

HOJA
1

15 DE MAYO 2020

TEMA

CUERPOS VINCULADOS – PARTE 2

TRABAJO PRÁCTICO Nº3

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

CURSO 4 – CARNICER – PARENTE

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

PRIMER CUAT. 2020
MODALIDAD ONLINE

1 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE



www.ingenieria.uba.ar

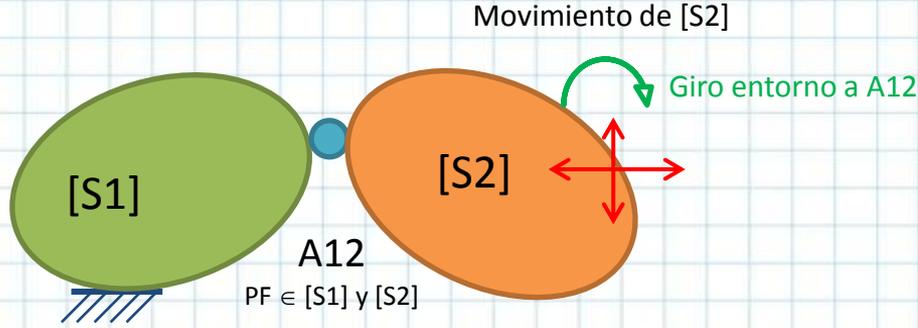
Vinculación interna - Articulaciones

Articulación propia, rotula.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Nombre	Tipo	CVI	Símbolo	Movimientos permitidos	Movimientos impedidos	Reacciones internas	Ecuación de equilibrio
ARTICULACIÓN PROPIA ROTULA	Propia	2					$\sum M^{A12} = 0$

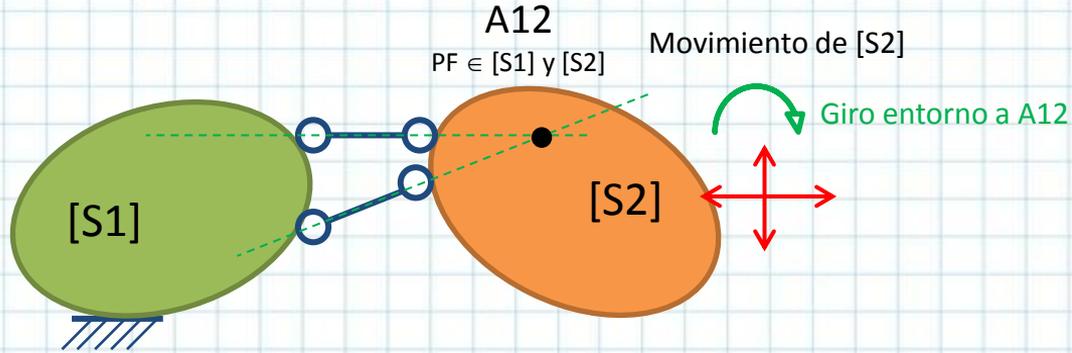
Vinculación interna - Articulaciones

Articulación propia, rotula: formada por bielas concurrentes a un punto

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Nombre	Tipo	CV I	Símbolo	Movimientos permitidos	Movimientos impedidos	Reacciones internas	Ecuación de equilibrio
ARTICULACIÓN PROPIA ROTULA	Propia	2					$\sum M^{A12} = 0$

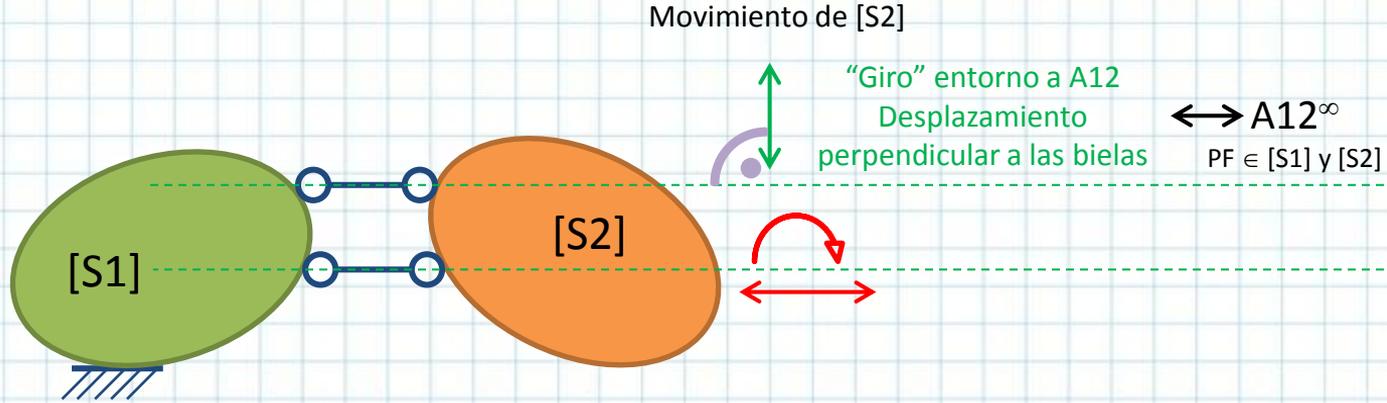
Vinculación interna - Articulaciones

Articulación impropia: formada por bielas paralelas horizontales

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Nombre	Tipo	CVI	Símbolo	Movimientos permitidos	Movimientos impedidos	Reacciones internas	Ecuación de equilibrio
ARTICULACIÓN IMPROPIA BIELAS PARALELAS HORIZONTAL	Impropia	2					$\sum F_V^{A12} = 0$

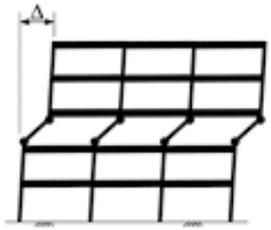
Vinculación interna - Articulaciones

Articulación impropia: formada por bielas paralelas Verticales

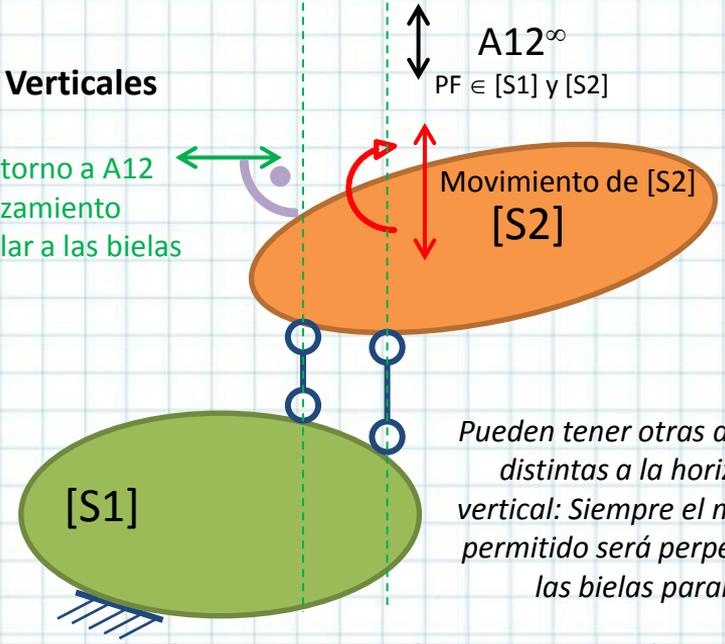
TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



"Giro" entorno a A12
Desplazamiento perpendicular a las bielas



F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Nombre	Tipo	CVI	Símbolo	Movimientos permitidos	Movimientos impedidos	Reacciones internas	Ecuación de equilibrio
ARTICULACIÓN IMPROPIA BIELAS PARALELAS VERTICALES	Impropia	2					$\sum F_H^{A12} = 0$

Cadena cinemática de n chapas abiertas

El sistema constituido por **n** chapas articuladas recibe el nombre de **cadena cinemática abierta de n chapas**.
Como vimos los dispositivos de articulación restringen dos grados de libertad al sistema.

TEMA

TP3

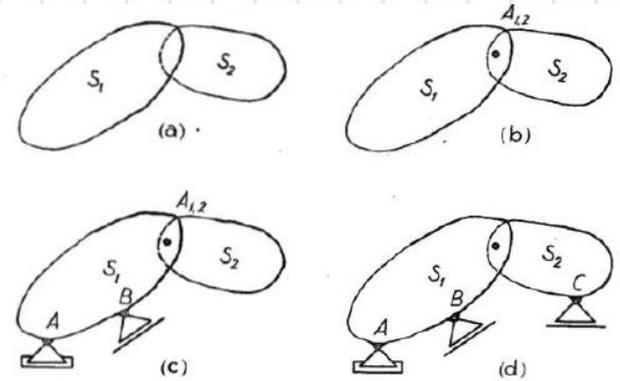
Consideremos **dos chapas [S1] y [S2], n=2**

Cada chapa tiene 3 grados de libertad, por lo que el conjunto de dos chapas tendrían 6 grados de libertad.

Vinculamos entre sí ambas chapas con una articulación relativa $A_{1,2}$, por lo que nos restringe 2 grados de libertad.

Resulta que los grados de libertad del sistema nos queda $GL=6-2=4$.

Por lo tanto necesitaremos 4 condiciones de vínculo para que el sistema sea isostático.



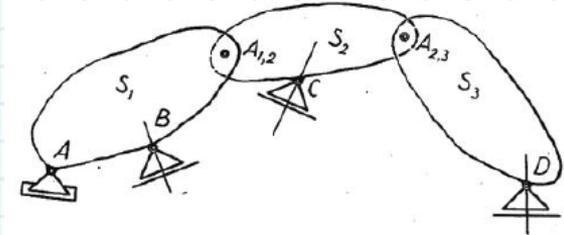
Consideremos **tres chapas [S1], [S2] y [S3], n=3**

Cada chapa tiene 3 grados de libertad, por lo que el conjunto de tres chapas tendrían 9 grados de libertad.

Vinculamos entre sí las chapas con dos articulaciones relativas $A_{1,2}$ y $A_{2,3}$, por lo que nos restringe 2 grados de libertad cada una. 4 en total.

Resulta que los grados de libertad del sistema nos queda $GL=9-4=5$.

Por lo tanto necesitaremos 5 condiciones de vínculo para que el sistema sea isostático.



Conclusión

Para una cadena cinemática abierta de n chapas, $GL = n + 2$

Para que el sistema sea isostático necesitamos $RVE = n + 2$

CUERPOS VINCULADOS

F.I.U.B.A.

D.T.O. ESTABILIDAD

84.02 / 64.11

ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

CURSO 4

PARENTE

Conclusión

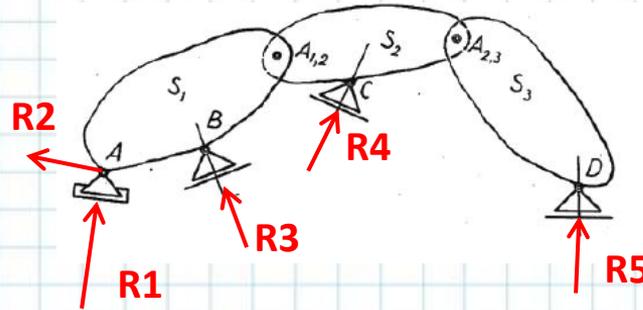
Para una cadena cinemática abierta de n chapas, $GL = n + 2$

Para que el sistema sea isostático necesitamos $RVE = n + 2$

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



n=3
GL=5
RVE=5

¿Vinculación aparente?

5 incógnitas = 5 ecuaciones

3 Equilibrio general
1 Equilibrio relativo desde A12
1 Equilibrio relativo desde A23

Si a un cadena cinemática abierta de n chapas le coloco n+2 vínculos. ¿Es suficiente?

No, es condición necesaria que $RVE=n+2$ pero no suficiente.

Debo comprobar que no hay vinculación aparente.

Supongamos que es Cinemáticamente estable y quiero hallar las reacciones n+2 vínculos. Si es un sistema plano de fuerzas NO concurrentes solo puedo plantear 3 ecuaciones ¿De donde sale el resto?

Ecuaciones de equilibrio general :3 ecuaciones.

Equilibrio relativo: puedo plantear una ecuación por cada articulación relativa.

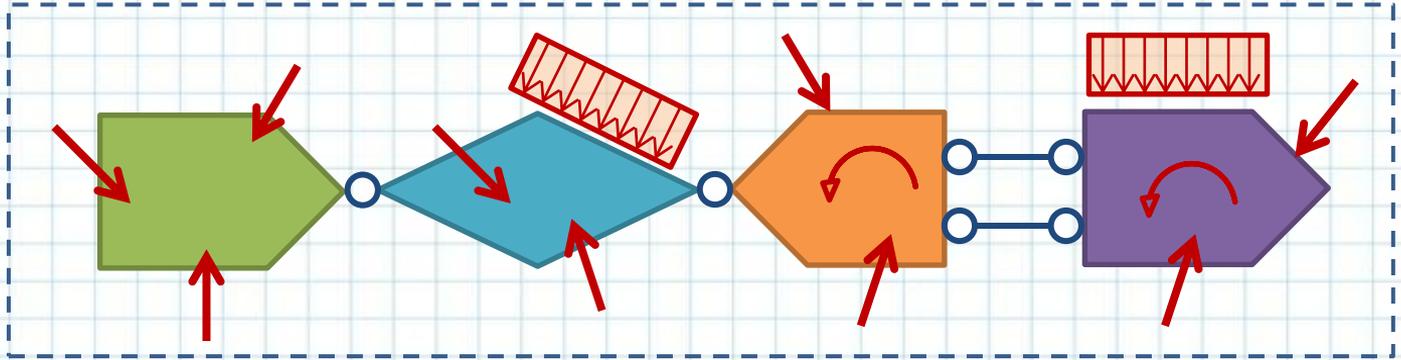
Si el todo está en equilibrio, sus partes también lo están.

TEMA

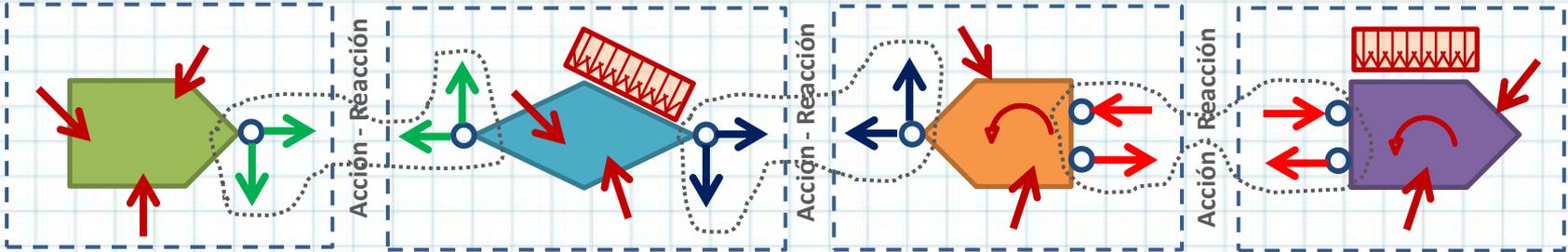
TP3

CUERPOS
VINCULADOS

Todo en
equilibrio



Partes en equilibrio



Diagramas de cuerpo libre (DCL) sistemas de fuerzas plano no concurrentes.

Cadena cinemática abierta de dos chapas

$$n=2$$

$$GL = 2 + 2 = 4$$

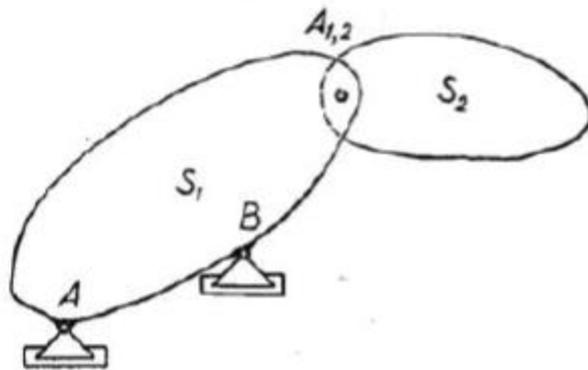
$$RVE = 2 + 2 = 4 \Rightarrow \text{Sistema isostático.}$$

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

CV sobre chapa	
[S1]	[S2]
4	0
3	1
2	2



- 1) Si pongo 4 CV a una chapa, deja de ser un sistema isostático para pasar a ser un sistema hiperestático.
- 2) La chapa [S2] sin CV puede girar entorno a la articulación A1,2. No es cinemáticamente estable.

