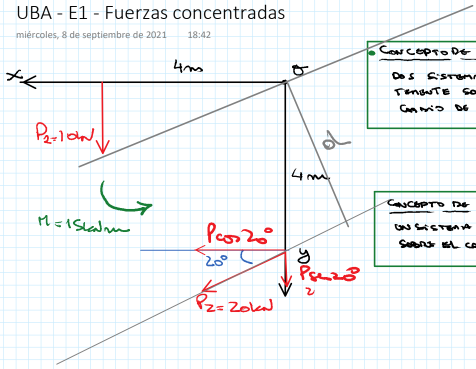
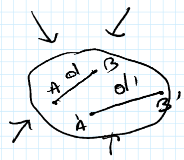


• Concepto de equivalencia entre dos sistemas de fuerzas

Dos sistemas de fuerzas son equivalentes cuando actuan en un determinado cuerpo, tienen sobre él, el mismo efecto sobre el cambio de estado de movimiento del mismo

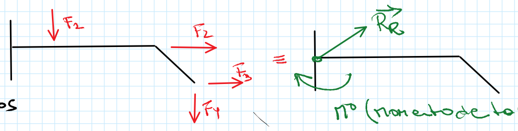
Concepto de equilibrio: de un sistema de fuerzas.

Un sistema de fuerzas está en equilibrio cuando no tiene ningún efecto sobre el cambio de estado de movimiento del cuerpo sobre el cual actúa.



$d = d'$ → cuerpo rígido.

$d \lessgtr d'$ → cuerpo deformable



M^o (momento de traslación de las fuerzas)

1) Reducir el sistema al origen de coordenadas

$R_x = +20kN \cdot \cos 20° \Rightarrow R_x = 18{,}79kN$

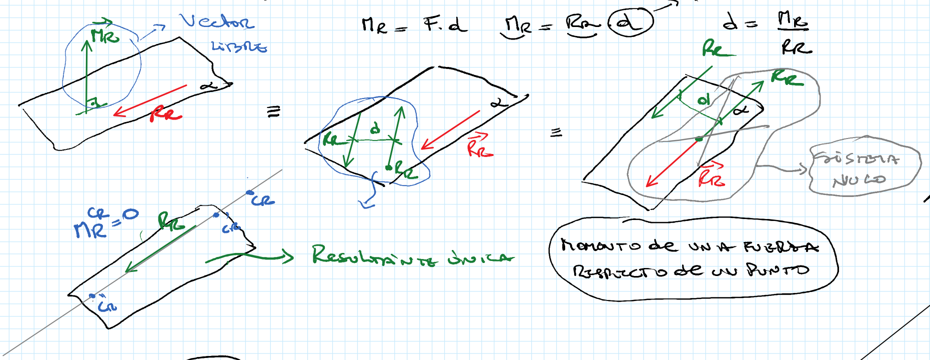
$R_y = 10kN + 20kN \operatorname{sen} 20° \Rightarrow R_y = 16{,}84kN$

$\boxed{\vec{R}_R = (18{,}79\,\check{i} + 16{,}84\,\check{j})\,kN}$

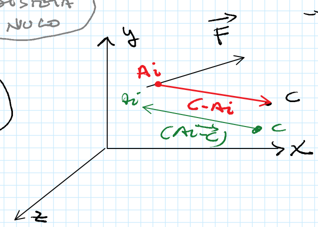
$\underbrace{M^o_R}_{M_z} = 15kNm + 10kN \cdot 4m - P\cos 20° \cdot 4m \Rightarrow \boxed{M^o_R = -20{,}16\,kNm\,\check{k}}$

2) Determinar la resultante y un punto de su recta de acción ?

