Sistema de Fuerzas en el Plano

Ejercicio

Para el sistema plano de fuerzas se pide:

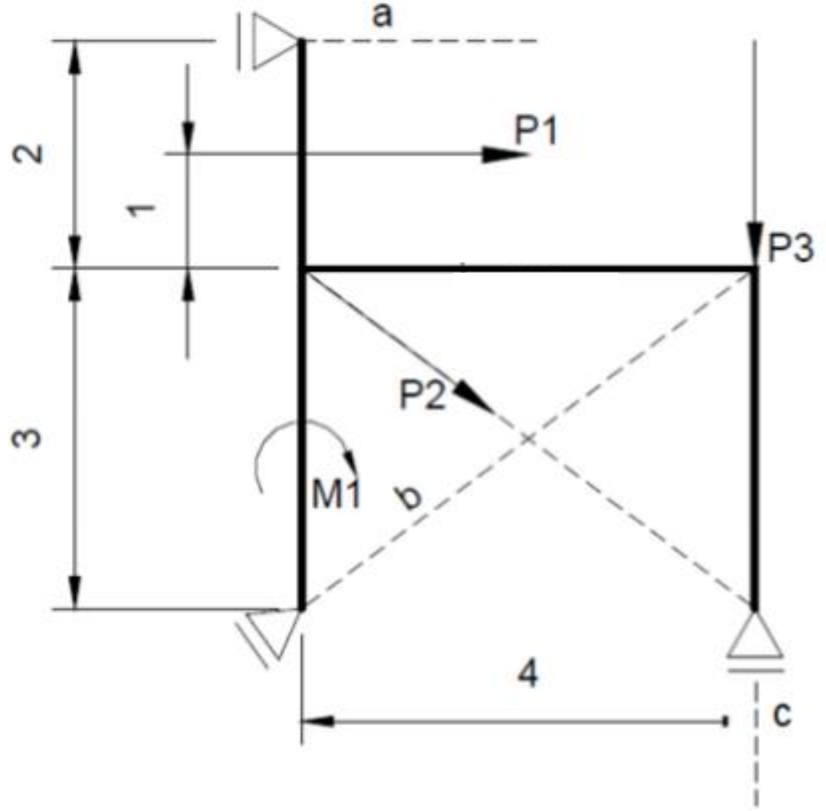
a) Ubicar un sistema de coordenadas y determinar la resultante analíticamente.

b) Determinar el momento del sistema respecto del origen de coordenadas.

c) Equilibrar el sistema con 3 fuerzas actuantes en las direcciones a, b y c.

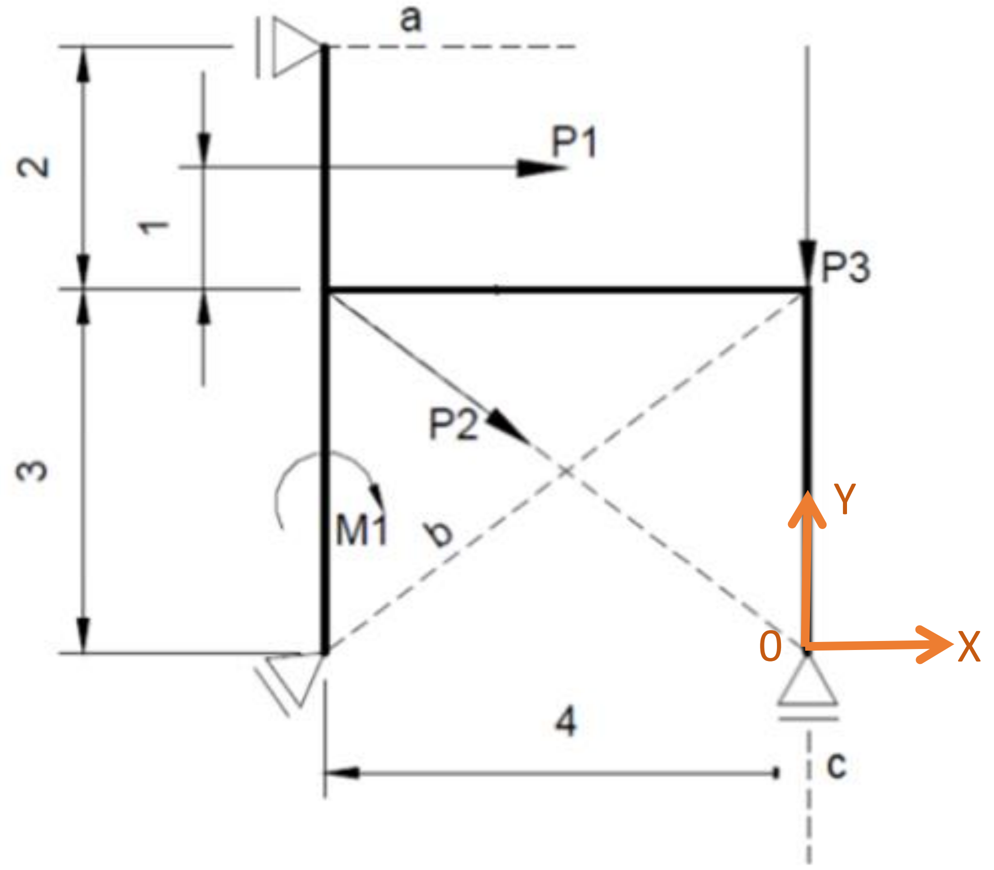
d) Reducir el sistema a un punto genérico del plano y determinar los invariantes.

