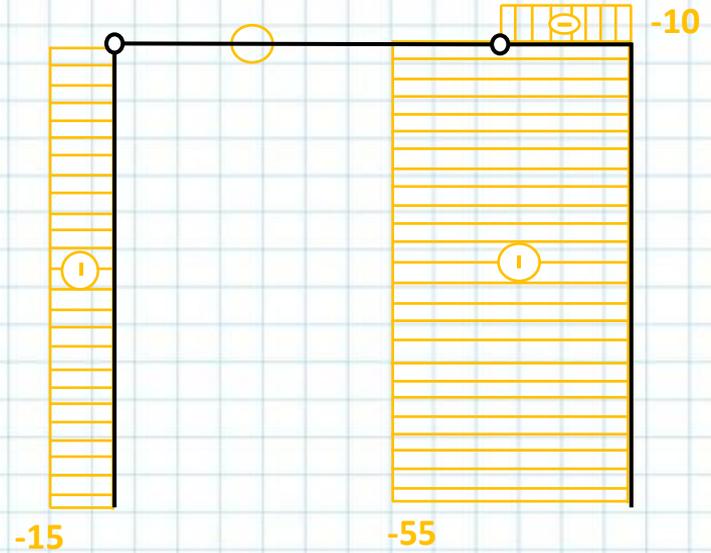
$$\frac{\partial M_y(x)}{\partial x} = Q_z(x)$$



DCL



N [kN]

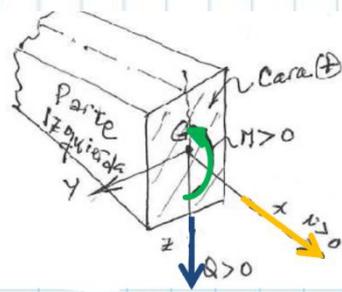


# c) Diagramas de esfuerzos característicos

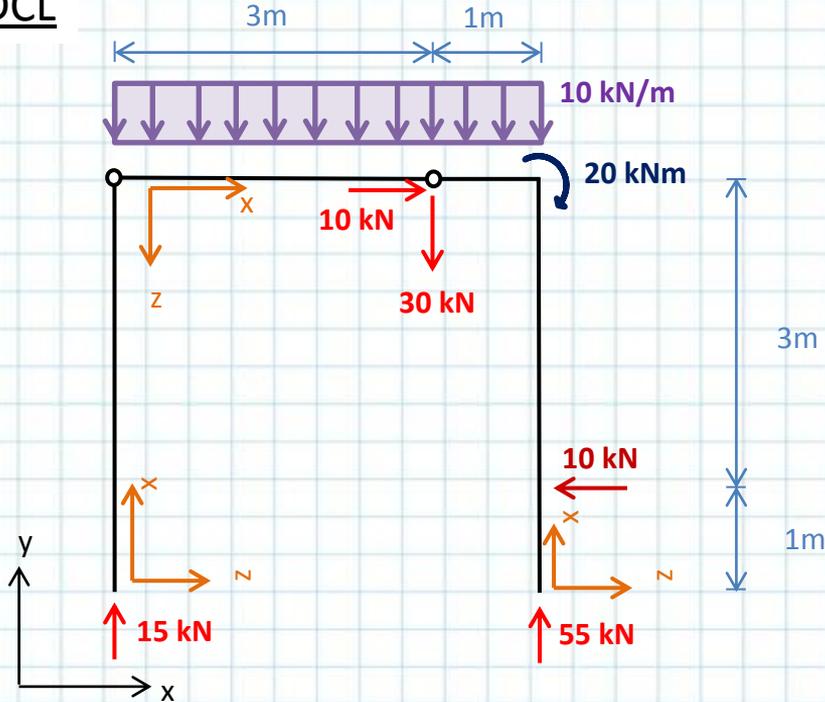
$$\frac{\partial N_x(x)}{\partial x} = -q_x(x)$$