Conclusión:

Una chapa puede tener hasta 3 CVE

Cadena cinemática abierta de dos chapas

$n=2$

$GL = 2 + 2 = 4$

$RVE = 2 + 2 = 4 \Rightarrow$ Sistema isostático

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

CV sobre chapa	
[S1]	[S2]
3	1
2	2

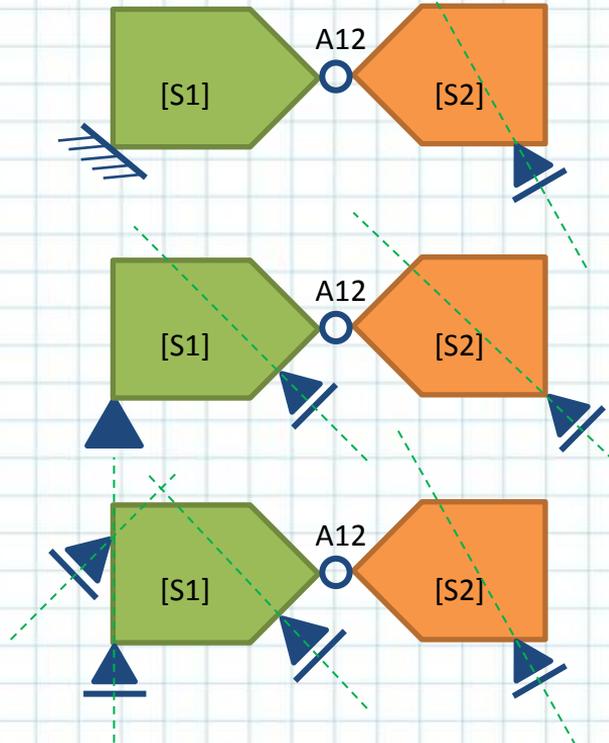
Las 3 CVE en [S1] puede estar compuesta por:

- a) Un empotramiento
- b) Un fijo y un móvil
- c) Tres móviles

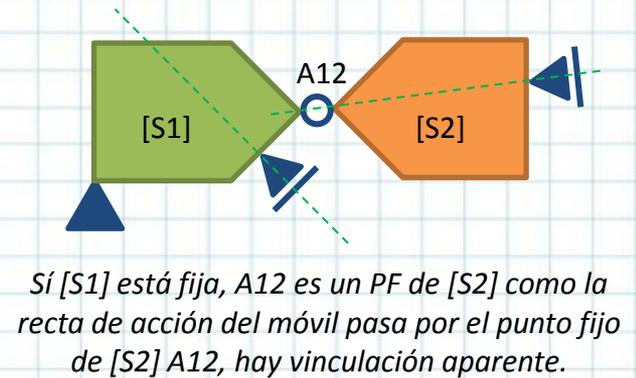
La CVE en [S2]

- a) Un móvil

Sin vinculación aparente
Cinématicamente estable



Con vinculación aparente



Sí [S1] está fija, A12 es un PF de [S2] como la recta de acción del móvil pasa por el punto fijo de [S2] A12, hay vinculación aparente.

Cadena cinemática abierta de dos chapas

$n=2$

$GL = 2 + 2 = 4$

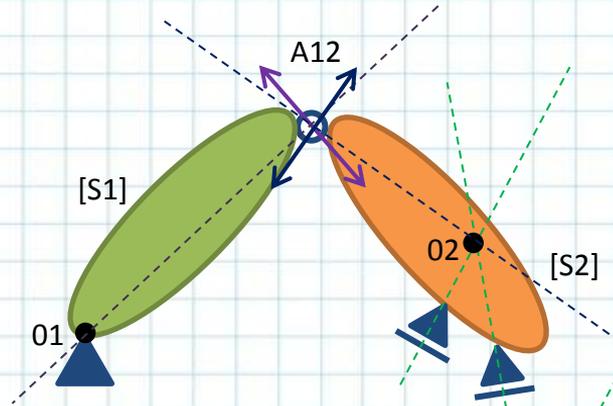
$RVE = 2 + 2 = 4 \Rightarrow$ Sistema isostático

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

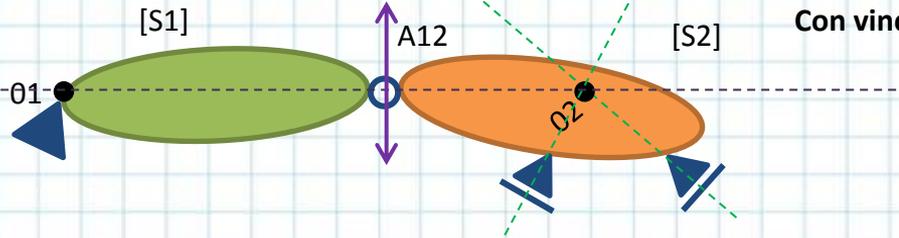
CV sobre chapa	
[S1]	[S2]
3	1
2	2



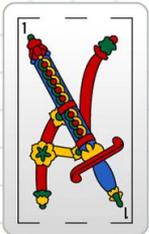
Sin vinculación aparente
Cinemáticamente estable

Las 2 CVE en [S1] y [S2] pueden estar compuesta por:

- a) Un fijo
- b) Dos móviles



Con vinculación aparente



Quando tengamos una cadena cinemática abierta de dos chapas conectadas con una articulación (propia o impropia) y cada de una de ella tenga dos condiciones de vínculo (un punto fijo o polo) vamos a llamarlo **ARCO DE TRES ARTICULACIONES o ARCO TRIARTICULADO** y la condición para que **no exista vinculación aparente** es que las articulaciones (polos + articulación) **NO ESTEN ALINEADAS**.

Cadena cinemática abierta de dos chapas

$n=2$

$GL = 2 + 2 = 4$

$RVE = 2 + 2 = 4 \Rightarrow$ Sistema isostático

TEMA

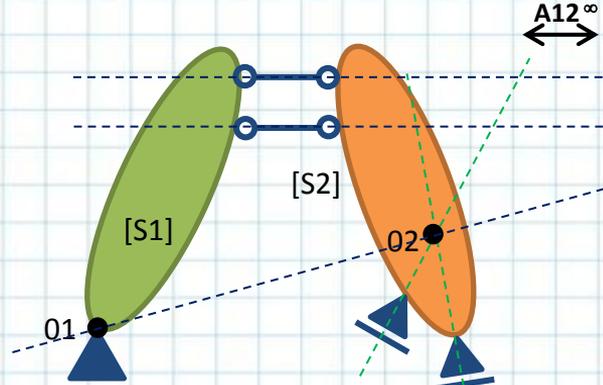
TP3

CUERPOS
VINCULADOS

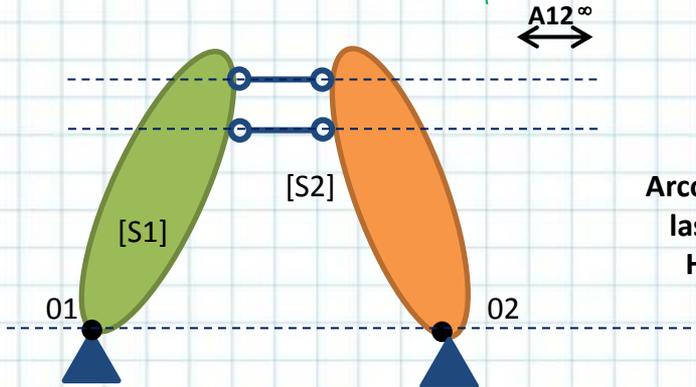
CV sobre chapa	
[S1]	[S2]
3	1
2	2

Las 2 CVE en [S1] y [S2] pueden estar compuesta por:

- a) Un fijo
- b) Dos móviles



Arco de tres articulaciones sin las articulaciones alineadas.
Sin vinculación aparente
Cinemáticamente estable

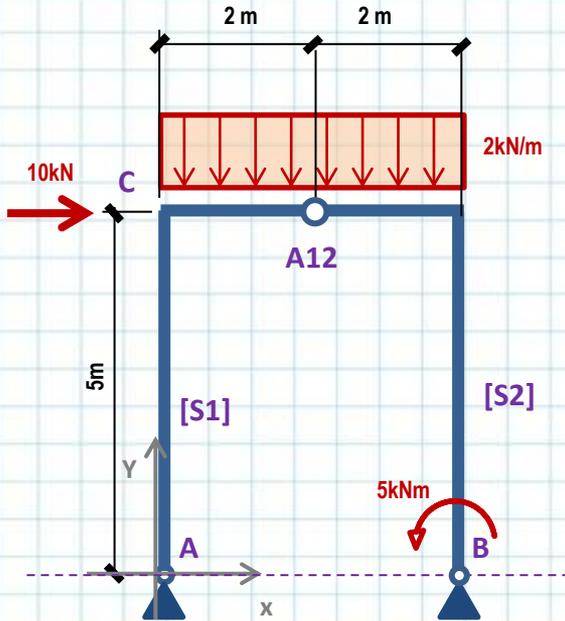


Arco de tres articulaciones CON las articulaciones alineadas.
HAY vinculación aparente

Cadena cinemática abierta de dos chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre



a) Análisis cinemático:

$n=2$, $GL=4$, $RVE=4$: Un fijo en A (2) y un fijo en B (2) por lo tanto sistema isostático. Estamos en presencia de un arco de tres articulaciones con sus articulaciones no alineadas por lo que no hay vinculación aparente. El sistema es cinemáticamente estable.

b) Reacciones de vínculo externo:

Primero vamos a poner en evidencia las reacciones de acuerdo a los apoyos. También elegimos un sistema de referencia.

Planteo de ecuaciones de equilibrio general y relativo

$$\sum F_x = 0 \quad \text{Equilibrio general}$$

Sistema plano de fuerzas no concurrentes: 3 Ecuaciones.

$$\sum F_y = 0 \quad \text{En general, dos de proyección en los ejes coordenados y}$$

$$\sum M^A = 0 \quad \text{una de momento respecto a un punto.}$$

Aquí participa todo el sistema de fuerzas.

$$\sum M_{[s1]}^{A12} = 0 \vee \sum M_{[s2]}^{A12} = 0$$

Equilibrio relativo

Ecuación que nos da la articulación entre chapas.

¿Por qué momento? Por que es un articulación propia.

¿Las dos? No solo una, momentos desde A12 de las fuerzas que están sobre S1 o S2. Participan solo las fuerzas que están sobre la chapa elegida.

Si tomo las dos, el sistema de ecuaciones de convierte en indeterminado. Hay combinación lineal.

Cadena cinemática abierta de dos chapas

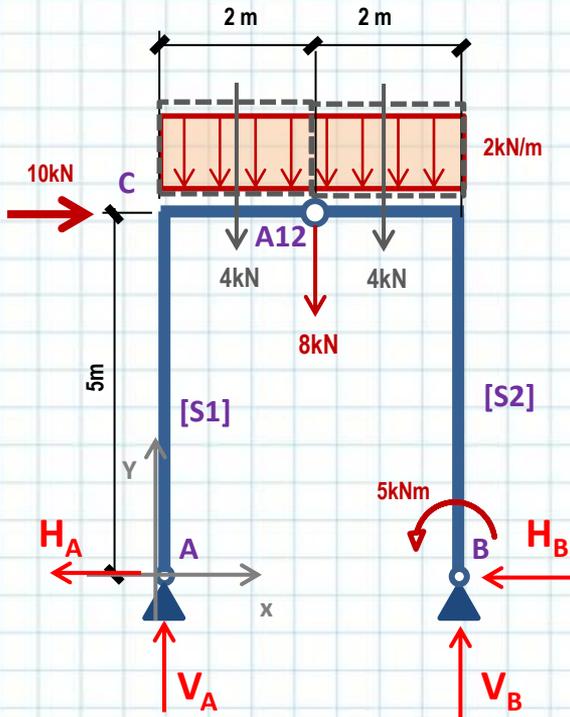
Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



$$\sum F_x = 10kN - H_A - H_B = 0$$

$$\sum F_y = -4m \cdot 2 \frac{kN}{m} + V_A + V_B = 0$$

$$\sum M^A = -5m \cdot 10kN - 2m \cdot 4m \cdot 2 \frac{kN}{m} + 5kNm + 4m \cdot V_B = 0$$

$$\Rightarrow V_B = 15.25kN \therefore V_A = -7.25kN$$

$$\sum M_{[s1]}^{A12} = +1m \cdot 4kN - 2m \cdot V_A - 5m \cdot H_A = 0$$

$$\text{ó} \quad \sum M_{[s1]}^{A12} + \sum M_{[s2]}^{A12} = \sum M_{[TODO]}^{A12}$$

~~$$\sum M_{[s2]}^{A12} = -1m \cdot 4kN + 5kNm - 5m \cdot H_B + 2m \cdot V_B = 0$$~~

$$\sum M_{[s1]}^{A12} = +1m \cdot 4kN - 2m \cdot V_A - 5m \cdot H_A = 0$$

$$H_A = 3.7kN \therefore H_B = 6.3kN$$

Cadena cinemática abierta de dos chapas

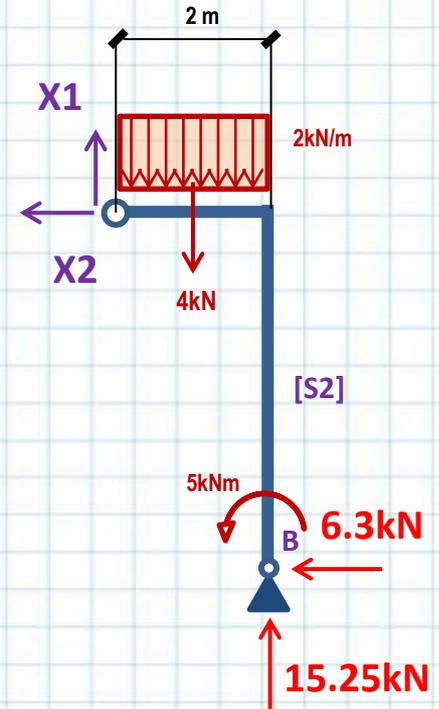
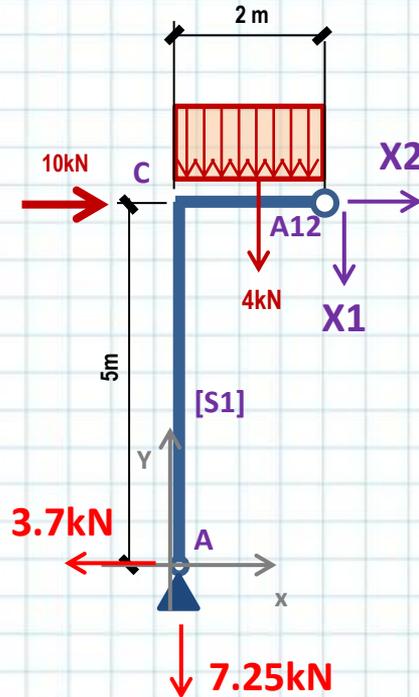
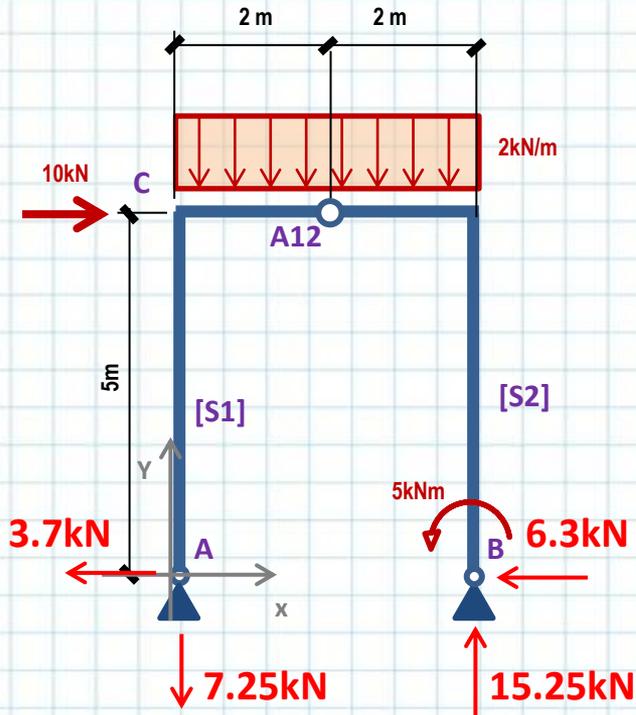
Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



$$\sum F_x = -3.7\text{kN} + 10\text{kN} + X_2 = 0 \Rightarrow X_2 = -6.3\text{kN}$$

$$\sum F_y = -4\text{kN} - 7.25\text{kN} - X_1 = 0 \Rightarrow X_1 = -11.25\text{kN}$$

$$\text{Chequeo} \Rightarrow \sum M^C = -2\text{m} \cdot X_1 - 1\text{m} \cdot 4\text{kN} - 5\text{m} \cdot 3.7\text{kN} = 0$$