Datos: P1=P3=10kN, P2=5kN, M1=3kNm . Las medidas en la figura están en metros.



Sistema de Fuerzas en el Plano

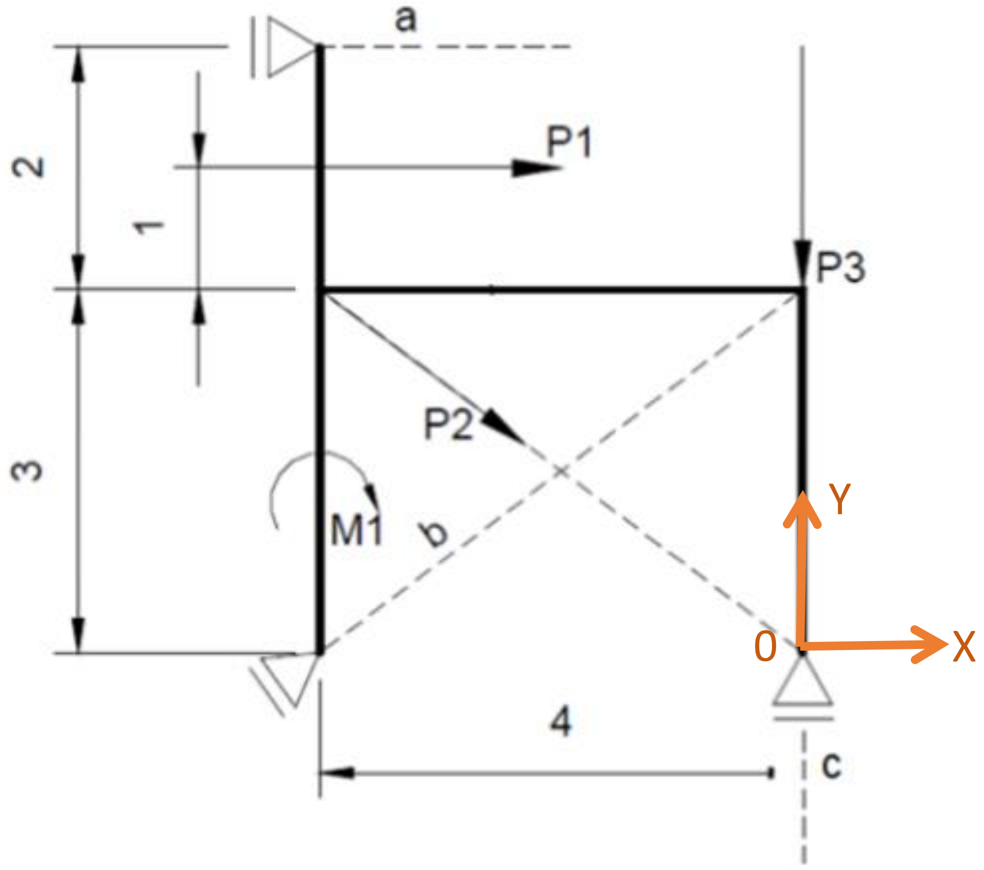
a- Ubicar el sistema de Coordenadas y determinar la resultante analíticamente.



Ubicamos un sistema de Coordenadas según nuestra conveniencia.

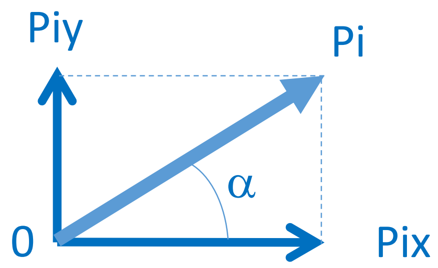
Sistema de Fuerzas en el Plano

a- Ubicar el sistema de Coordenadas y determinar la resultante analíticamente.



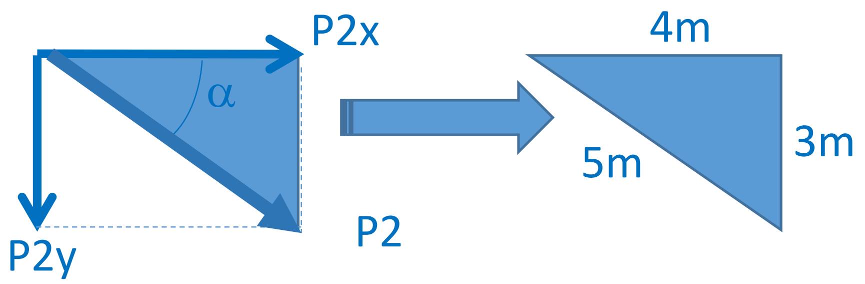
$$\text{Resultante } (R) = \sum P_i \longrightarrow R = P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_i = (P_{ix} ; P_{iy}) = |P_i| \cdot (\cos\alpha ; \operatorname{sen}\alpha)$$



$$P_1 = (P_{1x} ; P_{1y}) = |P_1| \cdot (\cos 0 ; \operatorname{sen} 0) = 10KN \cdot (1 ; 0) = (10 ; 0)KN$$