$$\frac{\partial Q_z(x)}{\partial x} = -q_z(x)$$

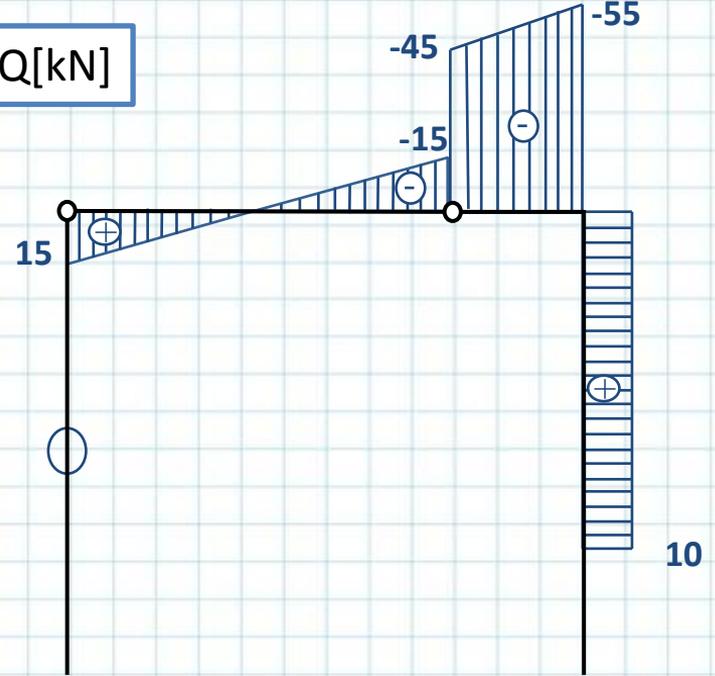
$$\frac{\partial M_y(x)}{\partial x} = Q_z(x)$$



DCL

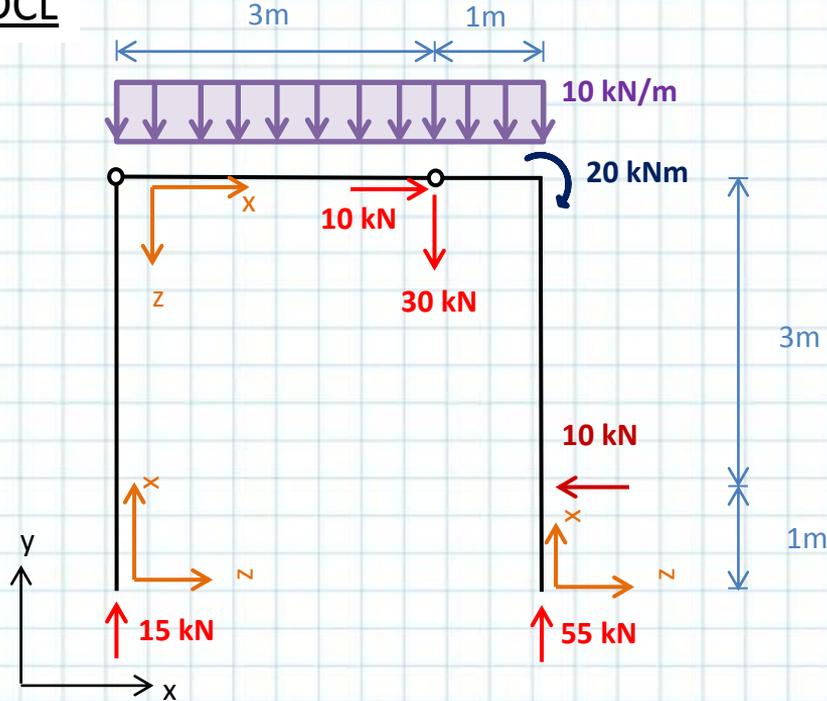


Q[kN]



### c) Diagramas de esfuerzos característicos

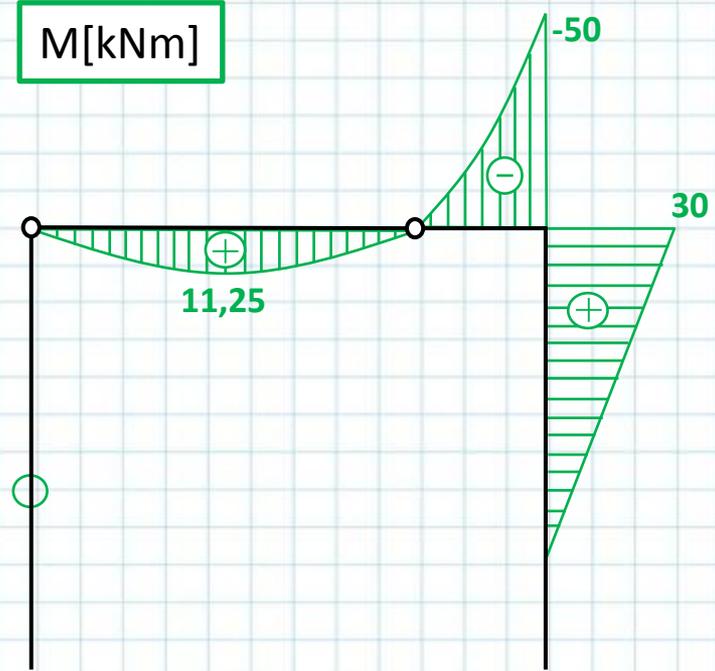
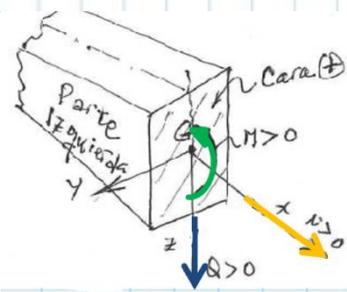
DCL



