ÍNDICE:

**Ejercicio 5**

Para las siguientes estructuras, se pide:

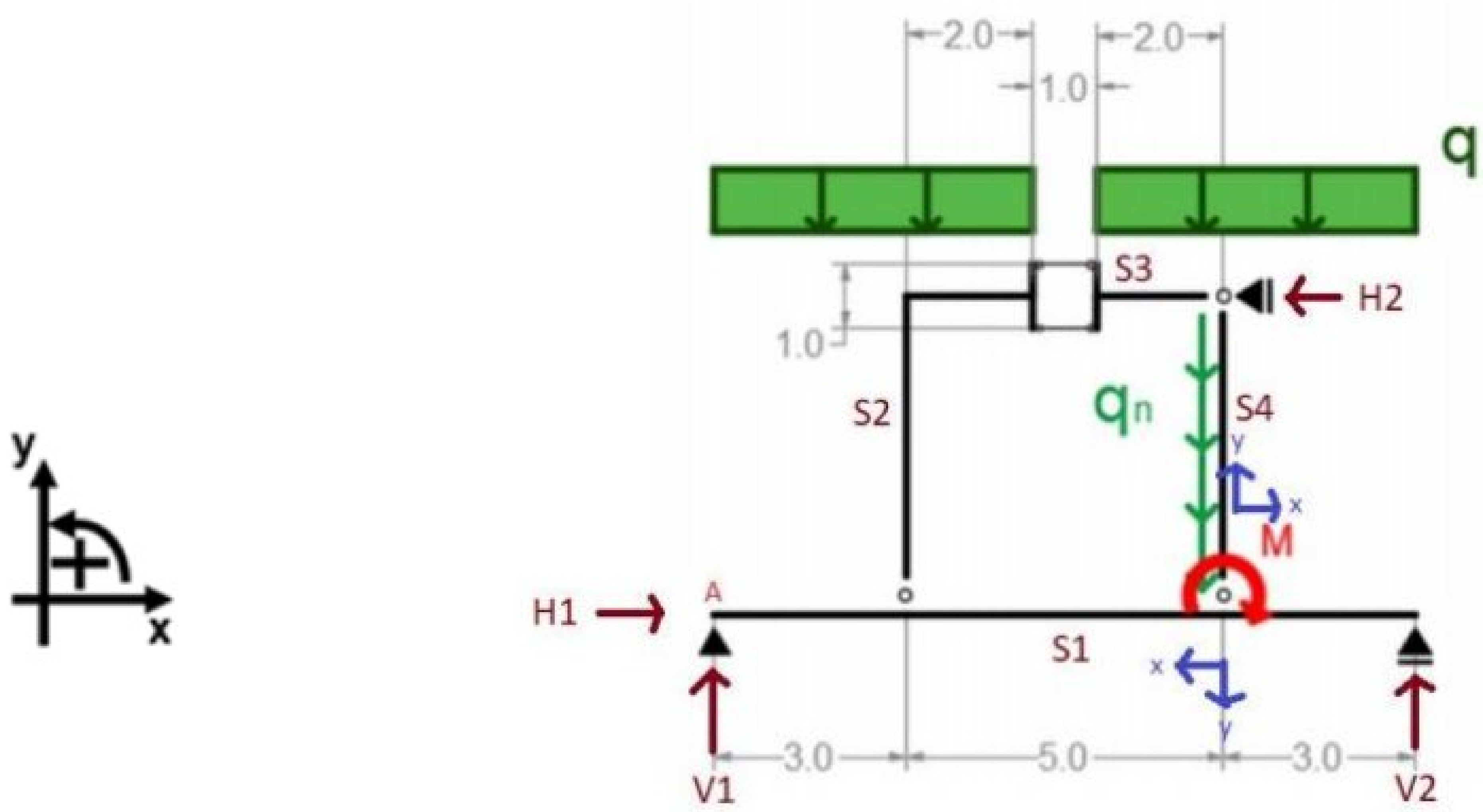
a) Realizar un análisis cinemático.

b) Calcular las reacciones de vínculo externo.

c) En el caso de 2 o más chapas, hacer el despiece de la estructura mostrando que cada chapa está en equilibrio, calculando las reacciones de vínculo interno.