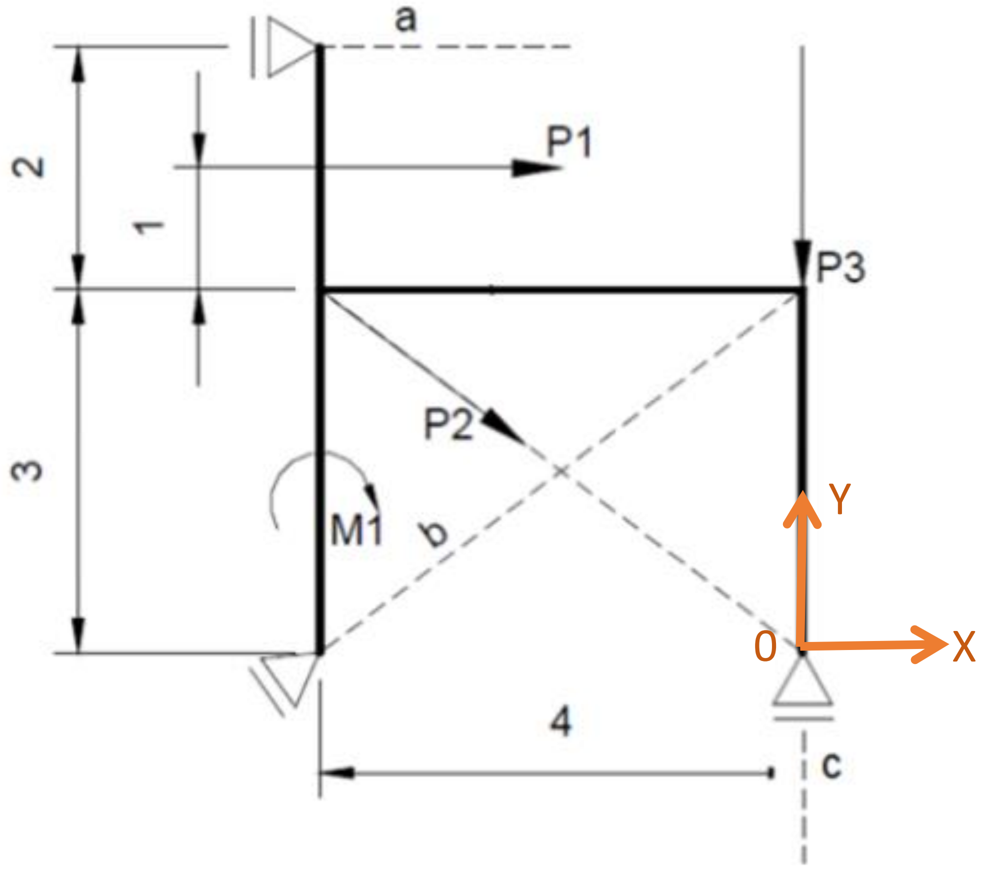
$$P_2 = (P_{2x} ; P_{2y}) = |P_2| \cdot (4/5 ; -3/5) = 5KN \cdot (4/5 ; -3/5) = (4 ; -3)KN$$



$$P_3 = (P_{3x} ; P_{3y}) = |P_3| \cdot (\cos -90° ; \operatorname{Sen} -90°) = 10KN \cdot (0 ; -1) = (0 ; -10)KN$$

Sistema de Fuerzas en el Plano

a- Ubicar el sistema de Coordenadas y determinar la resultante analíticamente.



Resultante (R)= $\sum$Pi ⟶ R = P1 + P2 + P3

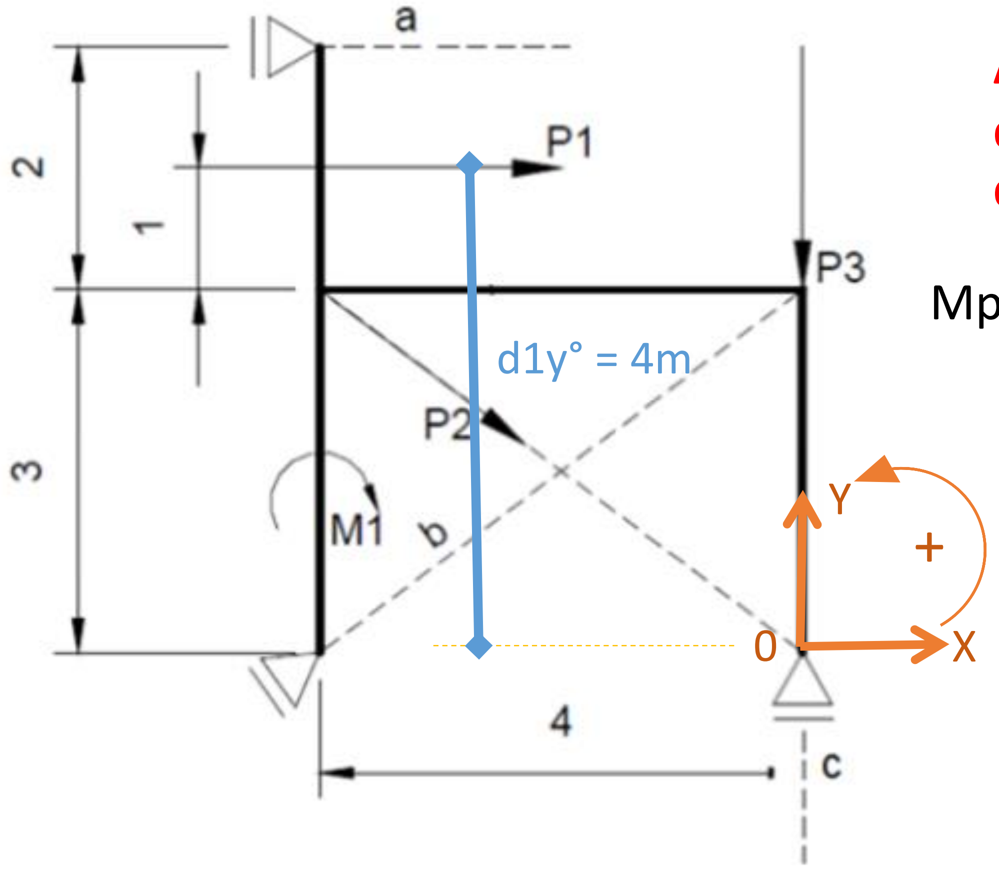
R = (10 ; 0)KN + (4 ; -3)KN + (0 ; -10)KN = **(14 ; -13)KN**