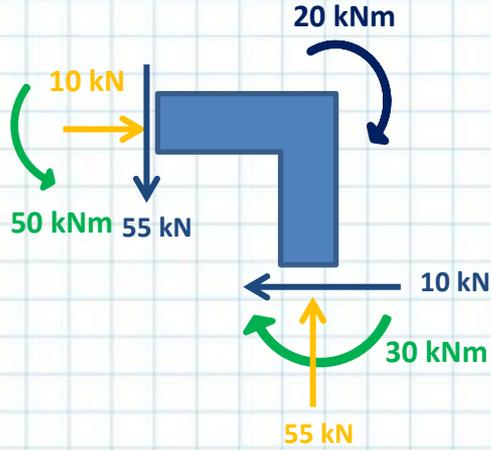
$$\frac{\partial N_x(x)}{\partial x} = -q_x(x)$$

$$\frac{\partial Q_z(x)}{\partial x} = -q_z(x)$$

$$\frac{\partial M_y(x)}{\partial x} = Q_z(x)$$



### d) Equilibrio de nudo

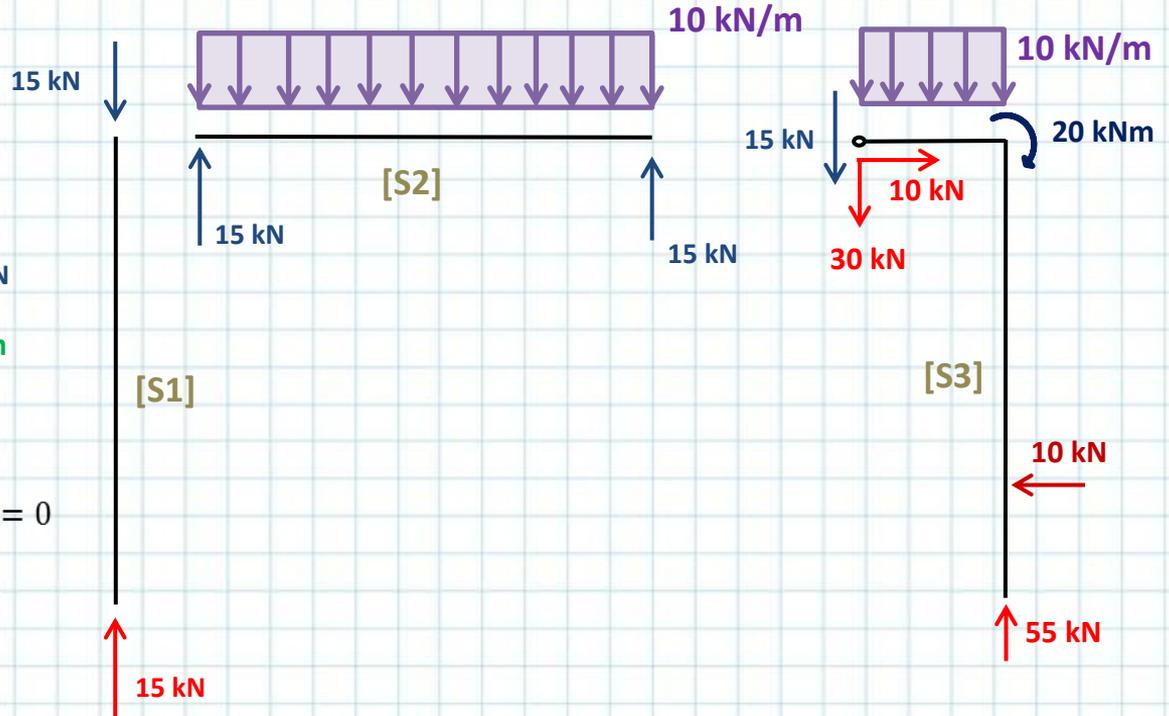


$$\Sigma M = 50kNm - 20kNm - 30kNm = 0$$

$$\Sigma F_x = 10kN - 10kN = 0$$

$$\Sigma F_y = 55kN - 55kN = 0$$

