

Nombre y Apellido:

Número de Padrón:

Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con 3 (tres) ejercicios bien resueltos.

Tema 1

- **Ejercicio 1.** Sean Γ la curva de ecuación $\vec{X} = (2 \cos(t), 1 + \sin(t))$, $t \in [-\pi, 0]$ y sea

$$\vec{f}(x, y) = (3x^2y + y, e^{y^5} + x^3).$$

Calcule la circulación de \vec{f} a lo largo de Γ orientada según la parametrización dada.

- **Ejercicio 2.** Halle $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ de clase $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ para que el campo

$$\vec{f}(x, y) = \varphi(x)(e^y + 2xe^y, xe^y)$$

cumpla simultáneamente lo siguiente:

1. $\vec{f}(x, y) = \nabla \phi(x, y)$ para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, para cierta ϕ de clase $\mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2)$.
2. $\vec{f}(0, 1) = (2, 0)$.

Una vez hallada φ halle todas las posibles funciones ϕ .

- **Ejercicio 3.** Sea Σ la superficie definida por las condiciones

$$x + y^2 - 1 = 0, \quad x \geq 0, \quad 0 \leq z \leq x.$$

Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (2x, y + 1, z^2)$ a través de Σ . Indique en un gráfico la orientación de Σ que eligió para el cálculo.

- **Ejercicio 4.** Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x^2 + y, g(x, z), 3 + z)$, con $g \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2)$, a través de porción de la superficie de ecuación $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$ que satisface la condición $z \geq 0$, orientada de modo que las normales tengan **tercera componente positiva**.

- **Ejercicio 5.** Calcule

$$\iiint_H y \, dx dy dz$$

siendo

$$H = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + \frac{y^2}{4} + z^2 \leq 2, \, y \geq 2 \right\}.$$