$|\mathbf{R}| = \sqrt{(14KN)^2 + (-13KN)^2} = \mathbf{19{,}10KN}$

Sistema de Fuerzas en el Plano

b- Determinar el momento del sistema respecto al origen de coordenadas.

$$Mr^{\circ} = \sum Mpi^{\circ} + \sum Mj \longrightarrow Mr^{\circ} = Mp1^{\circ} + Mp2^{\circ} + Mp3^{\circ} + M1$$



Al tratarse de un sistema plano de Fuerzas, los M están en la dirección "Z" de nuestro sistema de coordenadas (saliente del plano de las Fuerzas).

$Mp1^{\circ} = P1 \,.\, d^{\circ} = -P1x \,.\, d1y^{\circ} + P1y \,.\, d1x^{\circ} = -10KN \,.\, 4m + 0KNm = -40KNm$

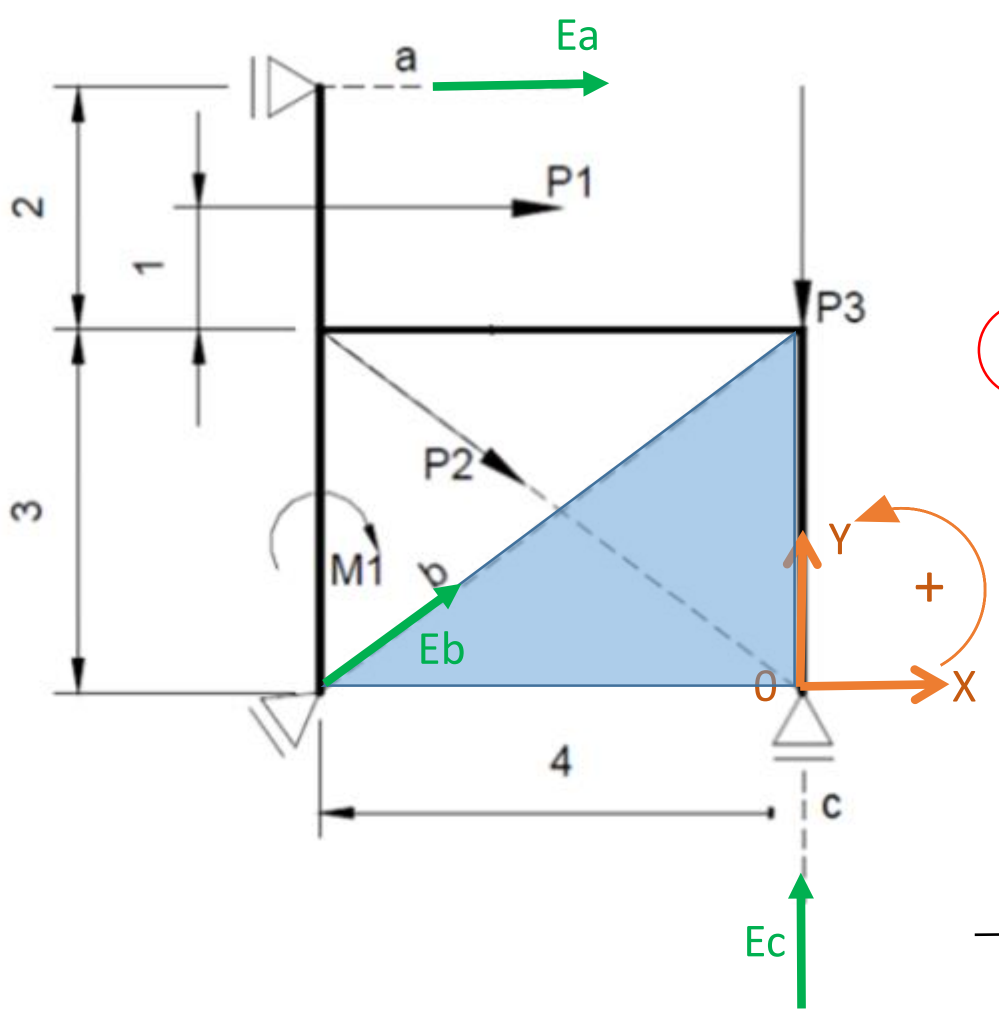
$Mp2^{\circ} = 0KNm$ ⟶ La Fuerza P2 pasa por el Origen de Coordenadas "0"