### e) Despiece



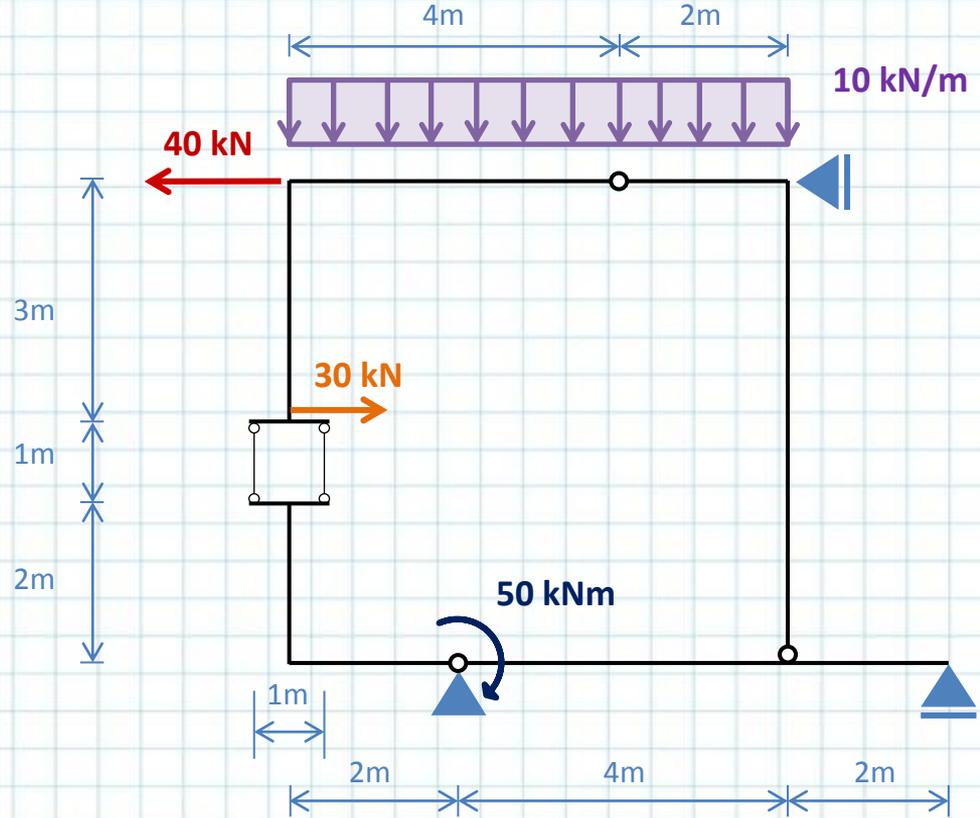
# Ejemplo

TEMA

TP4

DIAGRAMAS  
2D

- a) Calcular las RVE
- b) Dibujar los diagramas de características
- c) Despiece

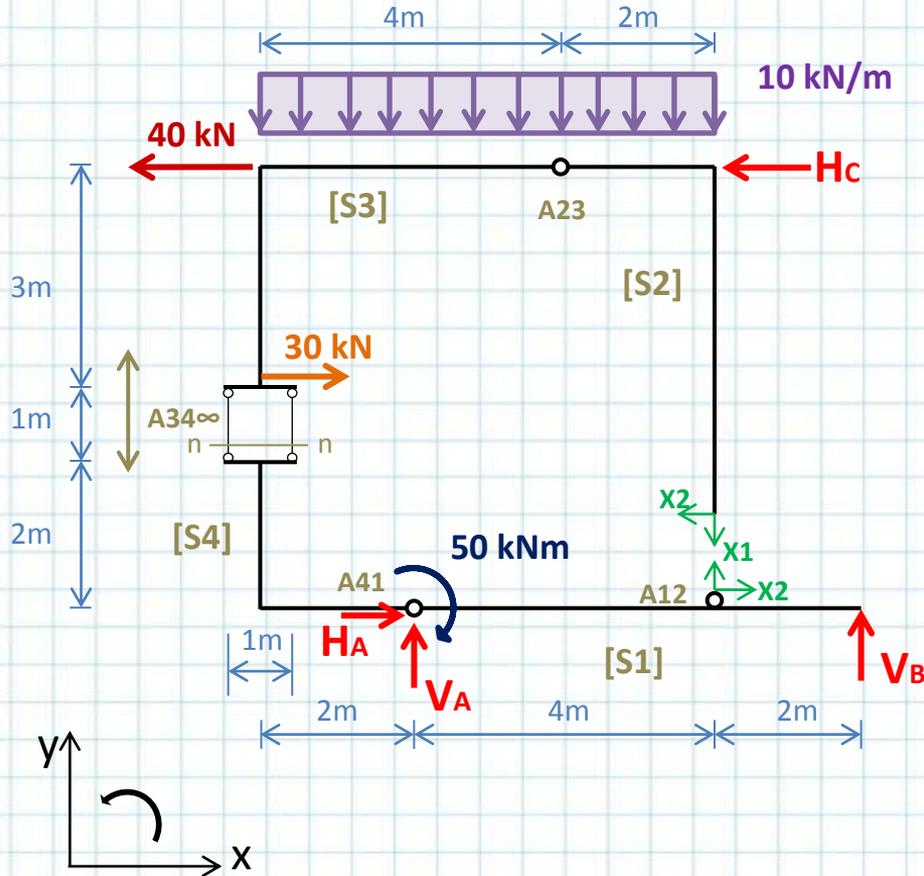


Pongo en evidencia las reacciones de vinculo externo, abro en una articulación y evidencio las reacciones de vinculo interno