Estructura 3:

Diagrama de cuerpo libre:




Medidas en metros. q=1kN/m, qn=1kN/m, M=10kNm

Análisis Cinemático.

Cadena de chapas cerrada. n=4 (cantidad de chapas)

$GL = 3 \cdot n = 12; \quad CVI = 2 \cdot n = 8; CVE = GL - CVI = 12 - 8 = 4$

Como la cantidad de vínculos externos iguala a los grados de libertad, ya que existen 2 provenientes de el vinculo fijo en A ( H1 , V1) y dos de los vínculos móviles ( H2 , V2 ), se verifica que es isostático.

Verificamos si existe vinculación aparente:

Comenzando por la chapa S1, vemos que hay un apoyo fijo en A, y que su rotación, respecto de este punto, está impedida por el apoyo móvil ubicado al otro extremo de la chapa. Es decir, que como la recta de acción del apoyo móvil no pasa por el punto fijo, entonces S1 esta fija. Luego, la articulación A14 es un punto fijo de S4, ya que pertenece a su vez a la chapa S1. Al igual que en la chapa anterior, su rotación se ve anulada por un apoyo móvil, ubicado en dirección horizontal. Y como este apoyo no pasa por el punto fijo, se puede afirmar que la chapa S4 esta fija.

En cuanto a las chapas S2 y S3, se puede notar que se forma un arco triarticulado, siendo la biela paralela la articulación. Los puntos A12 y A34 se encuentran fijos por pertenecer a su vez a chapas fijas (S1 y S4). Sabiendo que la articulación (biela) no está alineada con dichos puntos fijos, entonces se puede afirmar que el arco se encuentra inmovil.

Entonces el sistema está cinemáticamente estable, al ser isostático y no tener vinculación aparente.

<u>Cálculo reacciones de vínculo externo.</u>

Como no sabemos analizar cadenas de chapas cerradas la debemos abrir. Por lo tanto la abrimos en el punto A14. Siendo "x" e "y" los esfuerzos

$$\Sigma M_{S4}^{A34} = -M + x.5m = 0$$
$$x = 2\ kN$$

$$\Sigma Proy_{S3-S4} = y - qn.5m - q.2m = 0$$
$$y = 7\ kN$$

$$\Sigma M_{S2-S3-S4}^{A12} = -q.2m.1m - q.2m.4m - qn.5m.5m - M + y.5m + H2.5m = 0$$
$$H2 = 2\ kN$$

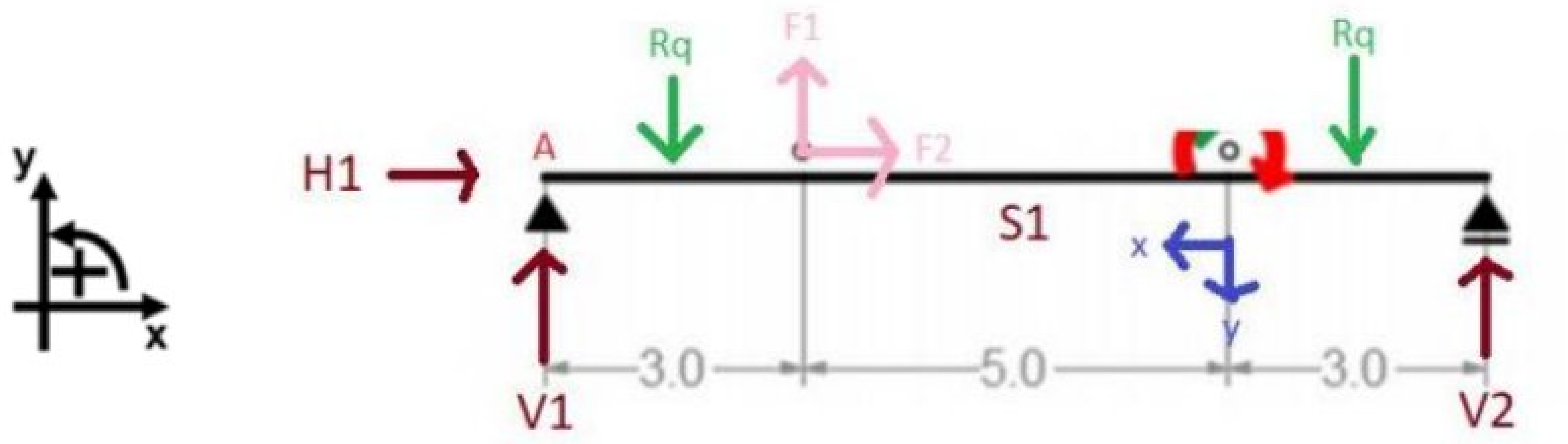
$$\Sigma F_H = H1 - H2 + x - x = 0$$
$$H1 = 2\ kN$$