$Mp3^{\circ} = 0KNm$ ⟶ La Fuerza P3 pasa por el Origen de Coordenadas "0"

$$Mr^{\circ} = Mp1^{\circ} + Mp2^{\circ} + Mp3^{\circ} + M1 = -40KNm + (-3KNm) = -43KNm$$

Sistema de Fuerzas en el Plano

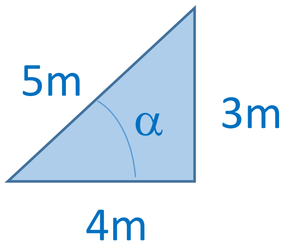
c- Equilibrar el sistema con 3 fuerzas actuantes en las direcciones a, b y c.



$$\begin{cases} \sum Pi + \sum Ek = 0 \longrightarrow \sum Ek = -R = (-14\ ;\ 13\ )KN & (1) \\ \sum M^{L}pi + \sum Mj + \sum M^{L}Ek = 0 & (2) \end{cases}$$

(1)

$Ea = (Eax\ ;\ Eay) = |\ Ea\ |\ .\ (1\ ;\ 0\ )$



$Eb = (Ebx\ ;\ Eby) = |\ Eb\ |\ .\ (\cos\alpha\ ;\ \mathrm{sen}\alpha\ )$

$Eb = |\ Eb\ |\ .\ (4/5\ ;\ 3/5\ )$

$Ec = (Ecx\ ;\ Ecy\ ) = |\ Ec|\ .\ (\ 0\ ;\ 1\ )$

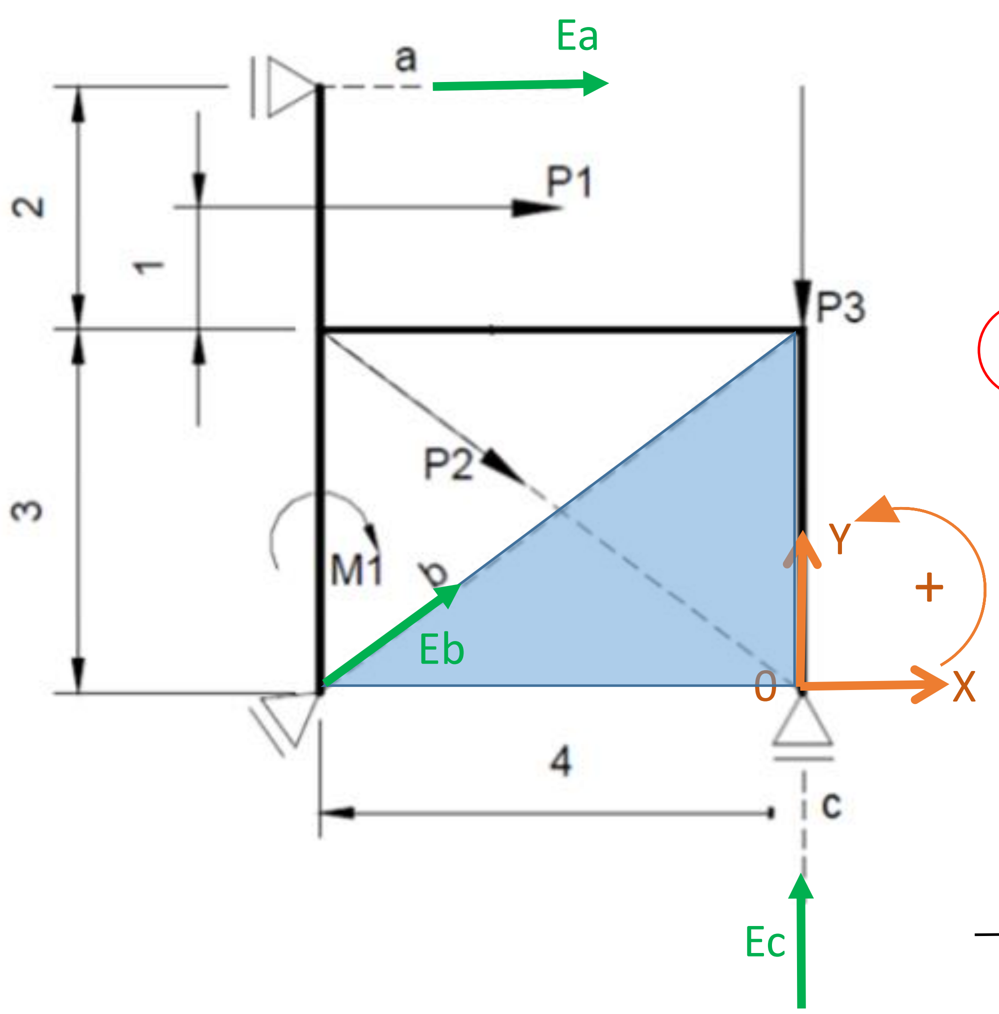
$$\longrightarrow Ea + Eb + Ec = -R \quad \begin{cases} \text{en “x” :} & \boxed{Ea + 4/5.Eb = -14KN} \\ \text{en “y” :} & \boxed{3/5.Eb + Ec = 13KN} \end{cases}$$