Cadena cinemática abierta de dos chapas

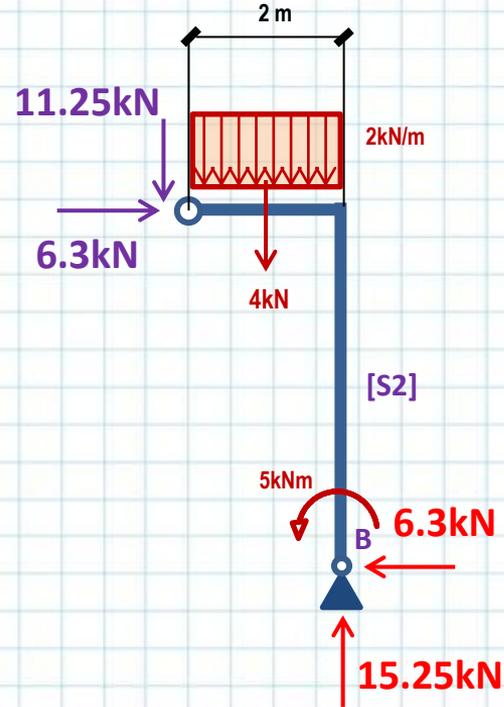
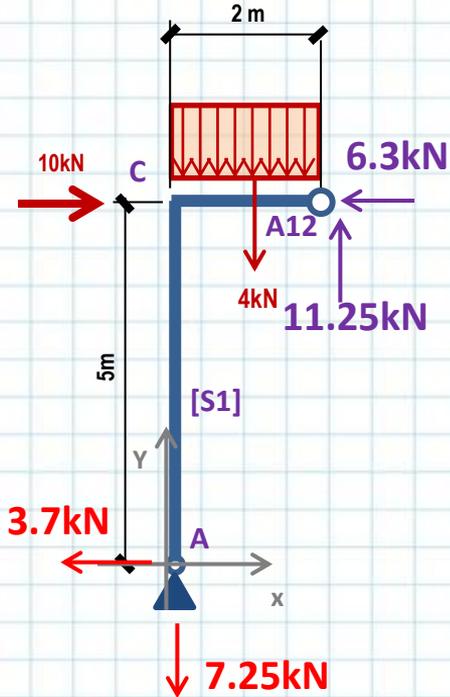
Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Chequeo

$$\sum F_x = -6.3kN + 6.3kN = 0$$

$$\sum F_y = -4kN - 11.25kN + 15.25kN = 0$$

$$\sum M^B = +5kNm + 1m \cdot 4kN + 2m \cdot 11.25kN - 5m \cdot 6.3kN = 0$$

Cadena cinemática abierta de dos chapas

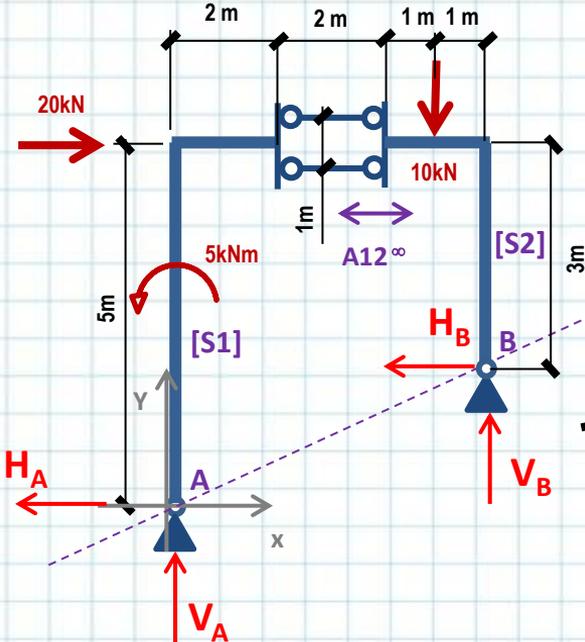
Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCLADOS



a) Análisis cinemático:

$n=2$, $GL=4$, $RVE=4$: Un fijo en A (2) y un fijo en B (2) por lo tanto sistema isostático.
 Estamos en presencia de un arco de tres articulaciones con sus articulaciones no alineadas por lo que no hay vinculación aparente.
 El sistema es cinemáticamente estable.

b) Reacciones de vínculo externo:

Primero vamos a poner en evidencia las reacciones de acuerdo a los apoyos. También elegimos un sistema de referencia.
 Planteo de ecuaciones de equilibrio general y relativo

$$\sum F_x = 20kN - H_A - H_B = 0$$

$$\sum F_y = 10kN + V_A + V_B = 0$$

$$\sum M^A = -5m \cdot 20kN - 5m \cdot 10kN + 5kNm + 6m \cdot V_B + 2m \cdot H_B = 0$$

~~$$\sum F_{v_{[S1]}^{A12}} = 0 \vee \sum F_{v_{[S2]}^{A12}} = 0$$~~

$$\sum F_{v_{[S2]}^{A12}} = -10kN + V_B = 0 \Rightarrow V_B = 10kN \therefore V_A = 0kN$$

$$H_B = 42.5kN \therefore H_A = -22.5kN$$

Cadena cinemática abierta de dos chapas

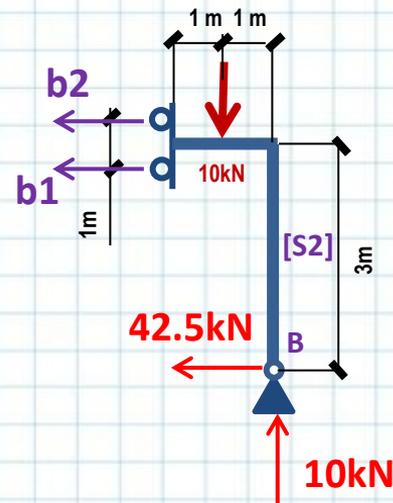
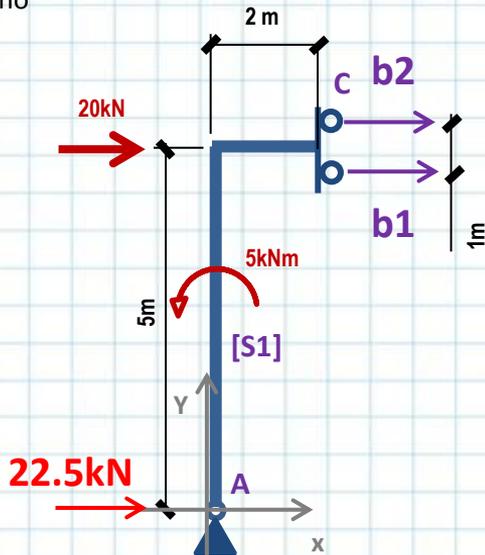
Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

$$\sum F_x = 20kN + 22.5kN + b1 + b2 = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M^c = +1m \cdot b1 + 5kNm + 5.5m \cdot 22.5kN + 0.5m \cdot 20kN = 0$$

$$b1 = -138.75kN \therefore b2 = 96.25kN$$

Cadena cinemática abierta de dos chapas

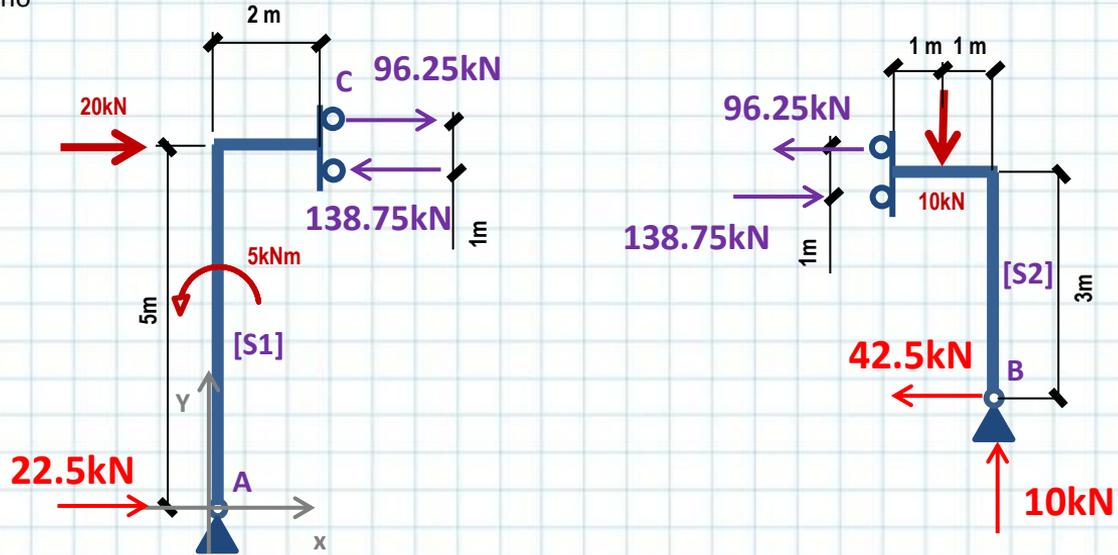
Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



F.I.U.B.A.

DTO. ESTABILIDAD

84.02 /64.11

ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

CURSO 4

PARENTE

$$\sum F_x = -96.25kN + 138.75kN - 42.5kN = 0$$

$$\sum F_y = -10kN + 10kN = 0$$

$$\sum M^B = +3.5m \cdot 96.25kN - 2.5m \cdot 138.75kN + 1m \cdot 10kNm = 0$$

Cadena cinemática abierta de dos chapas

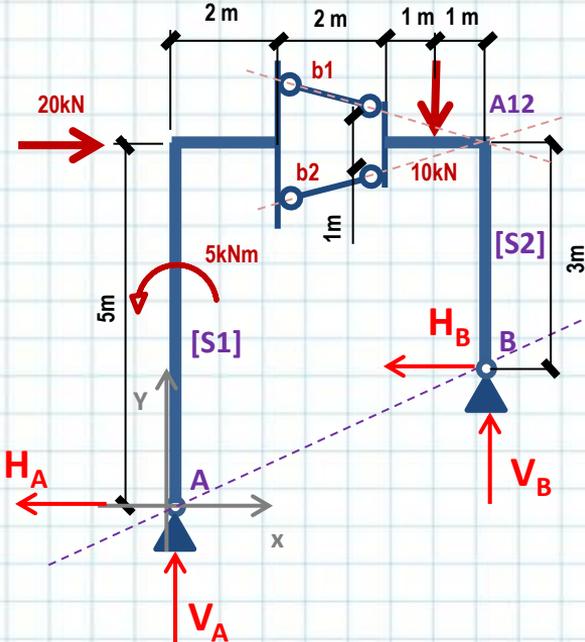
Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCLADOS



a) Análisis cinemático:

$n=2$, $GL=4$, $RVE=4$: Un fijo en A (2) y un fijo en B (2) por lo tanto sistema isostático.
 Estamos en presencia de un arco de tres articulaciones con sus articulaciones no alineadas por lo que no hay vinculación aparente.
 El sistema es cinemáticamente estable.

b) Reacciones de vínculo externo:

Primero vamos a poner en evidencia las reacciones de acuerdo a los apoyos. También elegimos un sistema de referencia.
 Planteo de ecuaciones de equilibrio general y relativo

$$\sum F_x = 20kN - H_A - H_B = 0$$

$$\sum F_y = 10kN + V_A + V_B = 0$$

$$\sum M^A = -5m \cdot 20kN - 5m \cdot 10kN + 5kNm + 6m \cdot V_B + 2m \cdot H_B = 0$$

~~$$\sum M_{[S1]}^{A12} = 0 \vee \sum M_{[S2]}^{A12} = 0$$~~

$$\sum M_{[S2]}^{A12} = +1m \cdot 10kN - 3m \cdot H_B = 0 \Rightarrow H_B = 3.3kN \therefore H_A = 16.7kN$$

$$V_B = 23.07kN \therefore V_A = -13.07kN$$

$$b1 = -28.63kN \wedge b2 = 25.2kN$$

Cadena cinemática abierta de tres chapas

$n=3$

$GL = 3 + 2 = 5$

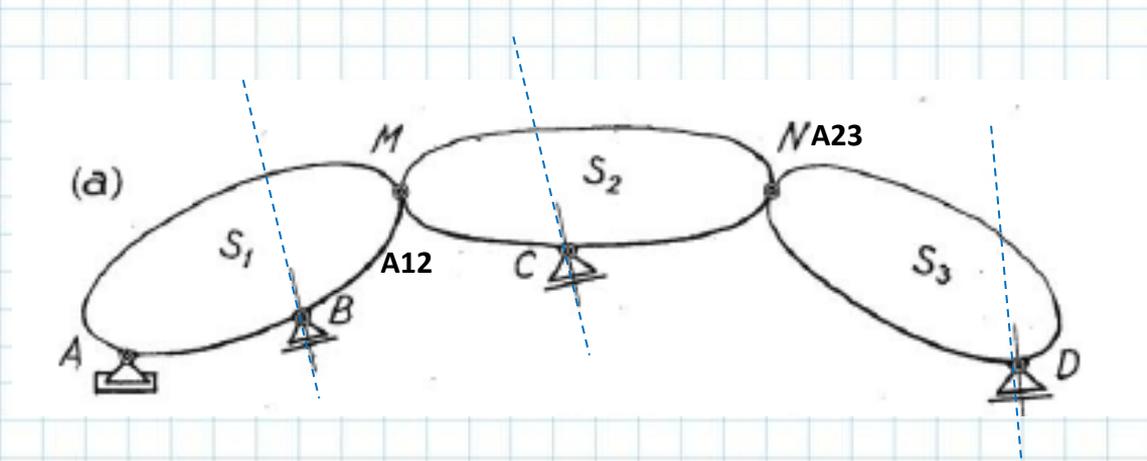
$RVE = 3 + 2 = 5 \Rightarrow$ Sistema isostático

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

CV sobre chapa		
[S1]	[S2]	[S4]
3	1	1
2	2	1
3	0	2
1	3	1
2	1	2



Recta de acción de móvil B no pasa por A entonces [S1] Fija

A12 PF

Recta de acción de móvil C no pasa por A12, [S2] Fija.