$M_R = F \cdot d \qquad M_R = R_R \cdot d \qquad d = \dfrac{M_R}{R_R}$

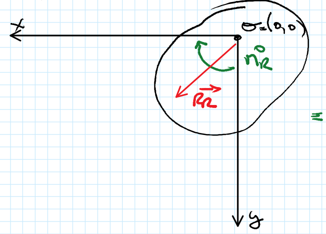


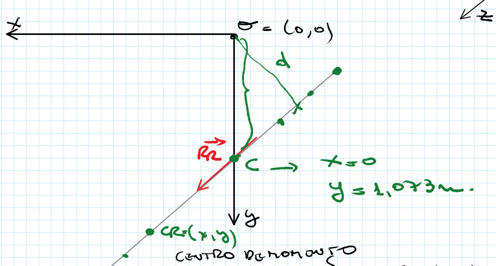
Momento de una fuerza respecto de un punto



$\vec{M}^C_F = \vec{F} \times (C - Ai)$

$\vec{M}^C_F = (\vec{Ai - C}) \times \vec{F}$



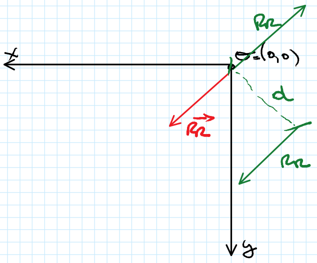


CR= (x,y) centro de momento → un punto de la recta de acción de la fuerza

$\vec{M}^{CR} = \vec{R} \times (CR - O) + M^o_R = 0$

$\vec{M}^{CR} = \begin{vmatrix} \check{i} & \check{j} & \check{k} \\ R_x & R_y & 0 \\ x & y & 0 \end{vmatrix} + (-20{,}16)\check{k}$

$\vec{M}^{CR} = (R_x \cdot y - R_y \cdot x)\check{k} + (-20{,}16)\check{k} = 0$



$d = \dfrac{M^o_R}{R_R}$

$\boxed{18{,}79 \cdot y - 16{,}84 \cdot x - 20{,}16 = 0}$

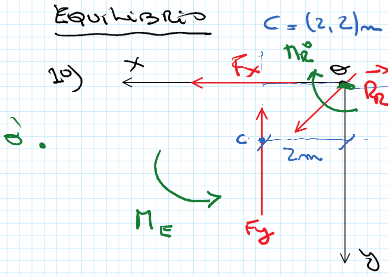
⇓

Ecuación de una recta

Equilibrio

$C = (2,2)m$.

$\boxed{\vec{R}_R = \vec{0} \quad \vec{M}^o_R = 0}$ → Condición nec. y suficiente para el equilibrio de un cuerpo rígido



→ Equilibrar con dos fuerzas y un par

Fx → dir coincidente con "x"

Fy → " " " "y" pasante por C

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow 18{,}79\,kN + F_x = 0 \Rightarrow \boxed{F_x = -18{,}79\,kN}$

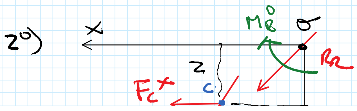
$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 16{,}84\,kN - F_y = 0 \Rightarrow \boxed{F_y = 16{,}84\,kN}$ Sentido correcto

Sentido incorrecto

$\Sigma M^o_z = \underbrace{M^o_R}_{-20{,}16kN} + M_E - F_y \cdot 2m = 0$

$\boxed{M_E = 53{,}84\,kNm}$

Sentido supuesto correcto

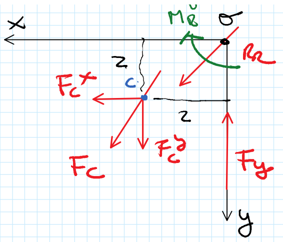


Equilibrar con dos fuerzas.

una coincide con el eje "y"

SUPUESTO CORRECTO

2°)



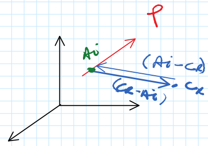
EQUILIBRAR CON DOS FUERZAS.
UNA COINCIDE CON el eje "y"
LA OTRA PASA POR "c"

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow 18{,}79\,kN + F_C^x = 0 \rightarrow \boxed{F_C^x = -18{,}79\,kN}$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow 16{,}84\,kN - F_y + F_C^y = 0 \rightarrow \boxed{F_y = 8{,}13\,kN}$