1ª y 2ª Ecuación

Universidad de Buenos Aires – Facultad de Ingeniería
Departamento de Estabilidad
64.01 / 84.02 / 64.11 – Estabilidad I
Ejercicios Tema N°1: *Fuerzas concentradas*

Sistema de Fuerzas en el Plano

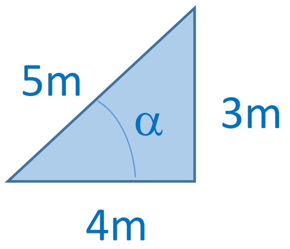
c- Equilibrar el sistema con 3 fuerzas actuantes en las direcciones a, b y c. .



$$\left\{\begin{array}{l}\sum Pi + \sum Ek = 0 \longrightarrow \sum Ek = -R = (-14\,;\,13\,)KN \quad (1)\\ \sum M^{L}pi + \sum Mj + \sum M^{L}Ek = 0 \quad (2)\end{array}\right.$$

2 Reducimos al Origen de Coordenadas “0”

$\sum M^{\circ}Ek = - M^{\circ}r = 43KNm$



$M^{\circ}Ea = - Ea \,.\, 5m$

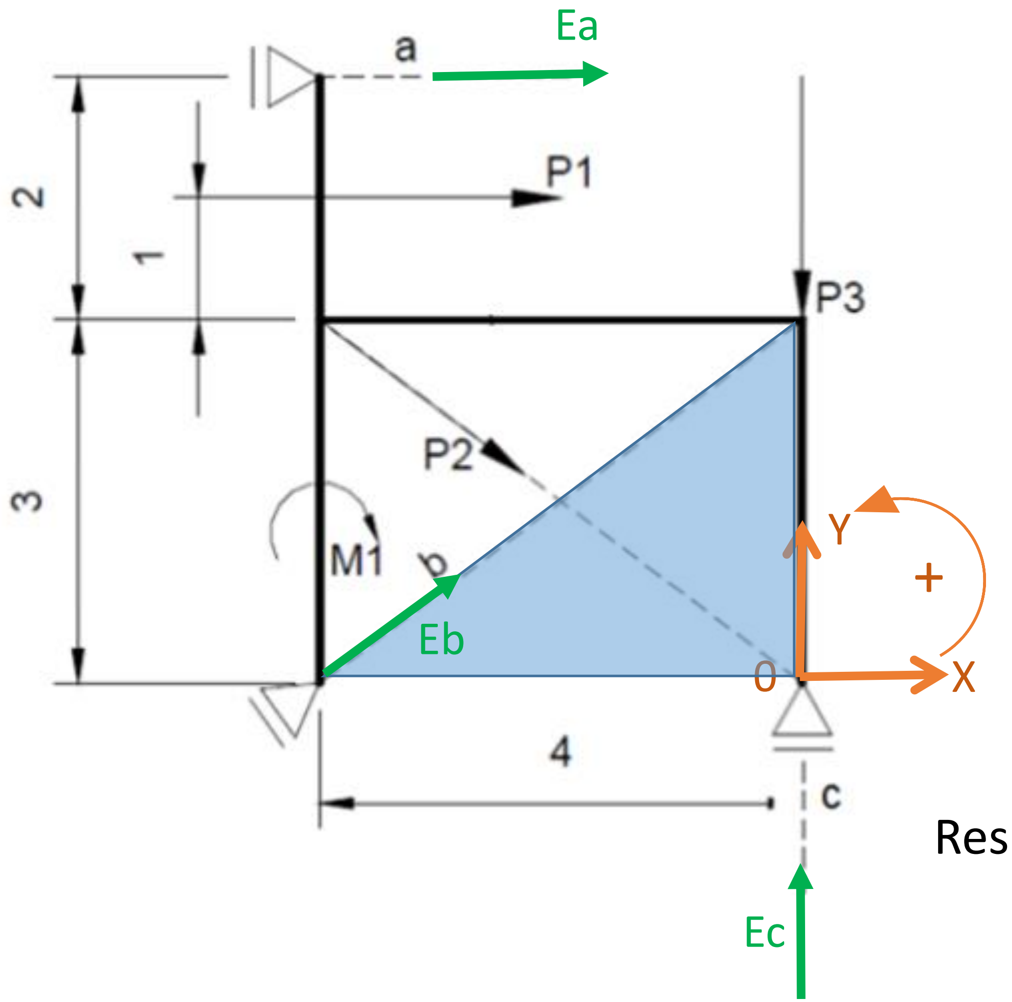
$M^{\circ}Eb = Ebx \,.\, 0m – Eby \,.\, 4m = - Eb \,.\, 3/5 \,.\, 4m$

$M^{\circ}Ec = 0$ $\longrightarrow$ La Equilibrante Ec pasa por el Origen de Coordenadas “0”

$\longrightarrow$ $\boxed{- Ea \,.\, 5m + (- Eb \,.\, 3/5 \,.\, 4m) = 43KNm}$ 3ª Ecuación

Sistema de Fuerzas en el Plano

c- Equilibrar el sistema con 3 fuerzas actuantes en las direcciones a, b y c. .



$$\begin{cases} \sum Pi + \sum Ek = 0 \longrightarrow \sum Ek = -R = (-14\ ;\ 13\ )KN & (1) \\ \sum M^{L}pi + \sum Mj + \sum M^{L}Ek = 0 & (2) \end{cases}$$

