

Funciones en Python

Ejemplos

Aritmética de fracciones

Desarrollar un programa que para realizar operaciones aritméticas entre fracciones. Debe solicitar al usuario una secuencia de conjuntos de un operador aritmético (+, -, * o /) y numerador y denominador de dos fracciones hasta que ingrese una cadena vacía como operador, y obtenga las fracciones resultantes simplificadas, usando el mcm (mínimo común múltiplo) para suma y resta, y el mcd (máximo común divisor) para multiplicación y división.

Restricciones

- Las fracciones se representarán internamente con una estructura inmutable llamada tupla, como (n, d), donde n es el numerador y d, el denominador, y n es entero (puede ser negativo) y d, entero positivo (el signo de la fracción es el del numerador).
- Para representar números enteros, el denominador debe ser 1: (n, 1) con n entero.
- La fracción nula es (0, 1).

Mínimo común múltiplo (mcm)

Para hallar el mínimo común múltiplo (mcm) de los números se deberá dividir los sucesivos múltiplos del número mayor (dividendo) por el número menor (divisor) hasta obtener un resto r igual a cero. El último valor del dividendo será el mínimo común múltiplo mcm. Los sucesivos múltiplos del número mayor se obtienen multiplicando el número mayor por 1, luego por 2, por 3 y así sucesivamente.

21 y 35:

$$35 \% 21 = 14 \text{ (no es 0)}$$

$$(35 * 2) \% 21 = 7 \text{ (no es 0)}$$

$$(35 * 3) \% 21 = 0 \rightarrow 35 * 3 = 105 \text{ es el mcm de 21 y 35}$$

Máximo común divisor (mcd - Euclides)

Para hallar el máximo común divisor (mcd) de los números se deberá emplear el algoritmo de Euclides, es decir, dados los enteros a y b se divide a (dividendo) por b (divisor) y se obtiene el cociente c y el resto r; si el resto r resulta distinto de cero, entonces se divide el divisor b por el resto r y se repite el proceso hasta obtener un resto igual a cero. El último valor del divisor será el máximo común divisor mcd.

21 y 35:

$$21 \% 35 = 21$$

$$35 \% 21 = 14$$

$$21 \% 14 = 7$$

$$14 \% 7 = 0 \rightarrow 7 \text{ es el mcd de 21 y 35}$$

Casos

Suma reducida con mcm

$$(2, 21) + (2, 35) = ((105 // 21) * 2 + (105 // 35) * 2, 105) = (5 * 2 + 3 * 2, 105) = (16, 105)$$

Resta reducida con mcm

$$(2, 21) - (2, 35) = ((105//21) * 2 - (105//35) * 2, 105) = (5*2 - 3*2, 105) = (4, 105)$$

Para definir la función que reste, se puede reutilizar la de suma, invirtiendo el signo de la fracción sustraendo:

$$(2, 21) - (2, 35) = (2, 21) + (-2, 35) = ((105//21) * 2 + (105//35) * (-2), 105) = (5*2 + 3*(-2), 105) = (4, 105)$$

Producto reducido con mcd

$$(7, 5) * (3, 7) = (7*3, 5*7) = (21, 35) = (21//7, 35//7) = (3, 5)$$

Cociente reducido con mcd

$$(7, 5) / (-7, 3) = (7*3, 5*(-7)) = (21, -35) = (21//7, -35//7) = (3, -5) \rightarrow \text{normalización de signo: } (-3, 5)$$

Para definir la función que divida, se puede reutilizar la que realiza el producto invirtiendo la fracción divisora, teniendo cuidado de respetar la restricción del signo:

$$(7, 5) / (-7, 3) = (7, 5) * (1, (-7, 3)) = (7, 5) * (3, -7) \rightarrow \text{normalizando signo } (7, 5) * (-3, 7) = (-21, 35) = (-21//7, 35//7) = (-3, 5)$$

Excepciones

El uso del mcm para el cálculo de sumas y restas no garantiza resultados simplificados para casos especiales, por ejemplo:

$$(1, 3) + (2, 3) = ((3//3)*1 + (3//3)*2, 3) = (3, 3) \leftarrow \text{se puede simplificar aún con fracciones operandos simplificados}$$

$$(2, 4) + (1, 3) = ((12//4)*2 + (12//3)*1, 12) = (6 + 4, 12) = (10, 12) \leftarrow \text{se puede simplificar (una fracción operando no estaba simplificada)}$$

En consecuencia, para garantizar resultados simplificados, en la suma hay que validar si el resultado se puede simplificar.