A23 PF

Recta de acción de móvil D no pasa por A23, [S3] Fija.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática abierta de tres chapas

$n=3$

$GL = 3 + 2 = 5$

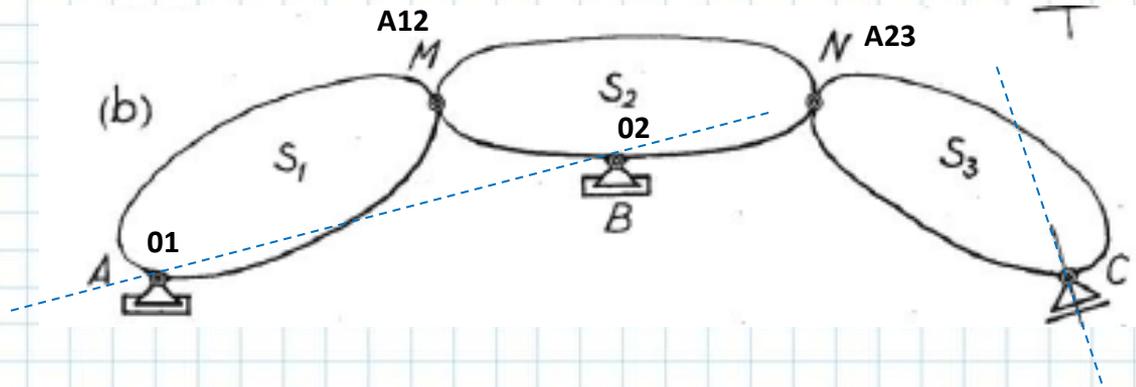
$RVE = 3 + 2 = 5 \Rightarrow$ Sistema isostático

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

CV sobre chapa		
[S1]	[S2]	[S4]
3	1	1
2	2	1
3	0	2
1	3	1
2	1	2



$[S1]$ y $[S2]$ forman un arco de tres articulaciones no alineadas por lo tanto $[S1]$ y $[S2]$ están fijas.

A23 PF

Recta de acción de móvil C no pasa por A23, $[S3]$ Fija.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática abierta de tres chapas

$n=3$

$GL = 3 + 2 = 5$

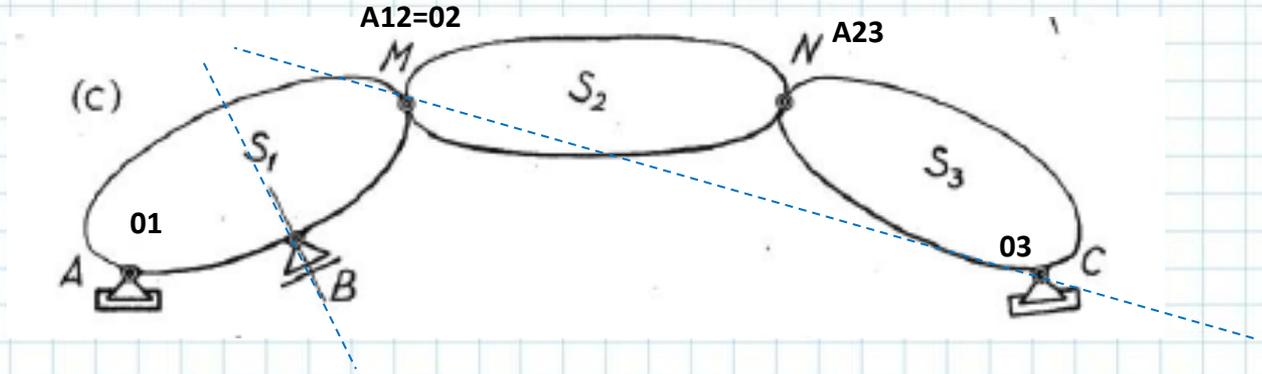
$RVE = 3 + 2 = 5 \Rightarrow$ Sistema isostático

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

CV sobre chapa		
[S1]	[S2]	[S4]
3	1	1
2	2	1
3	0	2
1	3	1
2	1	2



Recta de acción de móvil B no pasa por A entonces [S1] está fija.

A12 PF

[S2] y [S3] forman un arco de tres articulaciones no alineadas por lo tanto [S2] y [S3] están fijas.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática abierta de tres chapas

$n=3$

$GL = 3 + 2 = 5$

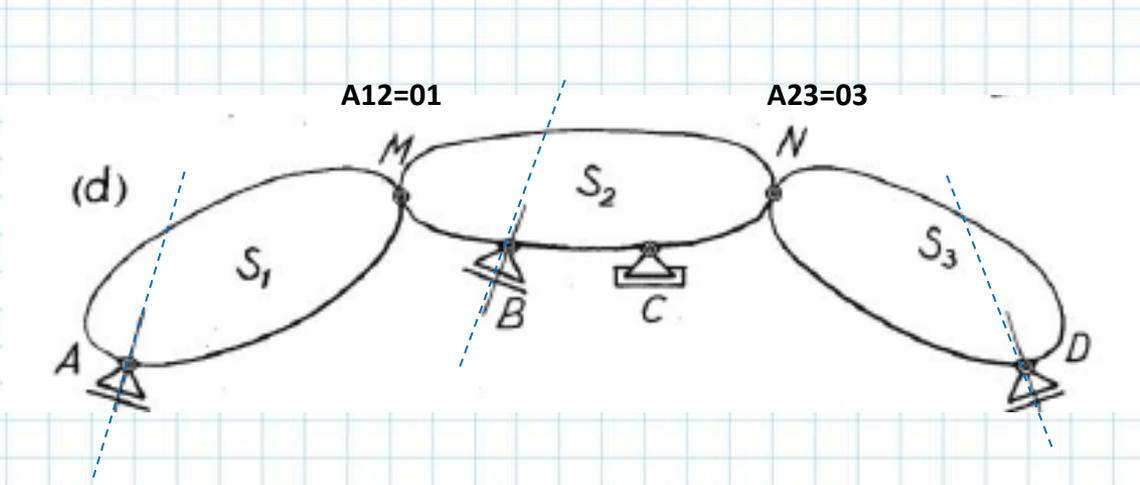
$RVE = 3 + 2 = 5 \Rightarrow$ Sistema isostático

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

CV sobre chapa		
[S1]	[S2]	[S4]
3	1	1
2	2	1
3	0	2
1	3	1
2	1	2



Recta de acción de móvil B no pasa por C entonces [S2] está fija.

A12 y A23 son PF

Recta de acción de móvil A no pasa por 01 entonces [S1] está fija.

Recta de acción de móvil D no pasa por 03 entonces [S1] está fija.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática abierta de tres chapas

$n=3$

$GL = 3 + 2 = 5$

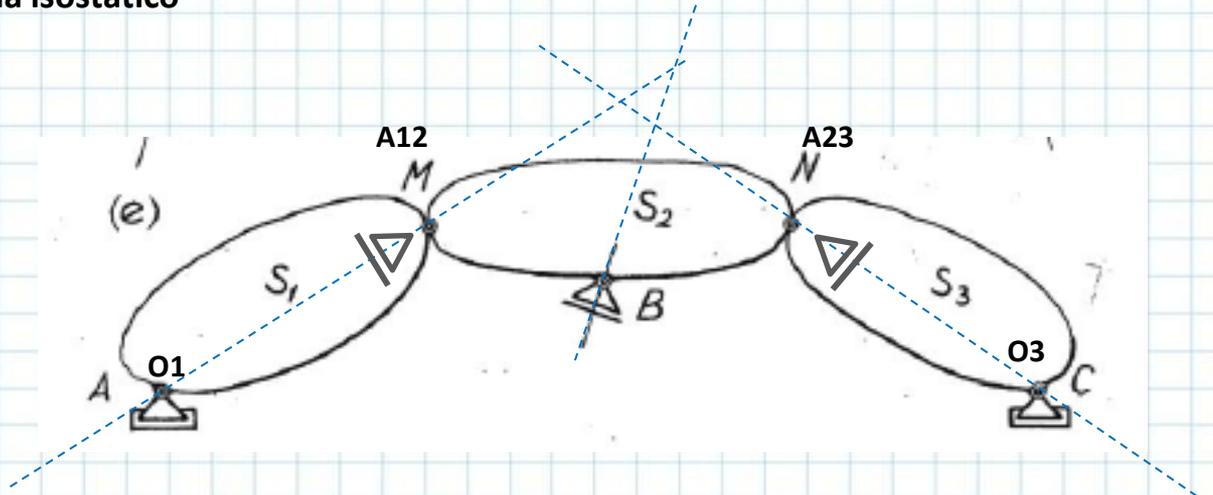
$RVE = 3 + 2 = 5 \Rightarrow$ Sistema isostático

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

CV sobre chapa		
[S1]	[S2]	[S4]
3	1	1
2	2	1
3	0	2
1	3	1
2	1	2



[S1] tiene fijo, un PF o polo en A, por lo que aporta un móvil (biela) ficticio a [S2] en la articulación A12.

[S3] tiene fijo, un PF o polo en C, por lo que aporta un móvil (biela) ficticio a [S2] en la articulación A23.

[S2] tiene 3 móviles con sus rectas de acción no concurrentes a un punto, por lo tanto está fija.

A12 y A23 son PF

[S1] y [S3] tienen dos PF, están fijas.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática abierta de tres chapas

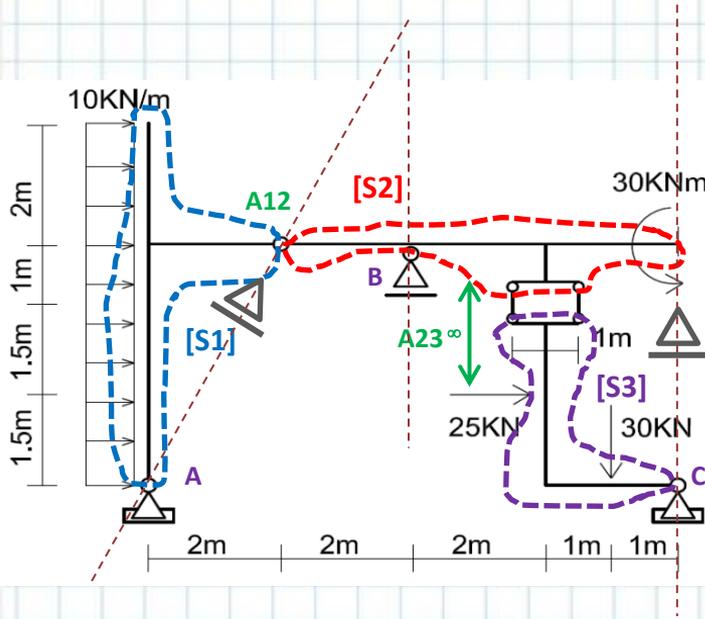
Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



a) Análisis cinemático:

$n=3$, $GL=5$, $RVE=5$: Un fijo en A (2), Un móvil en B (1) y un fijo en C (2) por lo tanto sistema isostático.

[S1] tiene un fijo, un PF o polo en A, por lo que aporta un móvil (biela) ficticio a [S2] en la articulación A12.

[S3] tiene fijo, un PF o polo en C, por lo que aporta un móvil (biela) ficticio a [S2] en la articulación A23 impropia.

[S2] tiene 3 móviles con sus rectas de acción no concurrentes a un punto, por lo tanto está fija.

A12 y A23 son PF

[S1] y [S3] tienen dos PF, están fijas.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática abierta de tres chapas

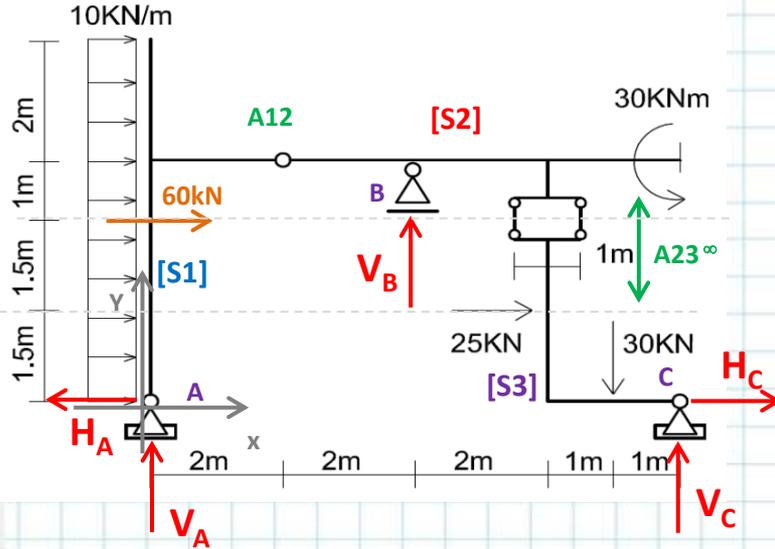
Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



b) Reacciones de vínculo externo:

Primero vamos a poner en evidencia las reacciones de acuerdo a los apoyos. También elegimos un sistema de referencia. Planteo de ecuaciones de equilibrio general y relativo

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 60kN + 25kN - H_A + H_C = 0 \\ \sum F_y &= -30kN + V_A + V_B + V_C = 0 \\ \sum M^A &= -3m \cdot 60kN - 1.5m \cdot 25kN - 7m \cdot 30kN + 30kNm + 4m \cdot V_B + 8m \cdot V_C = 0 \\ \sum M_{[S1]}^{A12} &= 0 \vee \sum M_{[S1,S2]}^{A12} = 0 \\ \sum M_{[S1]}^{A12} &= +1m \cdot 60kN - 2m \cdot V_A - 4m \cdot H_A = 0 \\ \sum Fh_{[S3]}^{A23} &= 0 \vee \sum Fh_{[S1,S2]}^{A23} = 0 \\ \sum Fh_{[S3]}^{A23} &= 25kN + H_C = 0 \end{aligned}$$

$$H_C = -25kN$$

$$H_A = 60kN$$

$$V_A = -90kN$$

$$V_C = -20.625kN$$

$$V_B = 140.625kN$$

Cadena cinemática abierta de tres chapas

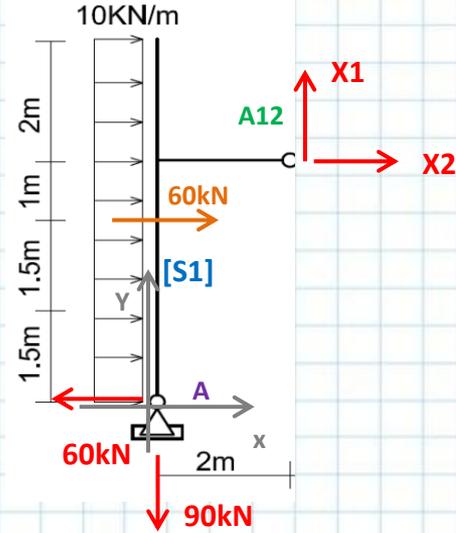
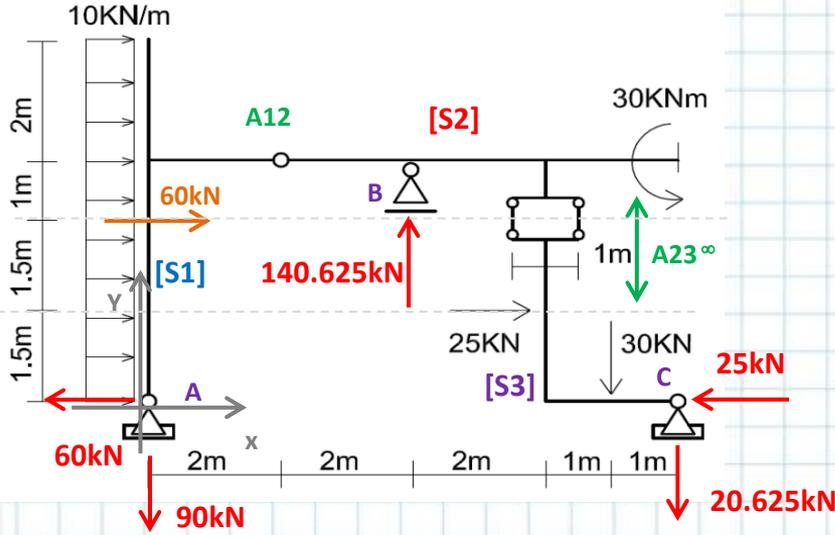
Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