Resolvemos las 3 ecuaciones con 3 incognitas (Ea; Eb y Ec)

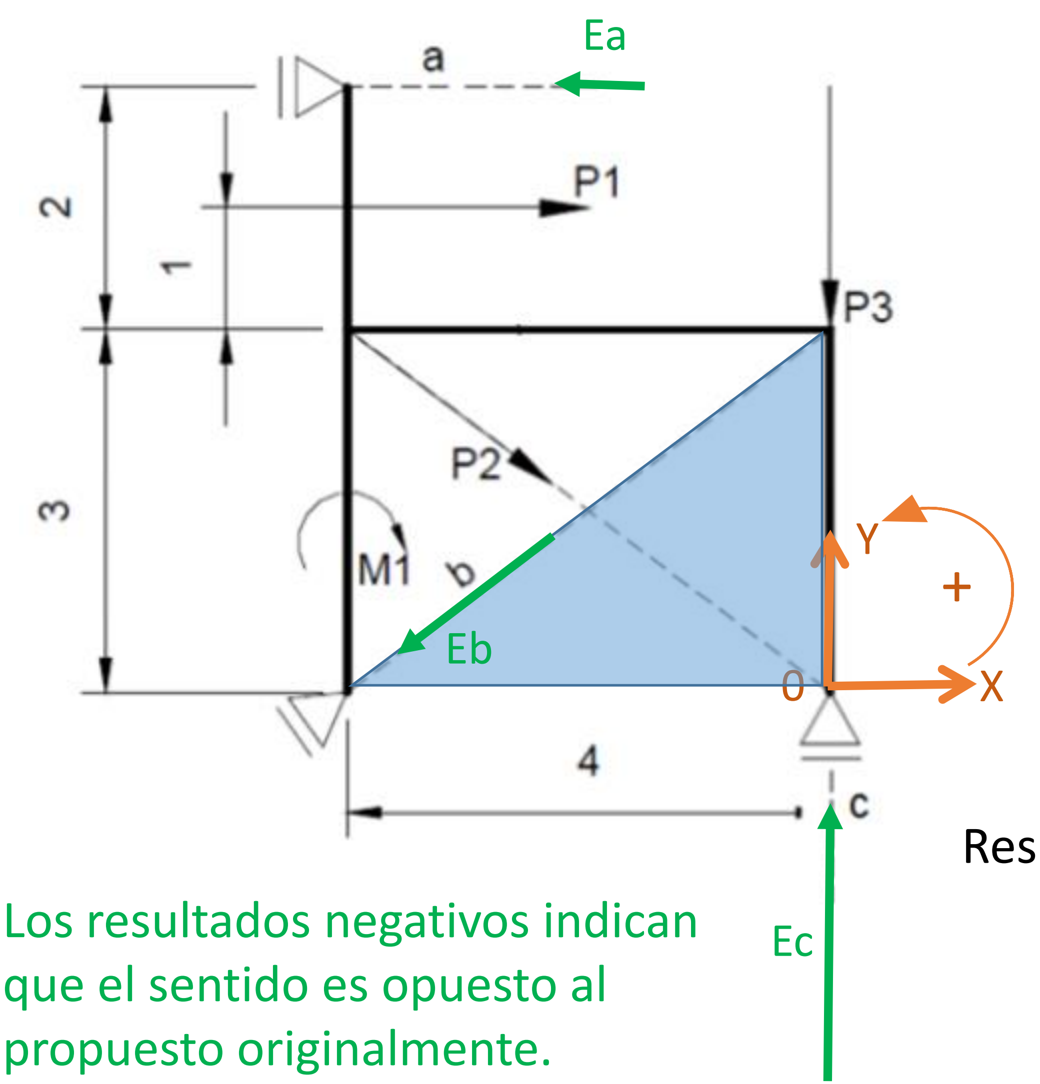
$$Ea + 4/5.Eb = -14KN$$

$$+ 3/5.Eb + Ec = 13KN$$

$$-5m.Ea + (12/5)m.Eb = 43KNm$$

Resultados: $\boxed{Ea = -0.5KN\ ;\ Eb = -16.88KN\ ;\ Ec = 23.13KN}$

c- Equilibrar el sistema con 3 fuerzas actuantes en las direcciones a, b y c. .



$$\begin{cases} \sum Pi + \sum Ek = 0 \longrightarrow \sum Ek = -R = (-14\,;\,13\,)KN & (1) \\ \sum M^{L}pi + \sum Mj + \sum M^{L}Ek = 0 & (2) \end{cases}$$