TEMA

TP4

DIAGRAMAS  
2D



ECUACIONES DE EQUILIBRIO ABSOLUTO

$$\Sigma F_x = 0 \quad H_A + 30\text{kN} - 40\text{kN} - H_C = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad V_A + V_B - 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 6\text{m} = 0$$

$$\Sigma M^A = 0 \quad -50\text{kN}\cdot\text{m} + V_B \cdot 6\text{m} + H_C \cdot 6\text{m} + 40\text{kN} \cdot 6\text{m} - 30\text{kN} \cdot 3\text{m} - 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 6\text{m} \cdot 1\text{m} = 0$$

ECUACIONES DE EQUILIBRIO RELATIVO

$$\Sigma M^{A23}[S2] = 0 \quad -10 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 2\text{m} \cdot 1\text{m} - X_2 \cdot 6\text{m} - X_1 \cdot 2\text{m} = 0$$

$$\Sigma M^{A41}[S1] = 0 \quad -50\text{kN}\cdot\text{m} + V_B \cdot 6\text{m} + X_1 \cdot 4\text{m} = 0$$

$$\Sigma F_{n-n}[S3, S2] = 0 \quad 30\text{kN} - 40\text{kN} - H_C - X_2 = 0$$

Find( $H_A, V_A, V_B, H_C, X_1, X_2$ ) →

$$\begin{pmatrix} \frac{35 \cdot \text{kN}}{3} \\ \frac{205 \cdot \text{kN}}{3} \\ \frac{25 \cdot \text{kN}}{3} \\ \frac{5 \cdot \text{kN}}{3} \\ 25 \cdot \text{kN} \\ \frac{35 \cdot \text{kN}}{3} \end{pmatrix}$$

