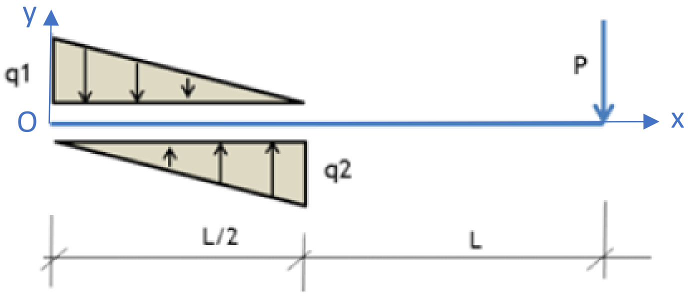
Ejercicio 12

Calcular los valores de q_1 y q_2 para que el sistema esté en equilibrio.

Datos: $P = 10\ kN$, $L = 6\ m$



Calculamos las resultantes de fuerzas de ambas cargas distribuidas.

$$F_1 = \frac{q_1 \frac{L}{2}}{2} = q_1 \frac{6m}{4} \quad siendo\ la\ posicion\ de\ la\ resultante\ \ x = \frac{1}{3}\frac{L}{2} = 1m$$

$$F_2 = \frac{q_2 \frac{L}{2}}{2} = q_1 \frac{6m}{4} \quad siendo\ la\ posicion\ de\ la\ resultante\ \ x = \frac{2}{3}\frac{L}{2} = 2m$$

Planteamos ecuaciones de equilibrio

$$\Sigma F = 0 = -P - F_1 + F_2 = -10kN - q_1 \frac{6m}{4} + q_2 \frac{6m}{4}$$

$$\Sigma M^O = 0 = -q_1 \frac{6m}{4} \frac{1}{6} 6m - 10kN(6m + 3m) + q_2 \frac{6m}{4} \frac{1}{3} 6m$$

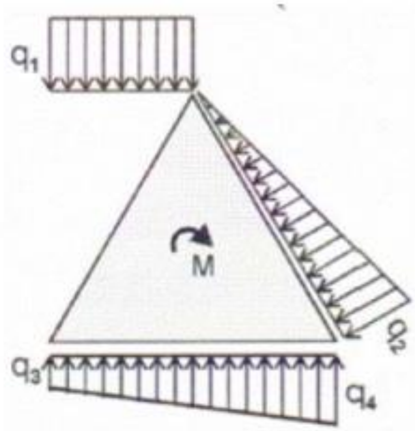
Resultando en el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} -10kN - q_1 1{,}5m + q_2 1{,}5m = 0 \\ -q_1 1.5m^2 - 90kNm + q_2 3m^2 = 0 \end{cases}$$

Resolviendo

$$q_1 = 46{,}66 \frac{kN}{m}$$

$$q_2 = 53{,}33 \frac{kN}{m}$$

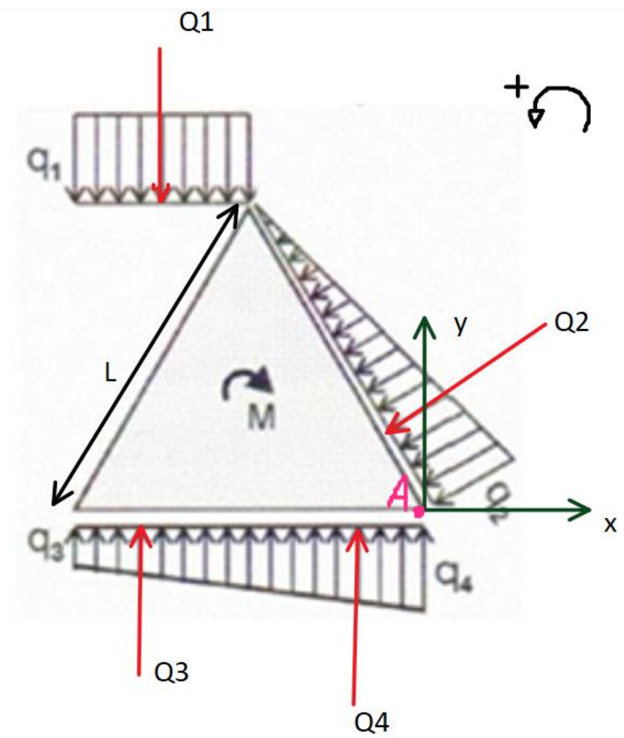


Ejercicio 13

Hallar la resultante del sistema de fuerzas actuante sobre el triángulo equilátero (definir el vector y su punto de aplicación).