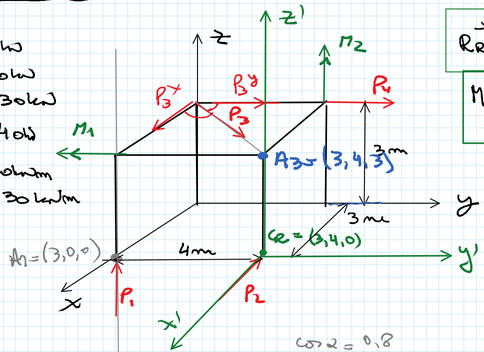
$\Sigma M_z^O = 0 \rightarrow \underbrace{M_R^O}_{-20{,}16} - F_C^x \cdot 2m + F_C^y \cdot 2m = 0$

$\boxed{F_C^y = -8{,}71\,kN}$



EJERCICIO 3D → SISTEMAS DE FUERZAS ESPACIALES

$P_1 = 10\,kN$
$P_2 = 20\,kN$
$P_3 = 30\,kN$
$P_4 = 40\,kN$
$M_1 = 20\,kNm$
$M_2 = 30\,kNm$



$\boxed{\vec{R}_R = \sum_{i=1}^{m} \vec{P}_i} \rightarrow$ INVARIANTE VECTORIAL

$\boxed{M_R^{CR} = \underbrace{\sum_{i=1}^{m} \vec{P}_i \times (C_R - A_i)}_{\text{Traslación}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{m} \vec{M}_j}_{\text{Pares libres}}}$

FUERZA — dist → UN PUNTO DE LA RECTA DE ACCIÓN DE $\vec{P}_i$

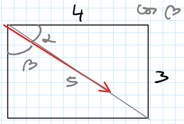
$M_{traslación} = \sum_{i=1}^{m} (A_i - C_R) \times \vec{P}_i$

Traslación   PARES LIBRES

$\vec{P}_1 = (0\check{i} + 0\check{j} + 10\check{k})\,kN$
$\vec{P}_2 = (-20\check{i} + 0\check{j} + 0\check{k})\,kN$
$\vec{P}_3 = (18\check{i} + 24\check{j} + 0\check{k})\,kN$
$\vec{P}_4 = (0\check{i} + 40\check{j} + 0\check{k})\,kN$

$\boxed{\vec{R}_R = (-2\check{i} + 64\check{j} + 10\check{k})\,kN}$

$\cos\alpha = 0{,}8$
$\cos\beta = 0{,}6$



$\vec{M}_{P_1}^{CR} = \vec{P}_1 \times (\vec{C_R} - A_1) = \begin{vmatrix} \check{i} & \check{j} & \check{k} \\ 0 & 0 & 10 \\ 0 & 4 & 0 \end{vmatrix} = \boxed{(-40\check{i} + 0\check{j} + 0\check{k})\,kNm}$

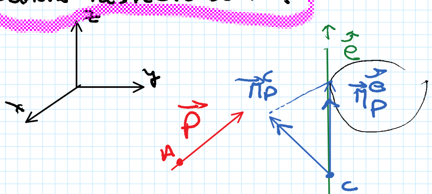
$A_1 = (3,0,0)$
$C_R = (3,4,0)$

$\boxed{\vec{M}_{P_2}^{CR} = \vec{0}} \rightarrow P_2$ Pasa por C_R.

MOMENTO DE UNA FUERZA RESPECTO DE UN eje

$\vec{M}^{CR}$

$\begin{vmatrix} \check{i} & \check{j} & \check{k} \\ & & \\ & & \end{vmatrix}$

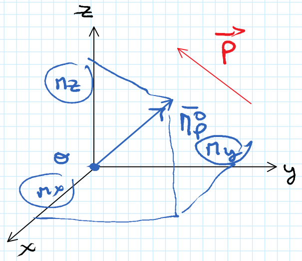


$A_3 (3,4,3)$
$C_R = (3,4,0)$

$\vec{M}_{P_4}^{CR} = \begin{cases} M_x = -120\,kNm \\ M_y = 0 \\ M_z = -120\,kNm \end{cases}$