$$\sum F_x = -60kN + 60kN + X_2 = 0 \Rightarrow X_2 = 0$$

$$\sum F_y = -90kN + X_1 = 0 \Rightarrow X_1 = 90kN$$

$$\sum M^A = -3m \cdot 60kN + 2m \cdot 90kN = 0$$

Cadena cinemática abierta de tres chapas

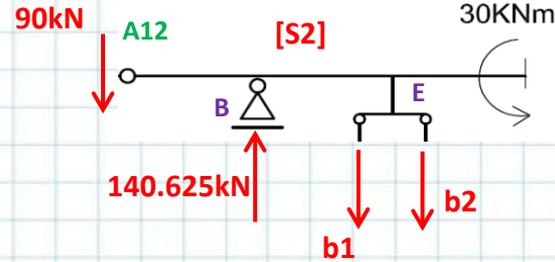
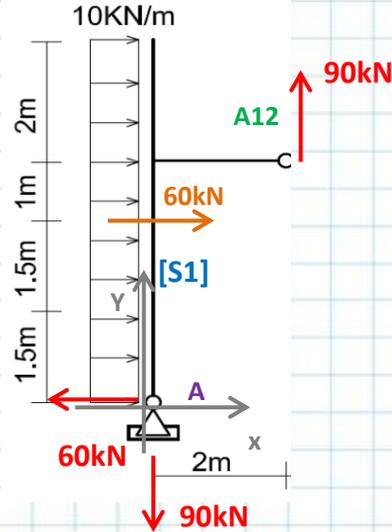
Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = -90\text{kN} + 140.625\text{kN} - b_1 - b_2 = 0$$

$$\sum M^E = +4.5\text{m} \cdot 90\text{kN} - 2.5\text{m} \cdot 140.625\text{kN} + 30\text{kNm} + 1\text{m} \cdot b_1 = 0$$

$$b_1 = -83.44\text{kN}$$

$$b_2 = 134.07\text{kN}$$

Cadena cinemática abierta de tres chapas

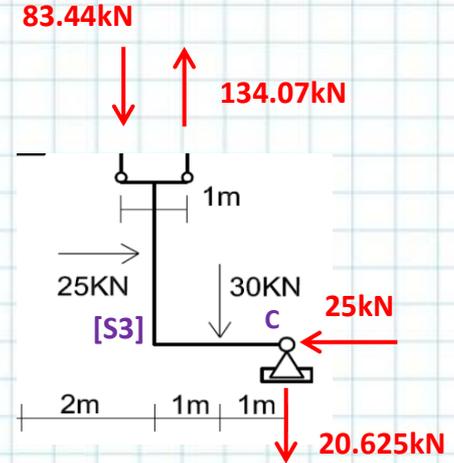
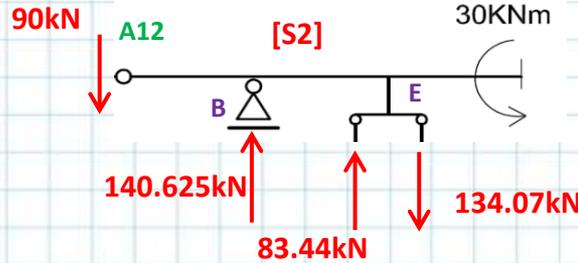
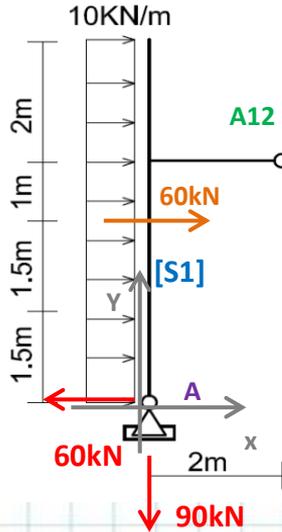
Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

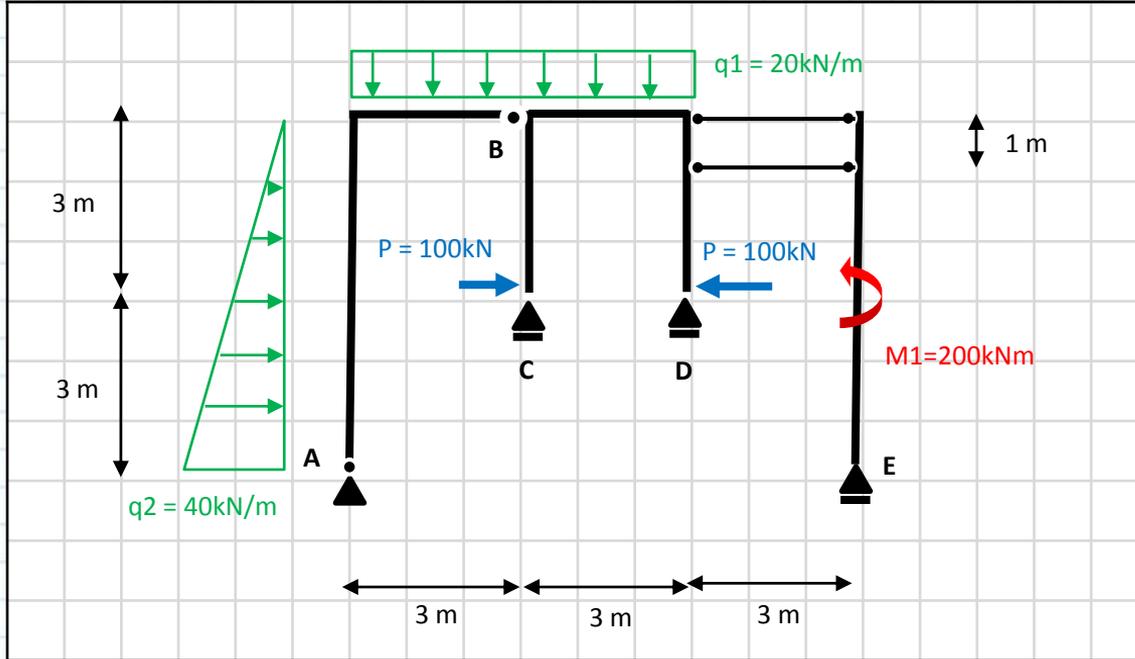
$$\sum F_x = 25\text{kN} - 25\text{kN} = 0$$

$$\sum F_y = -83.44\text{kN} + 134.07\text{kN} - 30\text{kN} - 20.625\text{kN} = 0$$

$$\sum M^C = +2.5\text{m} \cdot 83.44\text{kN} - 1.5\text{m} \cdot 134.07\text{kN} - 1.5\text{m} \cdot 25\text{kN} + 1\text{m} \cdot 30\text{kN} = 0$$

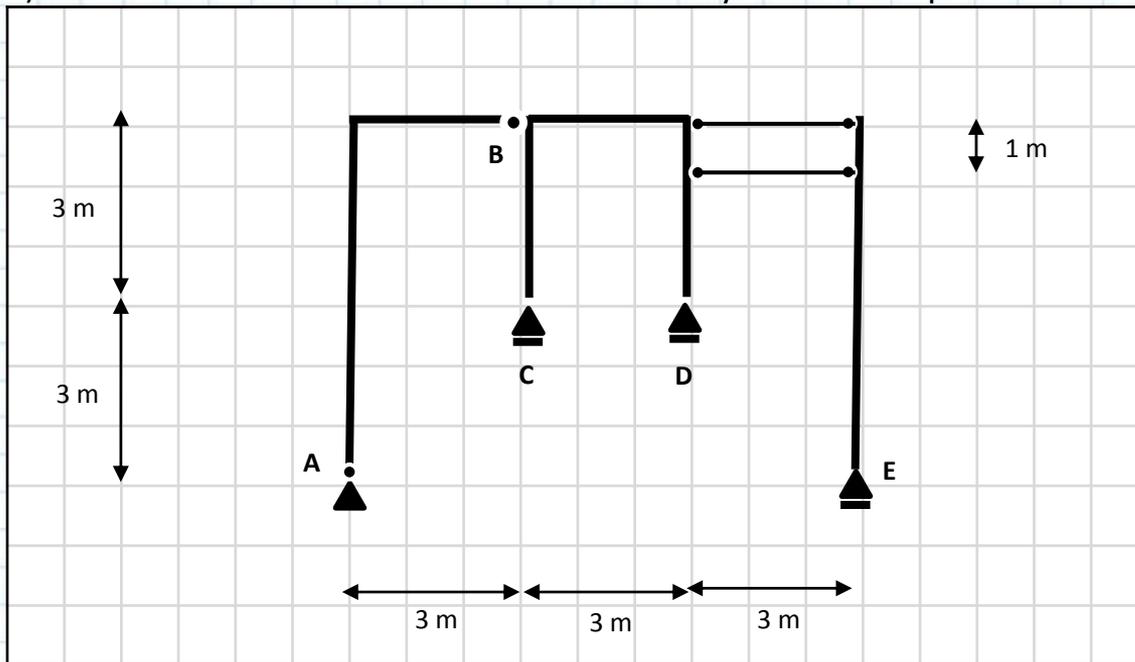
Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



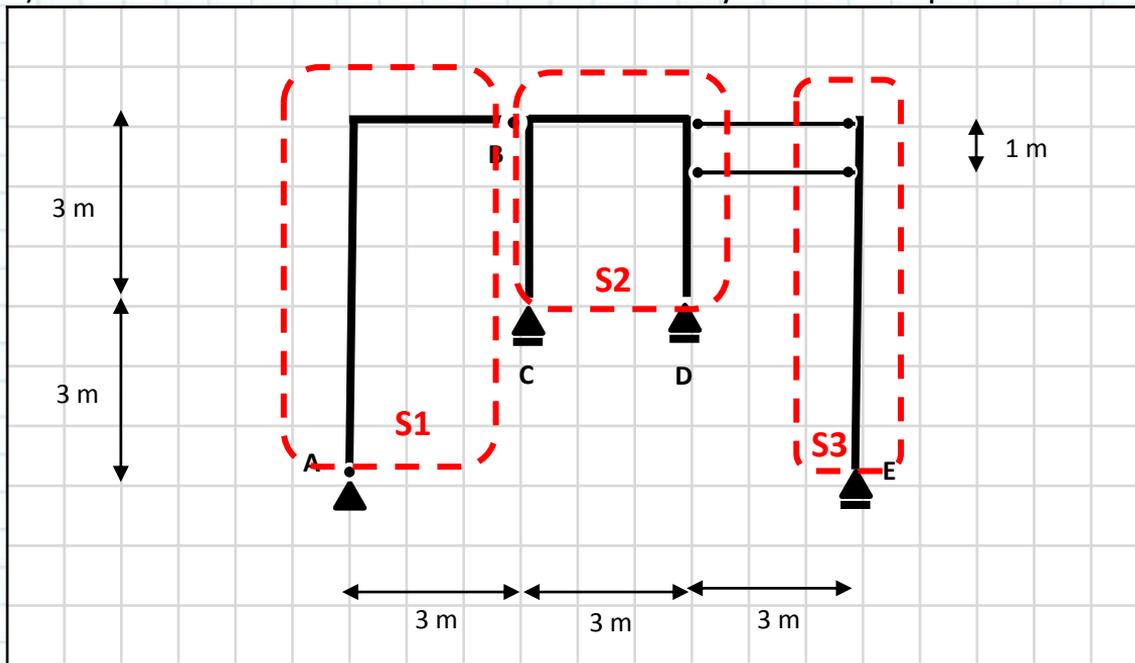
Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Nombramos las chapas

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCLADOS

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

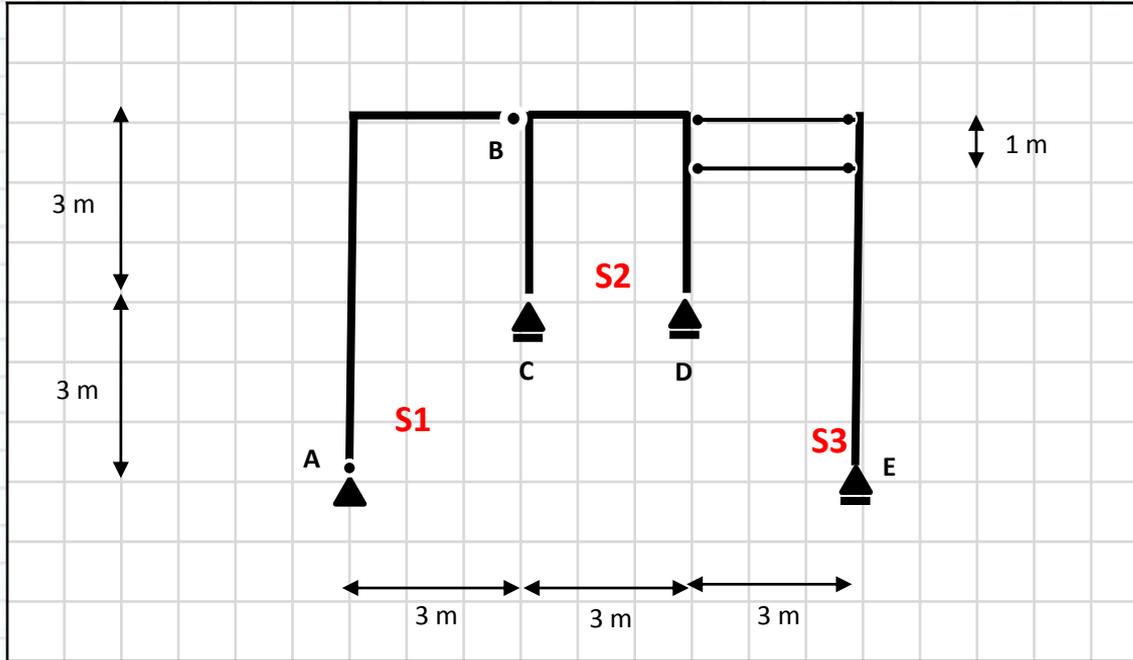
Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Nombramos las chapas
Determinamos el número de
condiciones de vínculo y el
número de grados de libertad

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

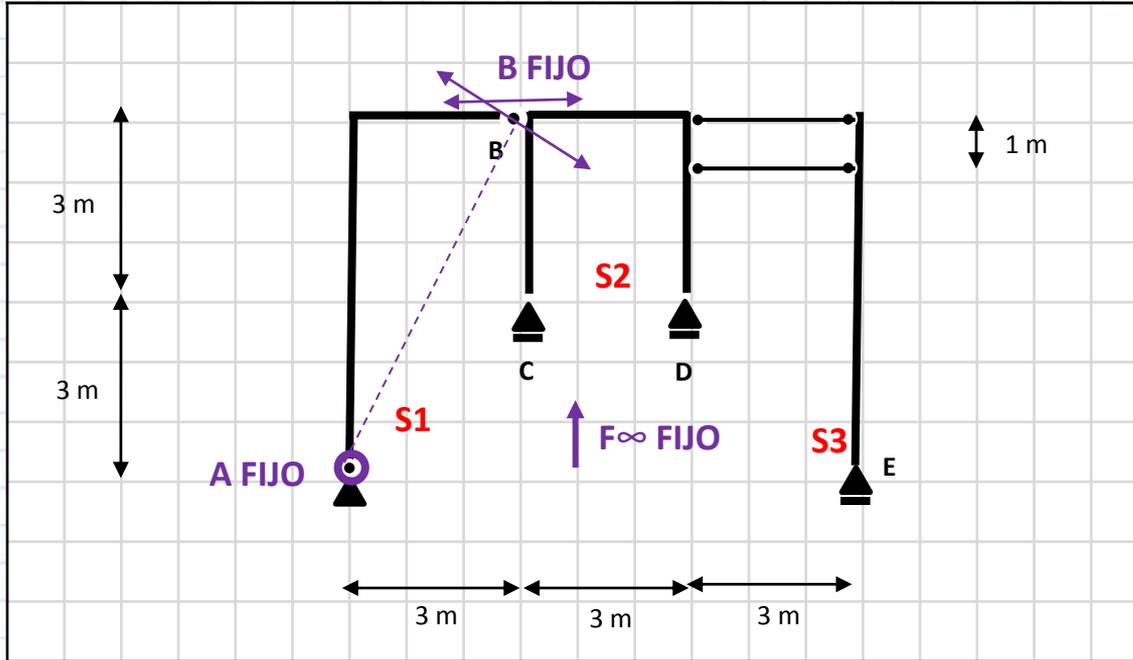
CURSO 4
PARENTE

$$N_{cvin} = 2(A) + 1(C) + 1(D) + 1(E) = 5$$

$$N_{GL} = N_{chapas} + 2 = 5$$

Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Nombramos las chapas
Determinamos el número de condiciones de vínculo y el número de grados de libertad

