

Aplicaciones físicas

Consideremos un alambre cuya forma coincide con la de una curva $\mathcal{C}$, imagen de un camino regular $\vec{\alpha} : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$. Si $\delta(x, y)$ es la densidad en cada punto del alambre:

- Masa

$$M = \int_{\mathcal{C}} \delta(x, y) \, ds$$

- Momento estático:

- respecto del eje x $M_x = \int_{\mathcal{C}} y \, \delta(x, y) \, ds$
- respecto del eje y $M_y = \int_{\mathcal{C}} x \, \delta(x, y) \, ds$

- Coordenadas del centro de masa:

$$\bar{x} = \frac{M_y}{M} \quad \bar{y} = \frac{M_x}{M}$$

- Momento de inercia respecto a una recta L :

$$I_L = \int_{\mathcal{C}} d^2(x, y) \, \delta(x, y) \, ds$$

siendo d la distancia de un punto (x, y) del alambre a la recta L .

Consideremos un alambre cuya forma coincide con la de una curva $\mathcal{C}$, imagen de un camino regular $\vec{\alpha} : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^3$. Si $\delta(x, y, z)$ es la densidad en cada punto del alambre:

- Masa

$$M = \int_{\mathcal{C}} \delta(x, y, z) \, ds$$

- Momento estático:

- respecto del plano yz $M_{yz} = \int_{\mathcal{C}} x \, \delta(x, y, z) \, ds$
- respecto del plano xz $M_{xz} = \int_{\mathcal{C}} y \, \delta(x, y, z) \, ds$
- respecto del plano xy $M_{xy} = \int_{\mathcal{C}} z \, \delta(x, y, z) \, ds$

- Coordenadas del centro de masa:

$$\bar{x} = \frac{M_{yz}}{M} \quad \bar{y} = \frac{M_{xz}}{M} \quad \bar{z} = \frac{M_{xy}}{M}$$

- Momento de inercia respecto a un eje L :

$$I_L = \int_{\mathcal{C}} d^2(x, y, z) \, \delta(x, y, z) \, ds$$

siendo d la distancia de un punto (x, y, z) del alambre al eje L .

Consideremos una placa plana que tiene la forma de una región D contenida en $\mathbb{R}^2$, y sea $\delta(x, y)$ la densidad en cada punto de la placa

- Masa

$$M = \iint_D \delta(x, y) \, dxdy$$

- Momento estático:

- respecto del eje x $M_x = \iint_D y \delta(x, y) \, dxdy$
- respecto del eje y $M_y = \iint_D x \delta(x, y) \, dxdy$

- Coordenadas del centro de masa:

$$\bar{x} = \frac{M_y}{M} \quad \bar{y} = \frac{M_x}{M}$$

- Momento de inercia respecto a una recta L :

$$I_L = \iint_D d^2 \delta(x, y) \, dxdy$$

siendo d la distancia de un punto de la placa a la recta L .

Consideremos un sólido que tiene la forma de una región K contenida en $\mathbb{R}^3$, y sea $\delta(x, y, z)$ la densidad en cada punto del sólido.

- Masa

$$M = \iiint_K \delta(x, y, z) \, dxdydz$$

- Momento estático:

- respecto del plano yz $M_{yz} = \iiint_K x \delta(x, y, z) \, dxdydz$
- respecto del plano xz $M_{xz} = \iiint_K y \delta(x, y, z) \, dxdydz$
- respecto del plano xy $M_{xy} = \iiint_K z \delta(x, y, z) \, dxdydz$

- Coordenadas del centro de masa:

$$\bar{x} = \frac{M_{yz}}{M} \quad \bar{y} = \frac{M_{xz}}{M} \quad \bar{z} = \frac{M_{xy}}{M}$$

- Momento de inercia con respecto a un eje L :

$$I_L = \iiint_K d^2 \delta(x, y, z) \, dxdydz$$

siendo d la distancia de un punto (x, y, z) del sólido al eje L .

Consideremos una chapa que tiene la forma de una superficie S contenida en $\mathbb{R}^3$, y sea $\delta(x, y, z)$ la densidad superficial de masa.

- Masa

$$M = \iint_S \delta(x, y, z) \, dS$$

- Momento estático:

- respecto del plano yz $M_{yz} = \iint_S x \, \delta(x, y, z) \, dS$
- respecto del plano xz $M_{xz} = \iint_S y \, \delta(x, y, z) \, dS$
- respecto del plano xy $M_{xy} = \iint_S z \, \delta(x, y, z) \, dS$

- Coordenadas del centro de masa:

$$\bar{x} = \frac{M_{yz}}{M} \quad \bar{y} = \frac{M_{xz}}{M} \quad \bar{z} = \frac{M_{xy}}{M}$$

- Momento de inercia con respecto a un eje L :

$$I_L = \iint_S d^2 \, \delta(x, y, z) \, dS$$

siendo d la distancia de un punto (x, y, z) de la superficie al eje L .