$\vec{M}_P^e = \left\{\left[\vec{P} \times (\vec{C} - \vec{A})\right] \cdot \hat{e}\right\} \cdot \hat{e}$

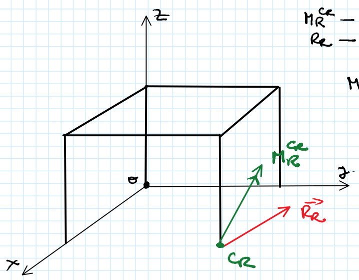
$\boxed{\vec{M}_{P_4}^{CR} = -120\check{i} + 0\check{j} - 120\check{k}}$



$\vec{M}_1 = (0\check{i} - 20\check{j} + 0\check{k})\,kNm.$
$\vec{M}_2 = (0\check{i} + 0\check{j} + 30\check{k})\,kNm$

$\boxed{\vec{M}_R^{CR} = (-232\check{i} + 34\check{j} - 90\check{k})\,kNm}$

$\boxed{\vec{R}_R = (-2\check{i} + 64\check{j} + 10\check{k})\,kN}$

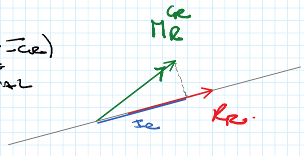


$\left.\begin{matrix} M_R^{CR} - \\ R_R - \end{matrix}\right\}$ Binomio de Reducción

$M_R^O = M_R^{CR} + \underbrace{M_{TRASL}}_{(CR)} \rightarrow \vec{R}_R \times (O - \vec{C_R})$

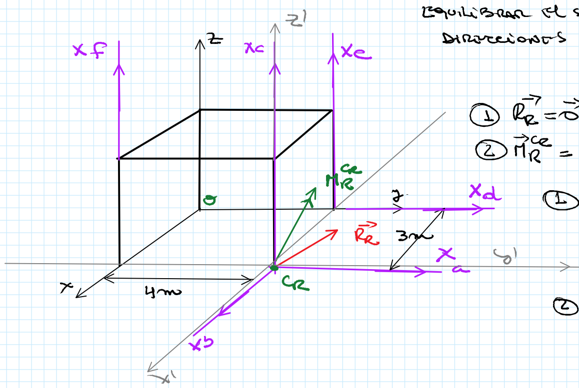
$\vec{R}_R \rightarrow$ igual $\rightarrow I_v \rightarrow$ INVARIANTE VECTORIAL

$I_e = \vec{M}_R^{CR} \cdot \dfrac{\vec{R}_R}{|R_R|}$



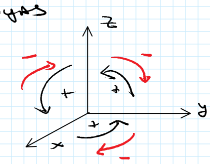
$\left.\begin{matrix} \vec{R}_R = \vec{0} \\ \vec{M}_R^{CR} = \vec{0} \end{matrix}\right\} \rightarrow$ EL CUERPO ESTÁ EN EQUILIBRIO
CONDICIÓN NECESARIA y SUFICIENTE PARA EL EQUILIBRIO

EQUILIBRAR EL SISTEMA CON 6 FUERZAS CUYAS DIRECCIONES SON LAS DADAS



① $\vec{R}_R = \vec{0}$

② $\vec{M}_R^{CR} = \vec{0}$



① $R_x = 0 = -2kN + X_b = 0 \rightarrow$ $\boxed{X_b = 2kN}$

$R_y = 0 = 64kN + X_a + X_d = 0$ $\boxed{X_a = -34kN}$

$R_z = 0 = 10kN + X_c + X_e + X_f = 0$ $\boxed{X_c = 59{,}33\,kN}$

② $M_x = 0 = -232kNm - X_f \cdot 4m = 0$ $\boxed{X_f = -58kN}$

$M_y = 0 = 34kNm + X_e \cdot 3m = 0$ $\boxed{X_e = -11{,}3kN}$

$M_z = 0 = -90kNm - X_d \cdot 3m = 0$ $\boxed{X_d = -30kN}$