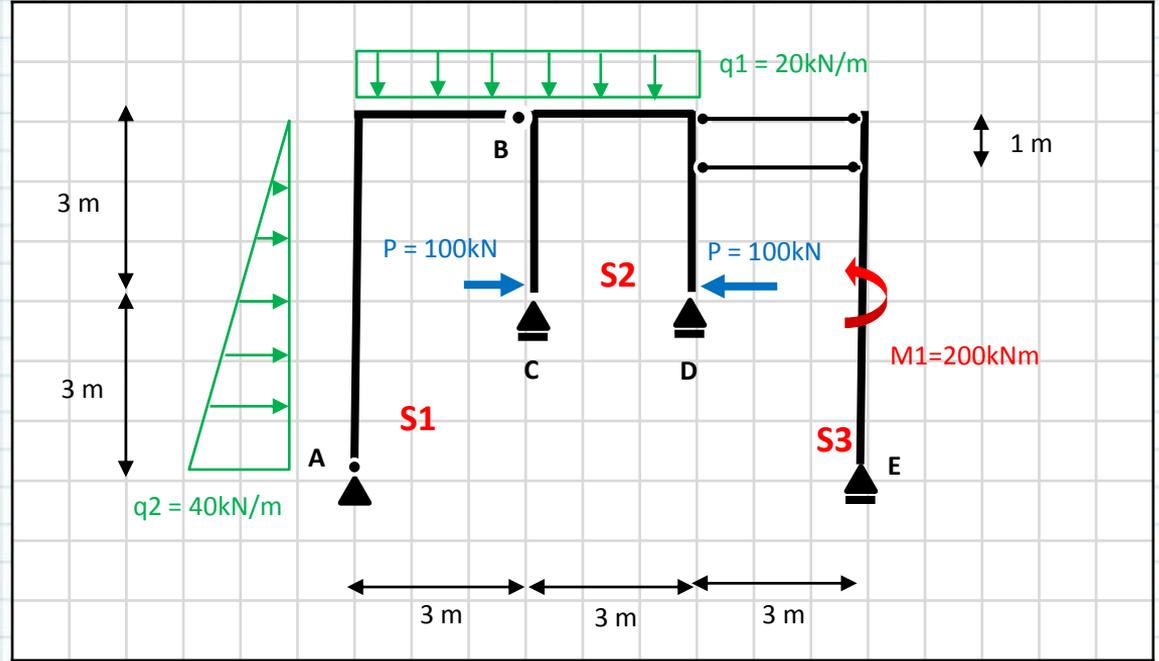
Análisis de vinculación aparente.

- S1 Tiene un punto fijo (A)
- S2 Tiene un punto fijo (C)
- B es un punto fijo y es común a las chapas S1 y S2.
- Como S1 y S2 tienen al menos 2 puntos fijos, S1 y S2 están fijas.

Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) **Obtener las reacciones de vínculo externo.**
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA
TP3
CUERPOS
VINCLADOS

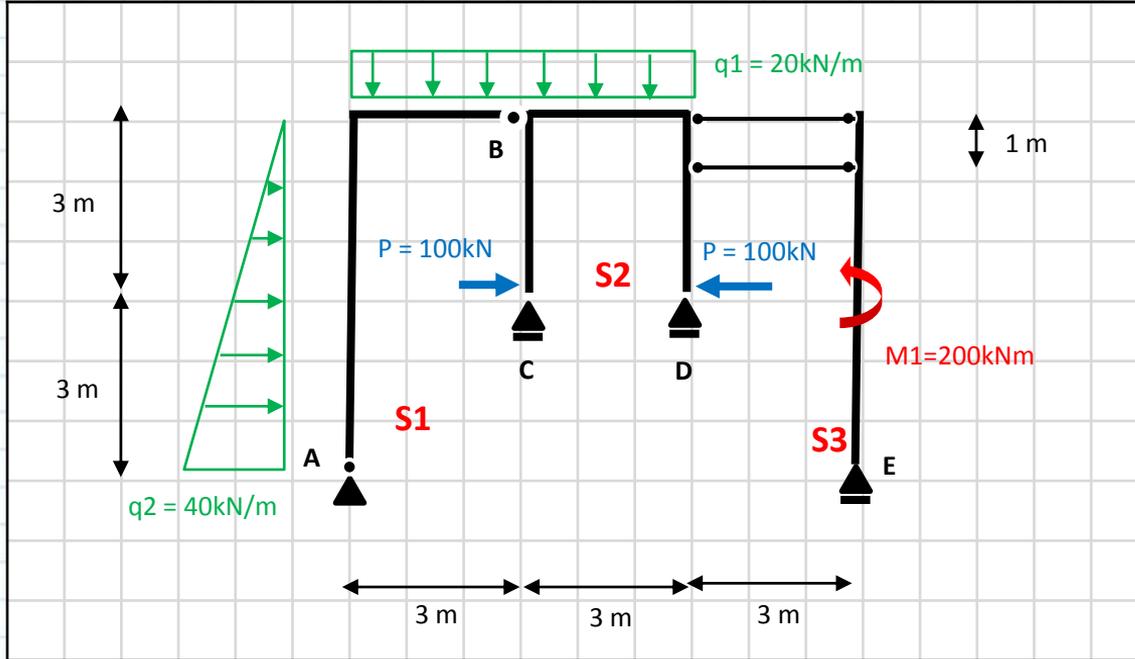


F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020
CURSO 4
PARENTE

Problema de fuerzas distribuidas

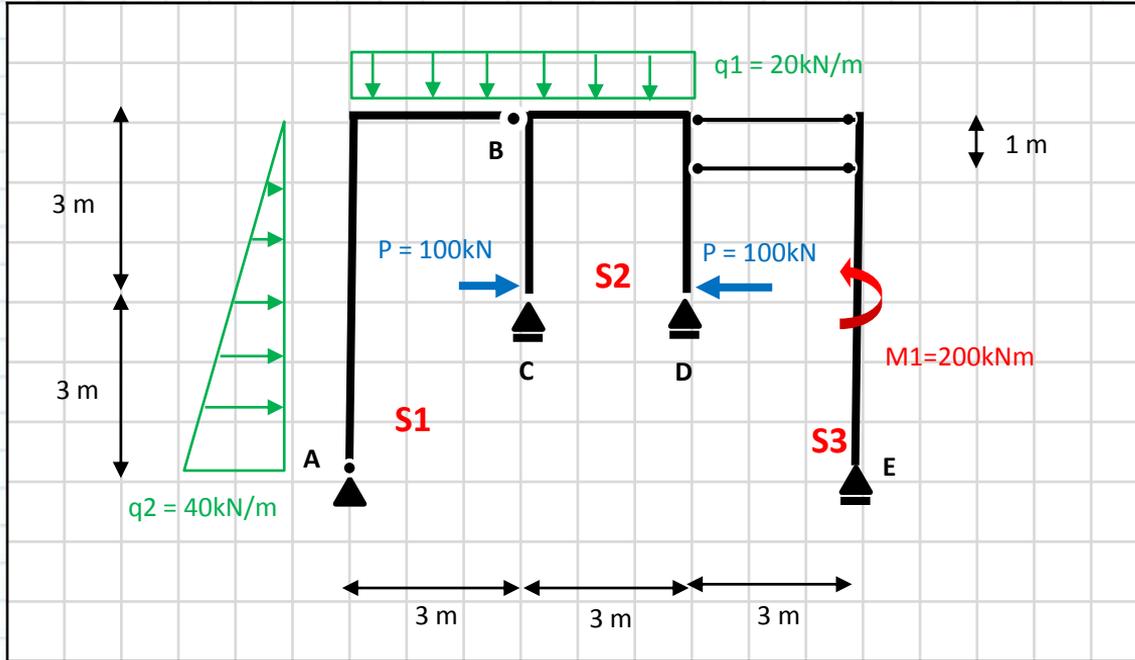
- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) **Obtener las reacciones de vínculo externo.**
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



¿Qué armamento de ecuaciones podemos plantear para resolver este ejercicio?

Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) **Obtener las reacciones de vínculo externo.**
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



¿Qué armamento de ecuaciones podemos plantear para resolver este ejercicio?

Equilibrio absoluto: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum M_o = 0$

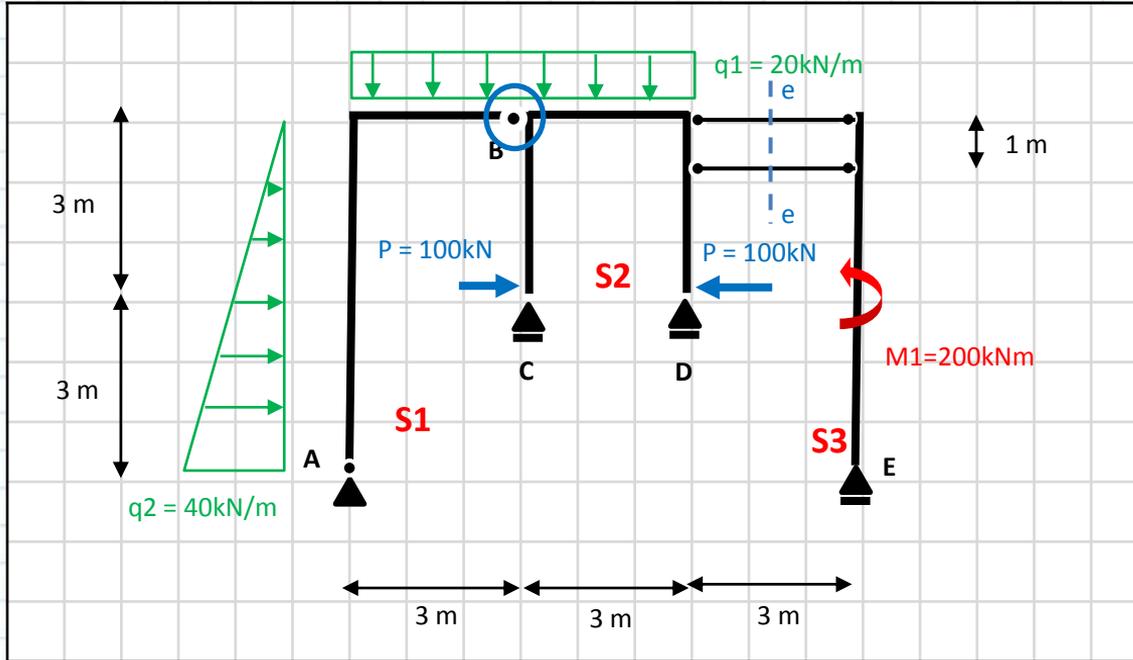
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCLADOS



¿Qué armamento de ecuaciones podemos plantear para resolver este ejercicio?

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Equilibrio absoluto: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum M_o = 0$

Equilibrio relativo: $\sum F_{e-e}^{S3} = 0$; $\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$; $\sum M_B^{S1} = 0$; $\sum M_B^{S2+S3} = 0$

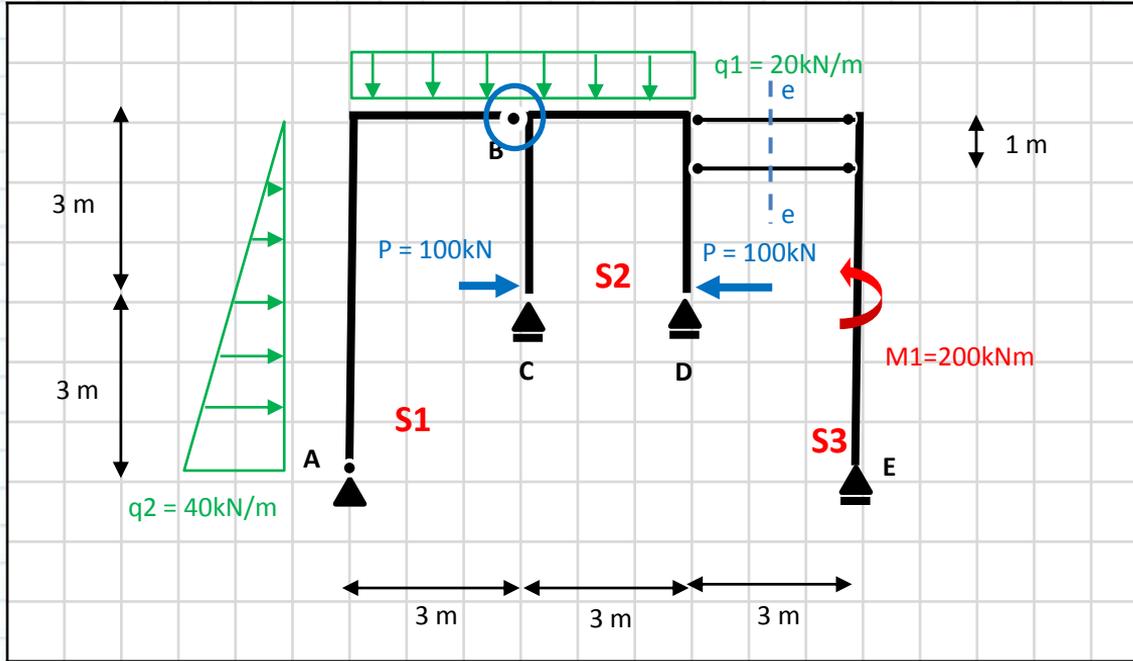
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCLADOS



¿Qué armamento de ecuaciones podemos plantear para resolver este ejercicio?

Cuidado con:

- Elegir 1 ecuación que sea combinación lineal de otras.
- Tomar equilibrio relativo respecto de la articulación abierta.