Datos: $q_1 = 10\,\frac{kN}{m}$, $q_2 = q_4 = q_1$, $q_3 = \frac{q_4}{2}$, $M = 40 \cdot q_1\ kNm$
Lado del triángulo equilátero = 10 m

DCL



-Calculamos la resultante de cada carga distribuida:

$$Q_1 = \ q_1\,.5m = \frac{10kN}{m}.5m = 50kN$$

$$Q_2 = \frac{q_2\,.10m}{2} = \frac{10kN/m\,.10m}{2} = 50kN$$

$$Q_3 = \frac{q_3\,.10m}{2} = \frac{5kN/m\,.10m}{2} = 25kN$$

$$Q_4 = \frac{q_4\,.\,10m}{2} = \frac{10kN/m\,.\,10m}{2} = 50kN$$

-Escribimos cada carga vectorialmente:

$$\boldsymbol{\overline{Q}_1 = -50kN\,\hat{j}}$$

$$\overline{\boldsymbol{Q}}_{\boldsymbol{2}} = -50kN.\cos 30\ \hat{\imath} - 50kN.\sin 30\,\hat{\jmath} = \boldsymbol{-43{,}3kN\,\hat{\imath} - 25kN\,\hat{j}}$$

$$\boldsymbol{\overline{Q}_3 = 25kN\,\hat{j}}$$

$$\boldsymbol{\overline{Q}_4 = 50kN\,\hat{j}}$$

-Hallamos la resultante del sistema de fuerzas que actúa sobre la chapa:

$$\overline{\boldsymbol{R}} = -50kN\,\hat{\jmath}\ - 43{,}3kN\,\hat{\imath} - 25kN\,\hat{\jmath} + 25kN\,\hat{\jmath} + 50kN\,\hat{\jmath} = \boldsymbol{-43{,}3kN\,\hat{\imath}}$$

-Calculamos la sumatoria de momentos respecto del punto A:

A = (0;0;0)

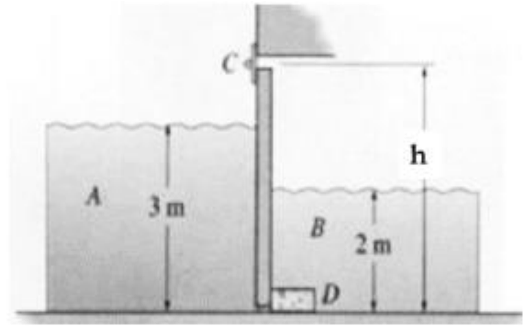
$$\sum \overline{\boldsymbol{M^A}} = 7{,}5m.\,50kN + 3{,}33m.\,50kN - 6{,}66m.\,25kN - 3{,}33m.\,50kN - 400kNm = \boldsymbol{-191{,}5kNm\hat{k}}$$

Ejercicio 14

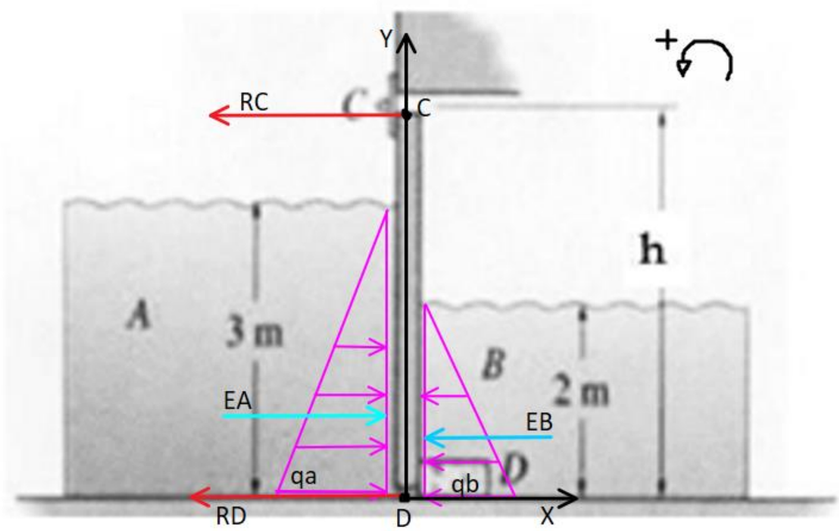
La compuerta de la figura separa 2 recintos, A y B.

Calcular las reacciones horizontales en la articulación C y en el tope D.

Datos: longitud de la compuerta $10\ m$, $h = 4\ m$. La densidad del líquido en ambos recintos es $1000\frac{kg}{m^3}$.



