

Nombre y Apellido:

Número de Padrón:

Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con 3 (tres) ejercicios bien resueltos.

Tema 1

- **Ejercicio 1.** Calcule

$$\iint_D x^2 \, dx dy,$$

siendo D la región del primer cuadrante cuyo borde está compuesto por las líneas de campo de $\vec{f}(x, y) = (x - 2, 2y)$ y $\vec{g}(x, y) = (y, -x)$ que pasan por $(0, 2)$.

- **Ejercicio 2.** Sea Σ el triángulo de vértices $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, -1, 0)$ y $C = (0, 0, 1)$. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x^2 + y, y^2 + z, g(z))$ de clase $\mathcal{C}^1(\mathbb{R}^3)$ a lo largo del borde de Σ recorrido en el sentido $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$.
- **Ejercicio 3.** Calcule el volumen de la región del espacio que se encuentra limitada por la superficie de ecuación $z - x^2 - y^2 = 0$ y el plano $2x - 4y + z = 4$.
- **Ejercicio 4.** Sea $\vec{f}(x, y) = (x - y\varphi(2xy), 3x - x\varphi(2xy) + y^2)$ con $\varphi \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$. Calcule la circulación de \vec{f} a lo largo del arco de la curva de ecuación $4y^2 + 8y + x^2 = 0$ contenido en el semiplano $x \geq 0$ y recorrido de $(0, 0)$ a $(0, -2)$.
- **Ejercicio 5.** Sea $\vec{f} = \nabla g + \vec{h}$ con $\vec{h}(x, y, z) = (x, y^2, 8 - z)$ y sea M el cuerpo definido por: $x^2 + y^2 + z^2 \leq 10$ y $z \geq 1$.

Calcule el flujo de \vec{f} a través de ∂M orientada de forma que las normales sean salientes, sabiendo que $g \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^3)$ y

$$Hg(x, y, z) = \begin{bmatrix} -2y & -2x & 0 \\ -2x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

es su matriz hessiana.