$$H_A = 11.667 \text{ kN}$$

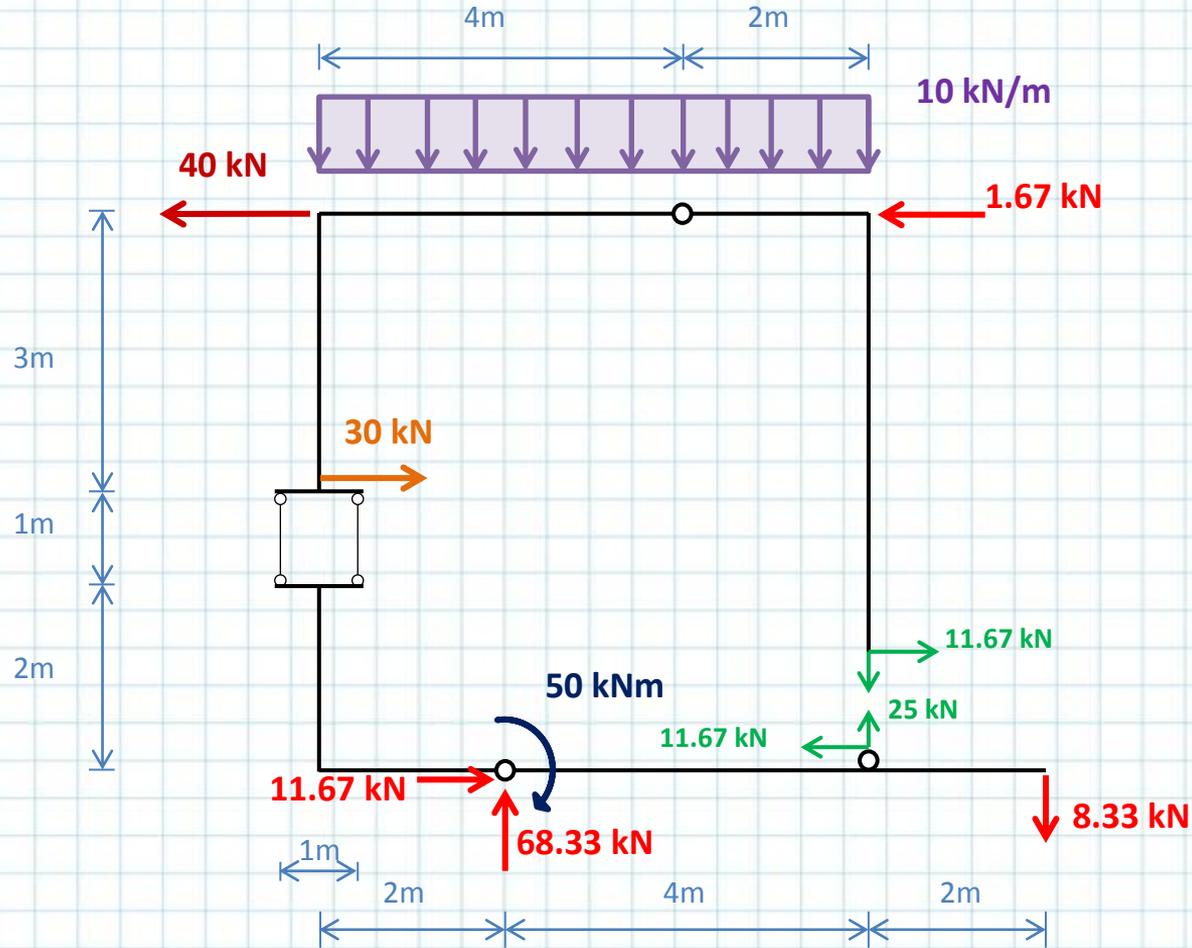
$$V_A = 68.333 \text{ kN}$$

$$V_B = -8.333 \text{ kN}$$

$$H_C = 1.667 \text{ kN}$$

$$X_1 = 25 \text{ kN}$$

$$X_2 = -11.667 \text{ kN}$$