DCL



Calculamos los valores de las cargas producidas por cada liquido

$$\boldsymbol{qa} = \delta liq.3m = 1000\,{}^{kg}/_{m^3}.3m = \mathbf{3000}\,{}^{\boldsymbol{kg}}/_{\boldsymbol{m^2}}$$

$$\boldsymbol{qb} = \delta liq.2m = 1000\,{}^{kg}/_{m^3}.2m = \mathbf{2000}\,{}^{\boldsymbol{kg}}/_{\boldsymbol{m^2}}$$

Procedimos calculando la resultante del empuje de las mismas

$$\boldsymbol{EA} = \frac{qa.3m.10m}{2} = 3000\,{}^{kg}/_{m^2}.15m^2 = \mathbf{45000}\ \boldsymbol{kg}$$

$$\boldsymbol{EB} = \frac{qb.2m.10m}{2} = 2000\,{}^{kg}/_{m^2}.10m^2 = \mathbf{20000}\ \boldsymbol{kg}$$

Dado que el sistema se encuantra en equilibrio debe cuamplirse que:

$$\sum \bar{F} = \bar{0} \qquad\qquad \sum \overline{M^D} = \bar{0}$$

$\sum \overline{M^D} = -45000kg.1m + 20000kg.0.67m + 4m.RC = 0 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{RC} = \mathbf{7900}\boldsymbol{kg}$

$\sum \bar{F}x = 45000kg - 20000 - RD - RC = 0 \quad \rightarrow \boldsymbol{RD} = \mathbf{17100}\boldsymbol{kg}$

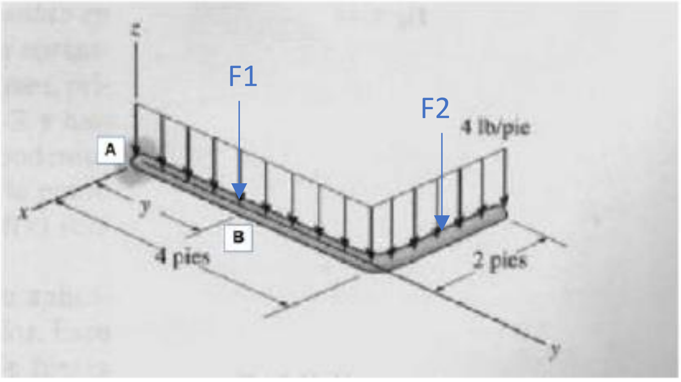
$\sum \bar{F}y = 0$

Dado que los valores fueron positivos, el analisis del sentido de las fuerzas fue correcto

$\overline{\boldsymbol{RD}} = -\mathbf{17100}\boldsymbol{kg}\ \check{\boldsymbol{\imath}}$ $\qquad\qquad$ $\overline{\boldsymbol{RC}} = -\mathbf{7900}\boldsymbol{kg}\ \check{\boldsymbol{\imath}}$

Ejercicio 20

Según la siguiente estructura en tres dimensiones, se pide reducir el sistema al punto A y al punto B. Datos: $y = 2\, pies$.



Calculamos las resultantes de las cargas distribuidas

$$F_1 = 4\frac{lb}{pie}4pies = -16lb\,\hat{z} \quad siendo\ la\ posicion\ de\ la\ fuerza\ \ y = 2pies$$

$$F_2 = 4\frac{lb}{pie}2pies = -8lb\,\hat{z} \quad siendo\ la\ posicion\ de\ la\ fuerza\ \ y = 4pies; x = -1pie$$

Calculamos la resultante de fuerzas (vale tanto para el punto A como para el punto B)

$$\bar{R} = -24lb\hat{z}$$

Buscamos la sumatoria de momentos en A y B

$$\Sigma M^A = (0,2,0)pies\ x\ (0,0,-16)lb + (-1,4,0)pies\ x\ (0,0,-8)lb = -64lb\ pie\ \hat{x} + \ 8lb\ pie\ \hat{y}$$

$$\Sigma M^B = (0,0,0)pies\ x\ (0,0,-16)lb + (-1,2,0)pies\ x\ (0,0,-8)lb = -16lb\ pie\ \hat{x} + \ 8lb\ pie\ \hat{y}$$

Quedando los siguientes sistemas reducidos a los puntos,

En A: $\begin{cases} \bar{R} = -24lb\hat{z} \\ \Sigma M_R^A = -64lb\ pie\ \hat{x} + \ 8lb\ pie\ \hat{y} \end{cases}$

En B: $\begin{cases} \bar{R} = -24lb\hat{z} \\ \Sigma M_R^A = -16lb\ pie\ \hat{x} + \ 8lb\ pie\ \hat{y} \end{cases}$