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Equilibrio absoluto: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum M_o = 0$

Equilibrio relativo: $\sum F_{e-e}^{S3} = 0$; $\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$; $\sum M_B^{S1} = 0$; $\sum M_B^{S2+S3} = 0$

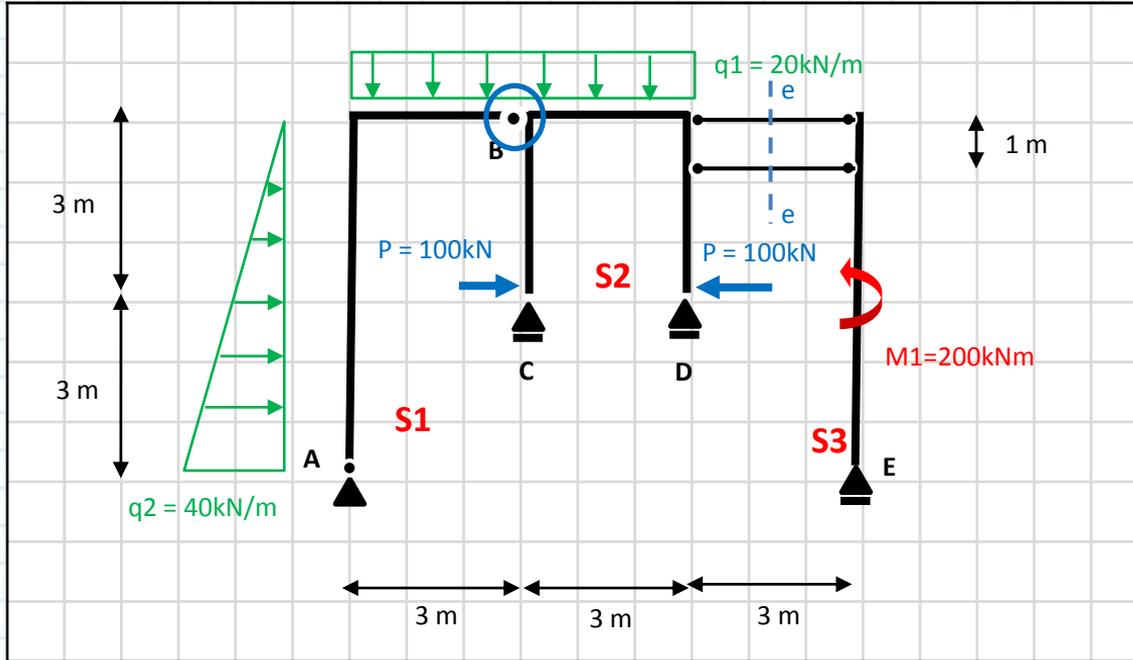
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Vamos a utilizar estas:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S3} = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$$

$$\sum M_B^{S1} = 0$$

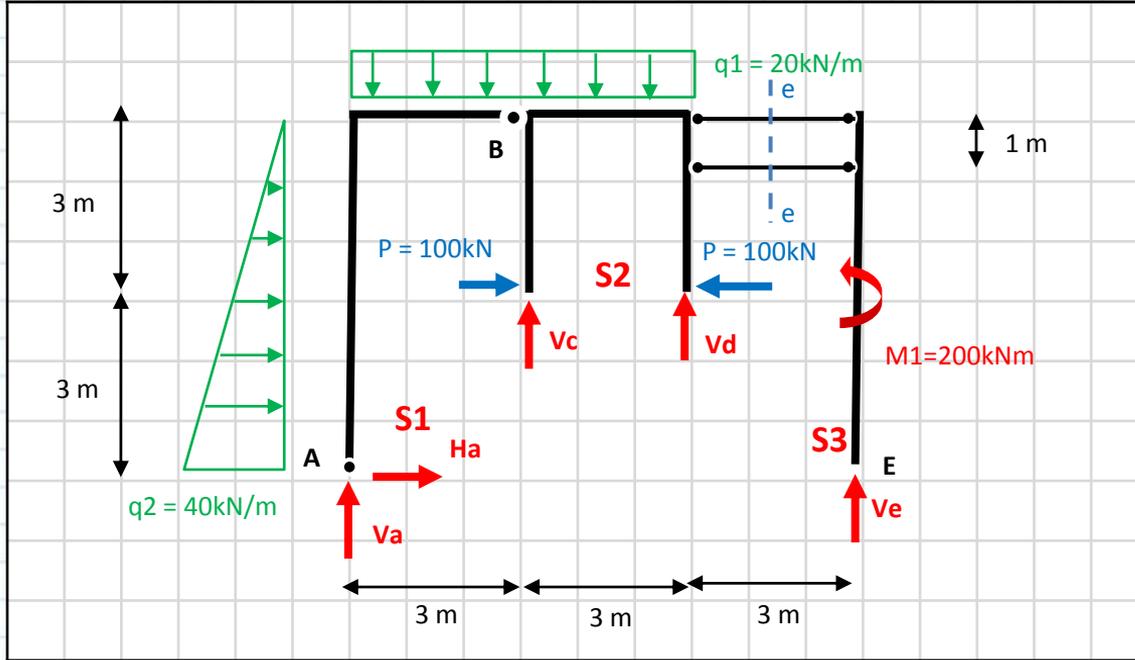
$$\sum M_B^{S2+S3} = 0$$

Equilibrio absoluto: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum M_o = 0$

Equilibrio relativo: $\sum F_{e-e}^{S3} = 0$; $\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$; $\sum M_B^{S1} = 0$; $\sum M_B^{S2+S3} = 0$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Vamos a utilizar estas:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S3} = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$$

$$\sum M_B^{S1} = 0$$

$$\sum M_B^{S2+S3} = 0$$

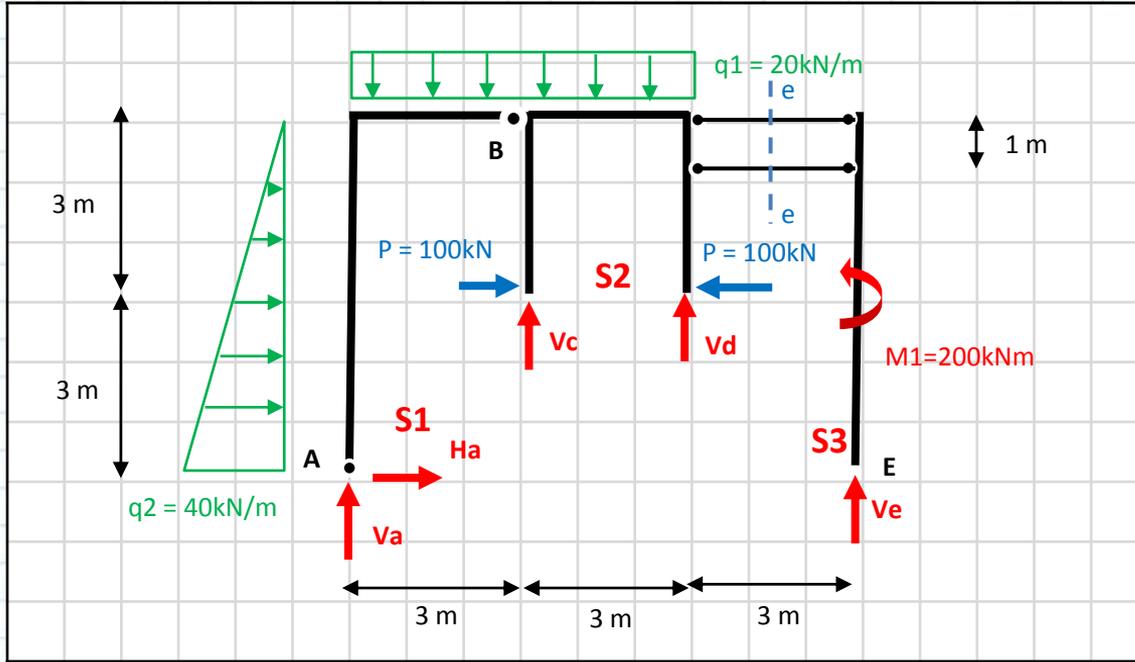
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCLADOS



Vamos a utilizar estas:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S3} = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$$

$$\sum M_B^{S1} = 0$$

$$\sum M_B^{S2+S3} = 0$$

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

$$\sum F_x = 0 \quad \frac{q_2 \cdot 6m}{2} + Ha + P - P = 0 \quad \sum F_e(S3) = 0 \quad Ve = 0 \quad \sum F_e(S1 + S2) = 0 \quad Va + Vc + Vd - q_1 \cdot 6m = 0$$

$$\sum M_B(S1) = 0 \quad -Va \cdot 3m + Ha \cdot 6m + \frac{q_2 \cdot 6m}{2} \cdot \frac{2 \cdot 6m}{3} + q_1 \cdot 3m \cdot \frac{3m}{2} = 0 \quad \sum M_B(S2 + S3) = 0 \quad P \cdot 3m - P \cdot 3m + Vd \cdot 3m + M1 + Ve \cdot 6m - q_1 \cdot 3m \cdot \frac{3m}{2} = 0$$

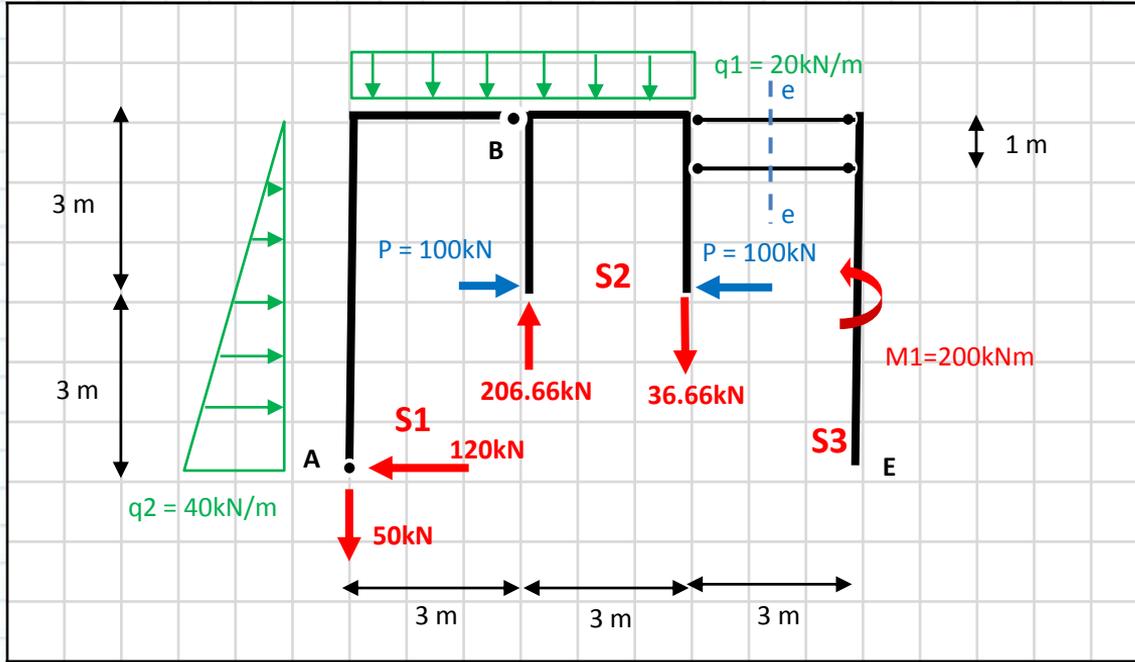
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCLADOS



Vamos a utilizar estas:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S3} = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$$

$$\sum M_B^{S1} = 0$$

$$\sum M_B^{S2+S3} = 0$$

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

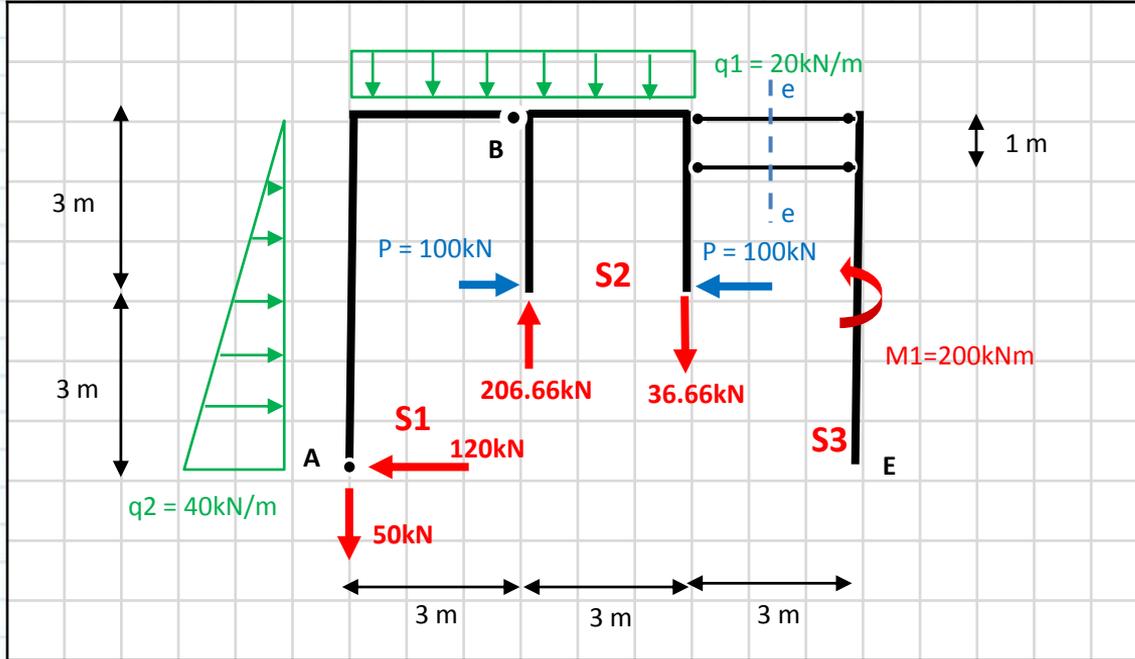
CURSO 4
PARENTE

$$\sum F_x = 0 \quad \frac{q_2 \cdot 6m}{2} + H_a + P - P = 0 \quad \sum F_e(S3) = 0 \quad V_e = 0 \quad \sum F_e(S1 + S2) = 0 \quad V_a + V_c + V_d - q_1 \cdot 6m = 0$$

$$\sum M_B(S1) = 0 \quad -V_a \cdot 3m + H_a \cdot 6m + \frac{q_2 \cdot 6m}{2} \cdot \frac{2 \cdot 6m}{3} + q_1 \cdot 3m \cdot \frac{3m}{2} = 0 \quad \sum M_B(S2 + S3) = 0 \quad P \cdot 3m - P \cdot 3m + V_d \cdot 3m + M_1 + V_e \cdot 6m - q_1 \cdot 3m \cdot \frac{3m}{2} = 0$$

Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) **Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**



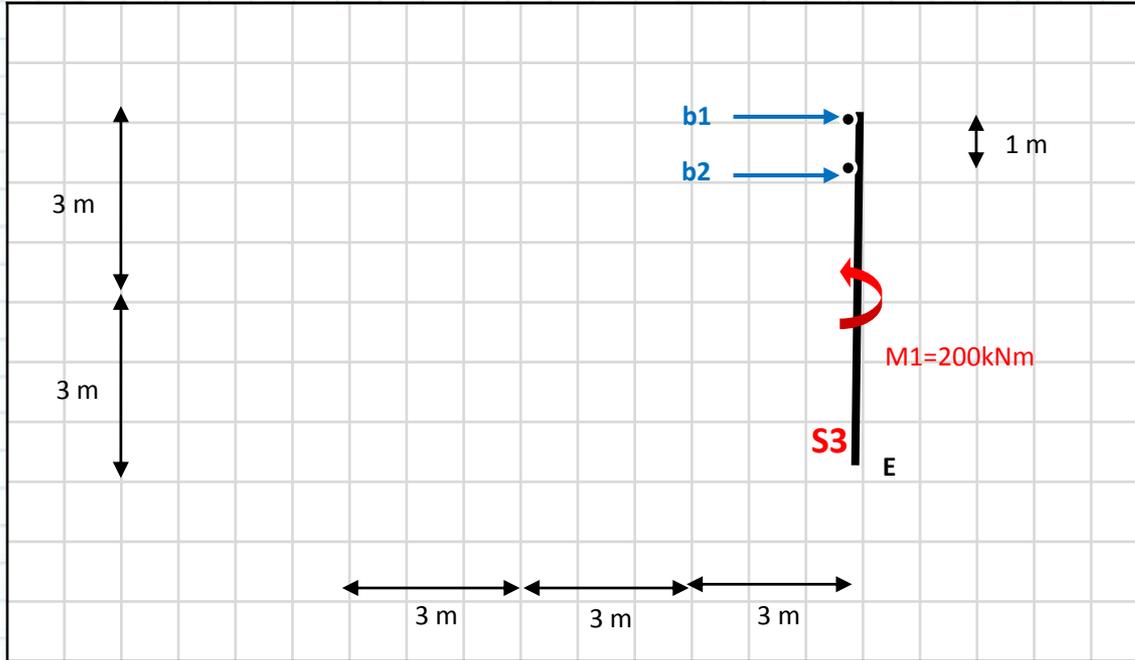
Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) **Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCLADOS



Empezamos con la chapa S3.
La desvinculamos y ponemos en evidencia las reacciones de vínculo interno.