# DIAGRAMAS DE CARACTERÍSTICAS

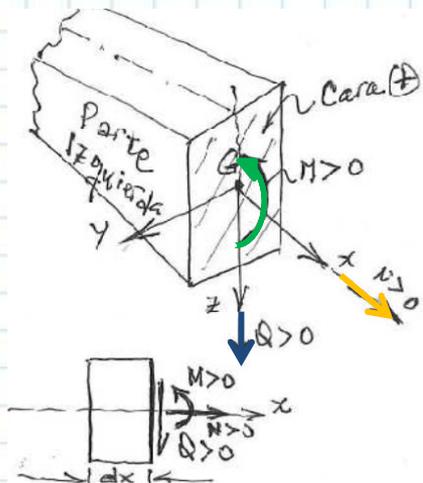
## NORMAL

TEMA

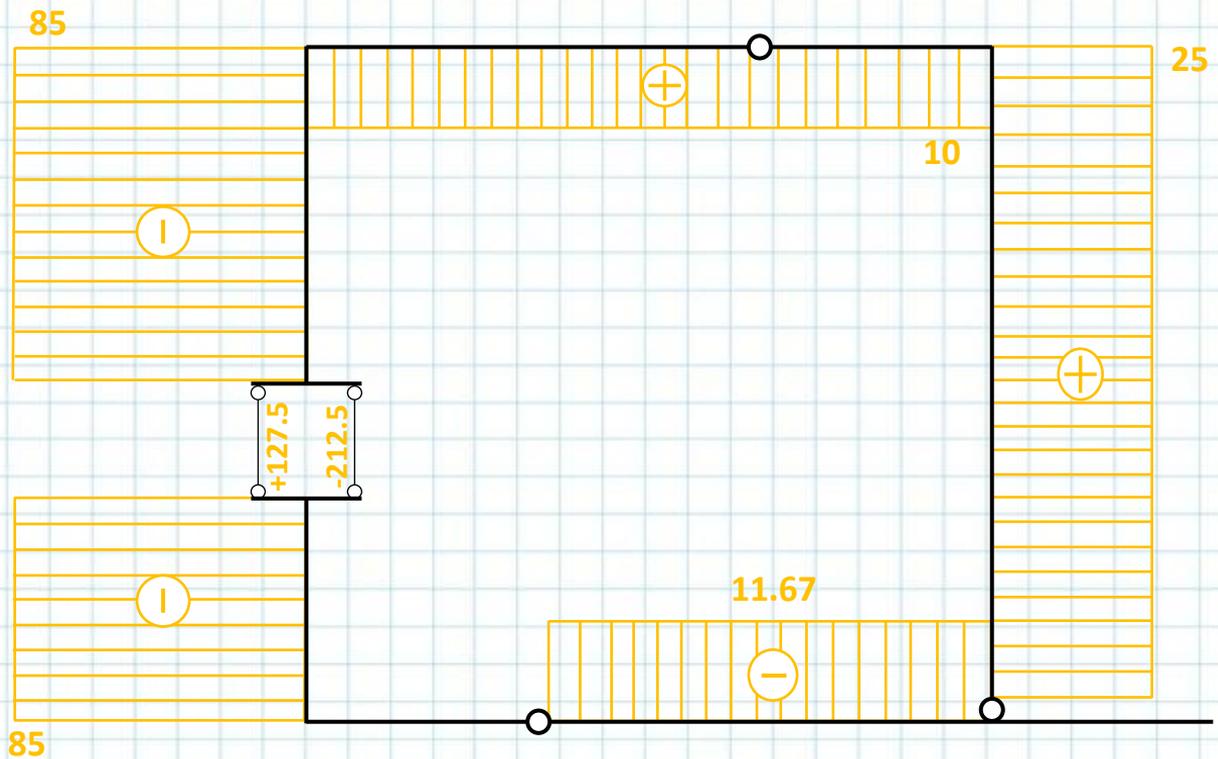
TP4

DIAGRAMAS  
2D

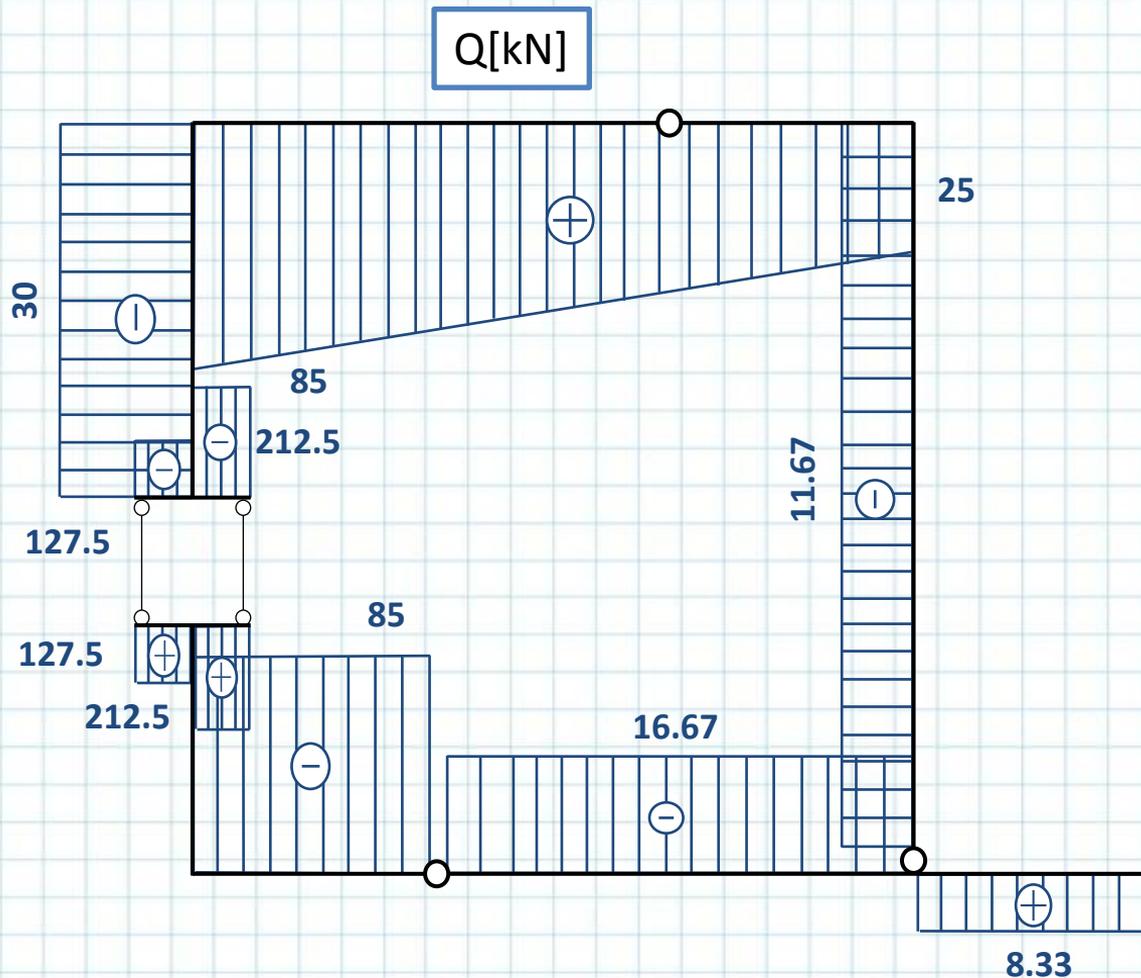
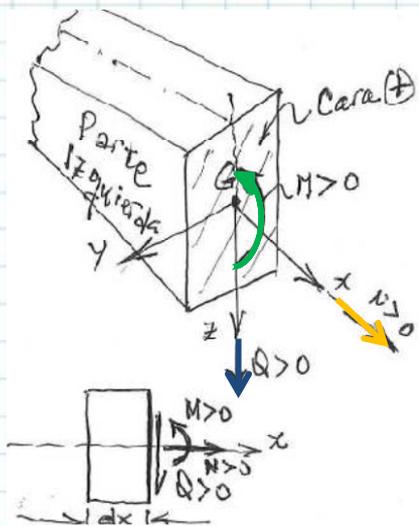
$$\frac{dN(x)}{dx} = -q(x)$$