Resolvemos las 3 ecuaciones con 3 incognitas (Ea; Eb y Ec)

$$Ea + 4/5.Eb = -14KN$$

$$+ 3/5.Eb + Ec = 13KN$$

$$-5m.Ea + (12/5)m.Eb = 43KNm$$

Resultados: $\boxed{Ea = -0.5KN\,;\,Eb = -16.88KN\;;\;Ec = 23.13KN}$

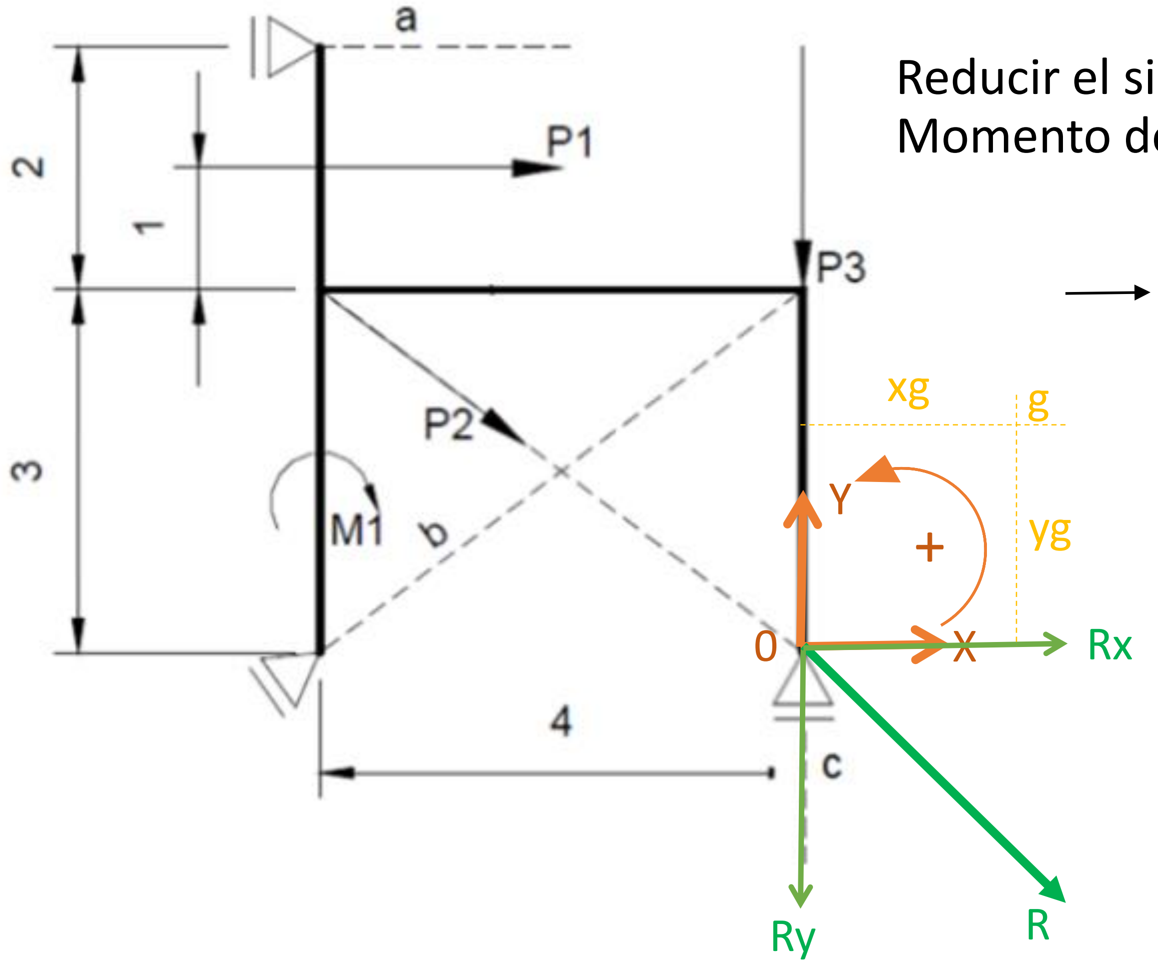
Los resultados negativos indican que el sentido es opuesto al propuesto originalmente.

Universidad de Buenos Aires – Facultad de Ingeniería
Departamento de Estabilidad
64.01 / 84.02 / 64.11 – Estabilidad I
Ejercicios Tema N°1: Fuerzas concentradas

d- Reducir el sistema a un punto genérico del plano y determinar los invariantes.

Sea el punto genérico “g” => g = (Xg ; Yg) las coordenadas del punto “g”

Reducir el sistema al punto “g” es calcular la Resultante de Reducción y el Momento de Reducción en ese mismo punto.

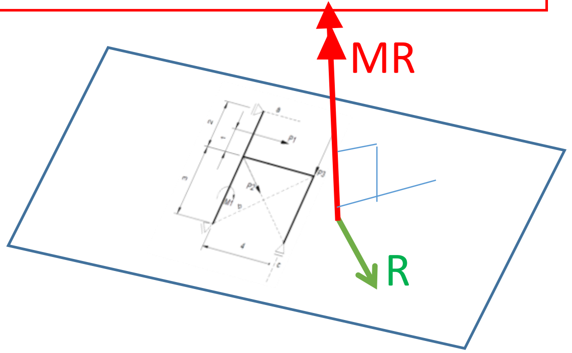


$$Rg = \sum Pi = R = (\,14KN\,;\,-13KN\,) = (Rx\,;\,Ry\,) = Iv$$

$$MRg = Mr^{\circ} + R\,.\,(yg\,;\,-xg) =$$

$$= -43KNm + [14KN.yg + (-13KN).\,(-xg)]$$

$$Ie = MR\,.\,(R\;/\;|R|) = 0$$



	Universidad de Buenos Aires – Facultad de Ingeniería	
	Departamento de Estabilidad	
	64.01 / 84.02 / 64.11 – Estabilidad I	
	Ejercicios Tema N°1: *Fuerzas concentradas*	