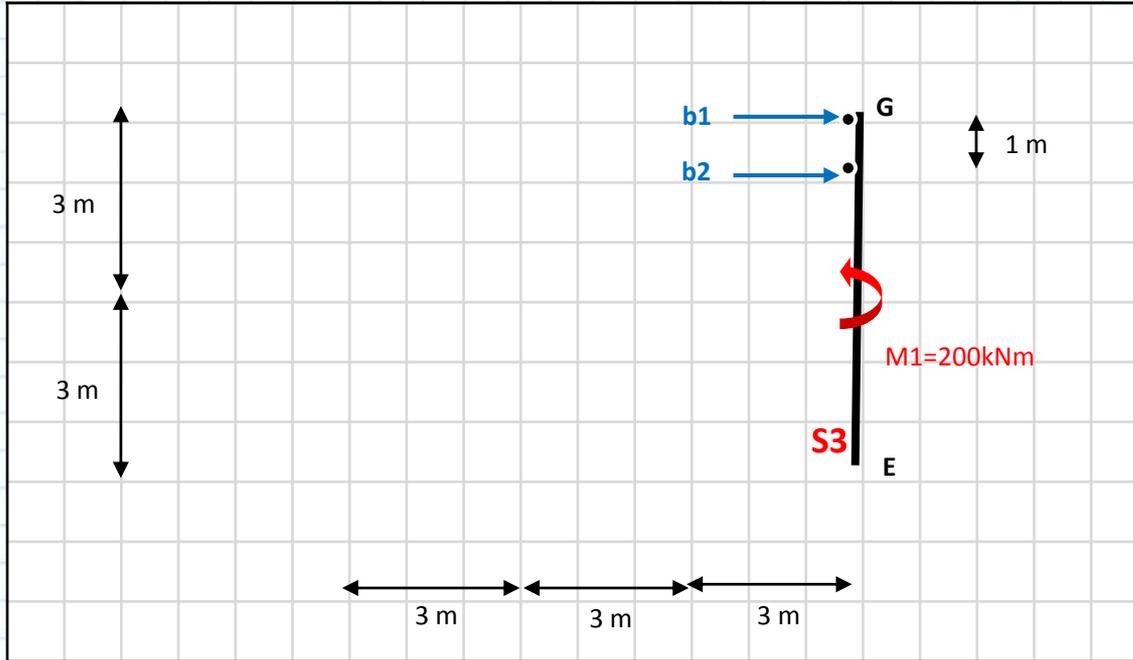
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCLADOS



Empezamos con la chapa S3.

La desvinculamos y ponemos en evidencia las reacciones de vínculo interno.

Esta chapa aislada debe estar en equilibrio, por lo que planteamos las expresiones de equilibrio absoluto

$$\sum F_x = 0 \quad b_1 + b_2 = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_G = 0 \quad b_2 \cdot 1\text{m} + M_1 = 0$$

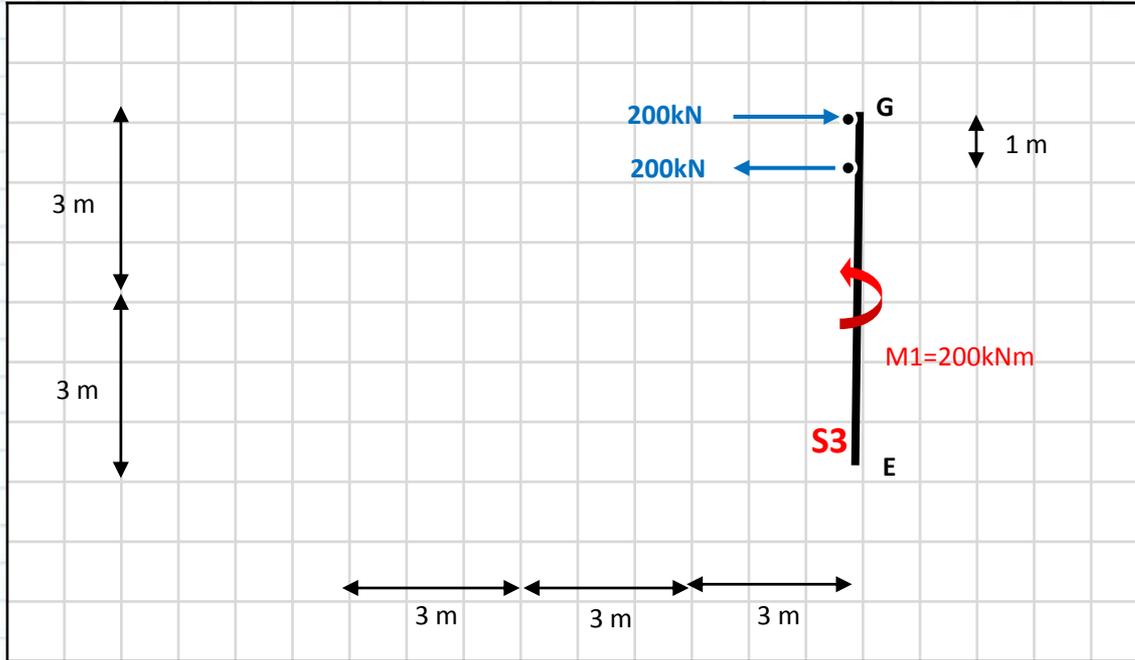
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCLADOS



Empezamos con la chapa S3.

La desvinculamos y ponemos en evidencia las reacciones de vínculo interno.

Esta chapa aislada debe estar en equilibrio, por lo que planteamos las expresiones de equilibrio absoluto

$$\sum F_x = 0 \quad b_1 + b_2 = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_G = 0 \quad b_2 \cdot 1\text{m} + M_1 = 0$$

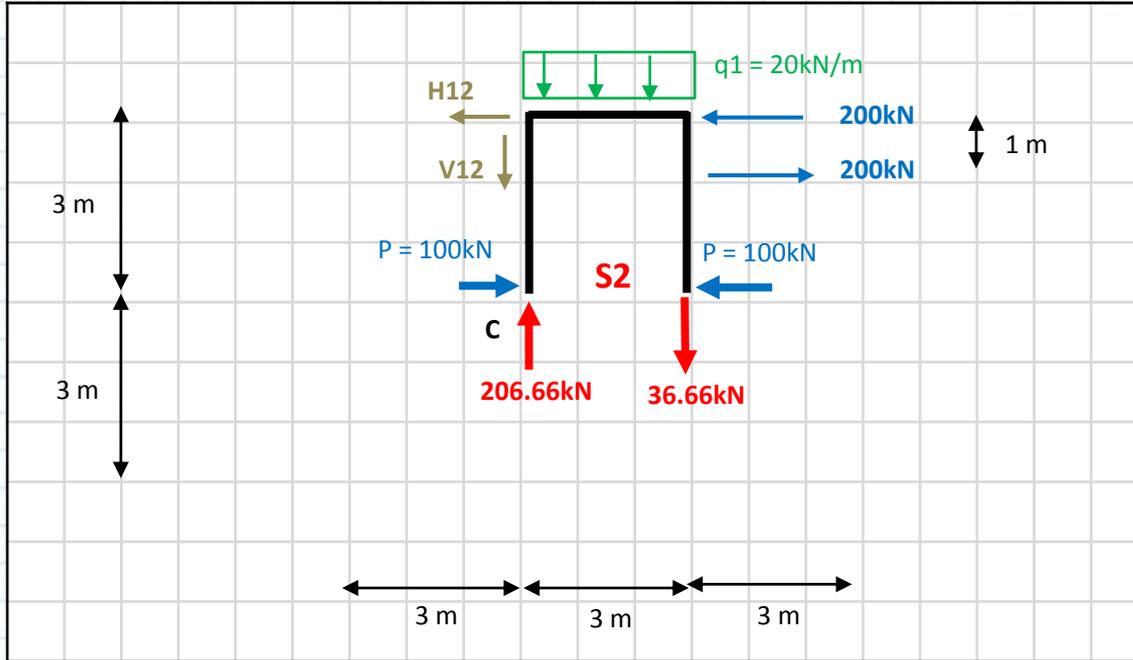
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Vamos con la chapa S2.

Esta chapa aislada debe estar en equilibrio, por lo que planteamos las expresiones de equilibrio absoluto

$$\sum F_x = 0 \quad P - P + 200\text{kN} - 200\text{kN} - H12 = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad 236.66\text{kN} - 66.66\text{kN} - q_1 \cdot 3\text{m} - V12 = 0 \quad \sum M_C = 0 \quad -36.66\text{kN} \cdot 3\text{m} - 200\text{kN} \cdot 2\text{m} + 200\text{kN} \cdot 3\text{m} + H12 \cdot 3\text{m} - q_1 \cdot 3\text{m} \cdot \frac{3\text{m}}{2} = 0.02\text{kN} \cdot \text{m}$$

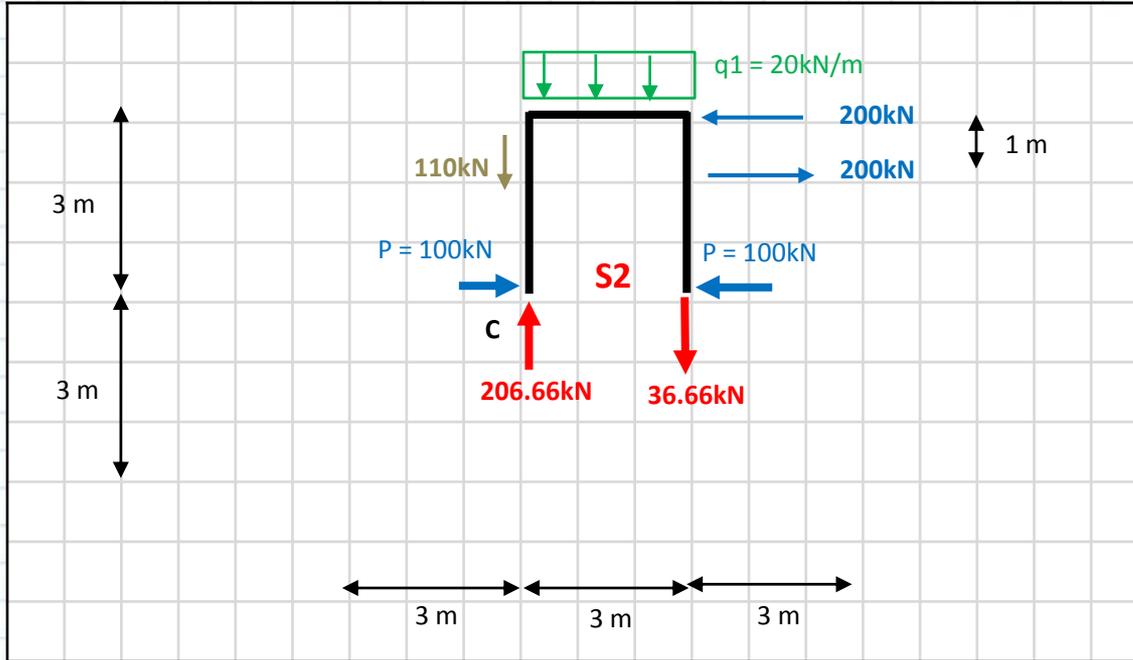
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Vamos con la chapa S2.

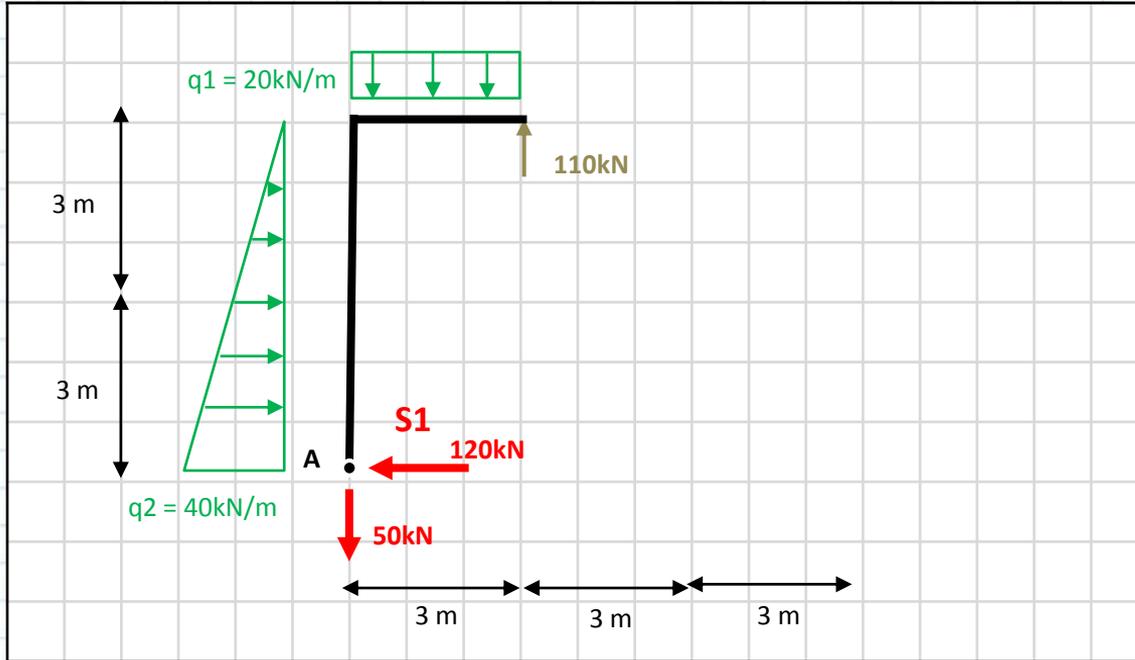
Esta chapa aislada debe estar en equilibrio, por lo que planteamos las expresiones de equilibrio absoluto

$$\sum F_x = 0 \quad P - P + 200\text{kN} - 200\text{kN} - H_{12} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad 236.66\text{kN} - 66.66\text{kN} - q_1 \cdot 3\text{m} - V_{12} = 0 \quad \sum M_G = 0 \quad -36.66\text{kN} \cdot 3\text{m} - 200\text{kN} \cdot 2\text{m} + 200\text{kN} \cdot 3\text{m} + H_{12} \cdot 3\text{m} - q_1 \cdot 3\text{m} \cdot \frac{3\text{m}}{2} = 0.02\text{kN} \cdot \text{m}$$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**



Verificamos con la chapa S1.
Esta chapa aislada debe estar en equilibrio, por lo que planteamos las expresiones de equilibrio absoluto

$$\sum F_x = 0 \quad -120 \text{ kN} + \frac{q_2 \cdot 6 \text{ m}}{2} = 0 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \quad -50 \text{ kN} - q_1 \cdot 3 \text{ m} + 110 \text{ kN} = 0 \text{ N}$$

$$\sum M_A = 0 \quad \frac{-q_2 \cdot 6 \text{ m}}{2} \cdot \frac{6 \text{ m}}{3} - q_1 \cdot 3 \text{ m} \cdot \frac{3 \text{ m}}{2} + 110 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

TRABAJO PRACTICO Nº3 PARTE 2

EJERCICIOS OBLIGATORIOS

Fecha de entrega: Jueves 28 de Mayo 2020. NO SE DUERMAN!

TEMA

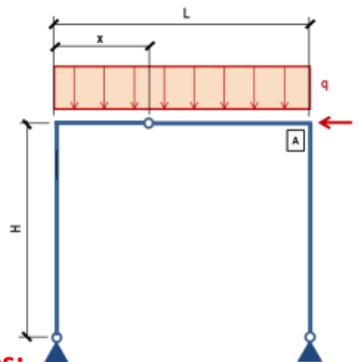
TP3

CUERPOS
VINCULADOS

Ejercicio 9

Para la estructura, la cual posee una articulación a una distancia arbitraria denominada x , se pide:

- Realizar el análisis cinemático. ¿Existe algún valor de x que provoca una vinculación aparente? Justificar.
- Hallar la posición de la articulación de manera tal que las reacciones de vínculo externo horizontales sean iguales (mismo módulo y sentido).



Para el punto b) considerar estos valores:

$H=L=5m$; $q=10kN/m$; $P=20kN$

Estructura 10

$P=10kN$, $q=10kN/m$, $M=10kNm$.

Medidas en metros. Distancia entre bielas 1m.

- Análisis cinemático.
- Reacciones vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre de todas las chapas.