N [kN]



$$\frac{dQ(x)}{dx} = -q_z(x)$$



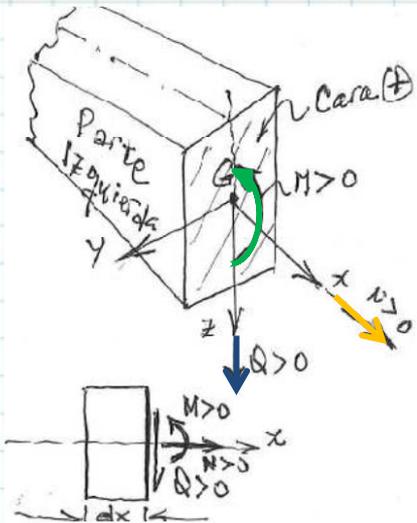
# MOMENTO FLEXOR

TEMA

TP4

DIAGRAMAS  
2D

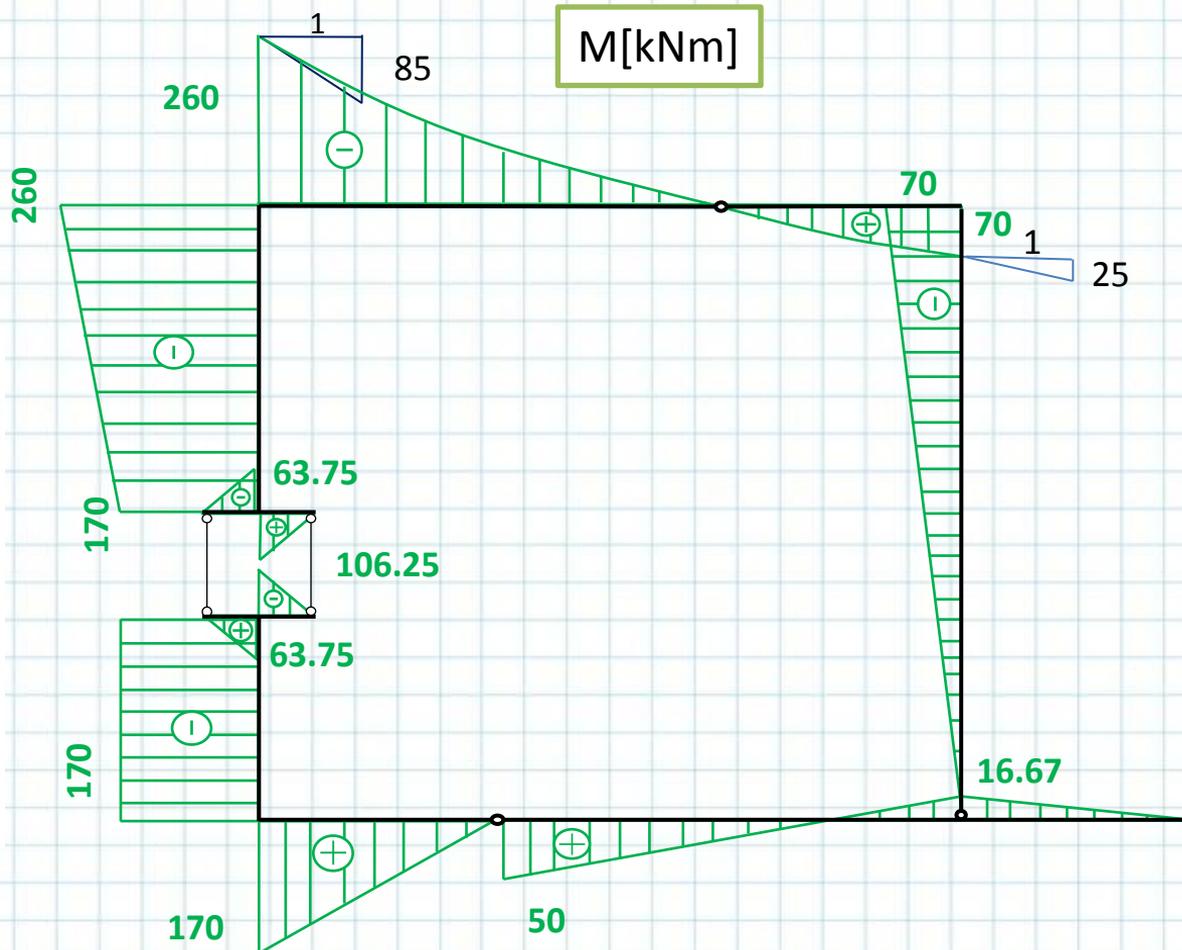
$$\frac{dM(x)}{dx} = Q(x)$$



F.I.U.B.A.  
D.T.O. ESTABILIDAD  
84.02/64.11  
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4  
PARENTE



# DESPIECE DE LA ESTRUCTURA

TEMA

TP4

DIAGRAMAS  
2D

F.I.U.B.A.  
D.T.O. ESTABILIDAD  
84.02 / 64.11  
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4  
PARENTE