$$\Sigma M^A = -q.5m.2,5m - q.5m.8,5m - qn.5m.8m - M + H2.5m + V2.11m = 0$$
$$V2 = 8,64\ kN$$

$$\Sigma F_V = V1 - q.5m - q.5m - qn.5m + V2 = 0$$
$$V1 = 6,36\ kN$$

<u>Despiece y cálculo de reacciones de vínculo interno:</u>

$Rq = 3\ kN$



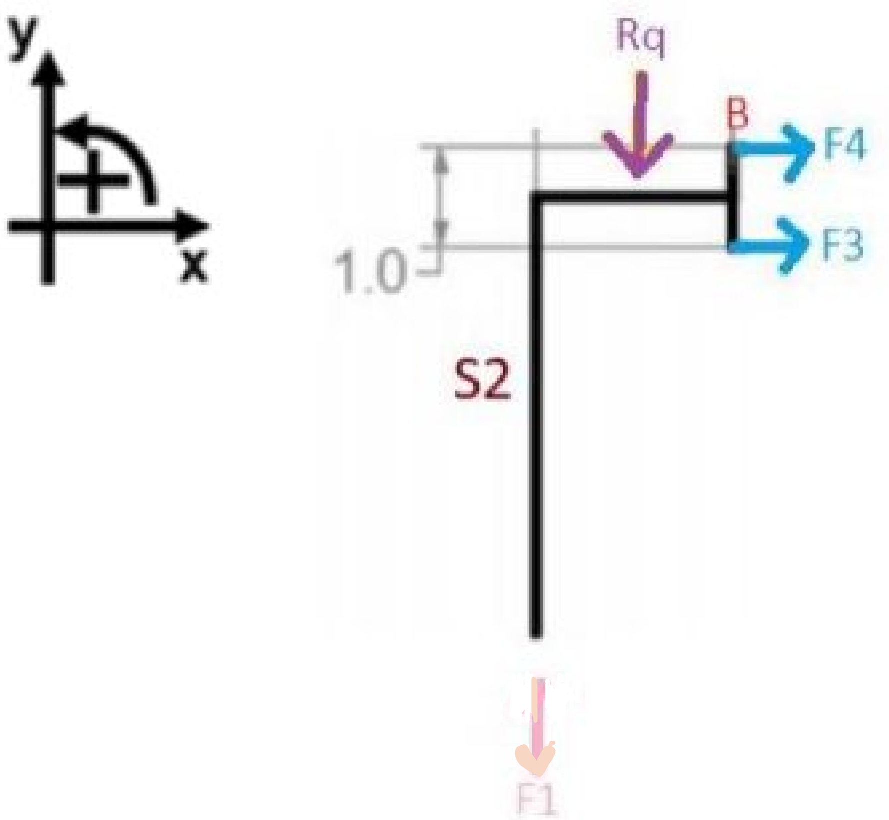

$\Sigma F_V = V1 - Rq + F1 - Rq - y + V2 = 0$

$F1 = -2\ kN$

$\Sigma F_H = H1 + F2 - x = 0$
$F2 = 0\ kN$

$\Sigma M^A = -Rq.1,5m + F1.3m - y.8m - Rq.9,5m + V2.11m = 0$

$Rq = 2\ kN$




$\Sigma M^B = F3.1m + Rq.1m + F1.2m = 0$
$F3 = 2\ kN$

$\Sigma F_H = F4 + F3 = 0$
F4=-2 KN

$\Sigma F_V = -F1 - Rq = 0$

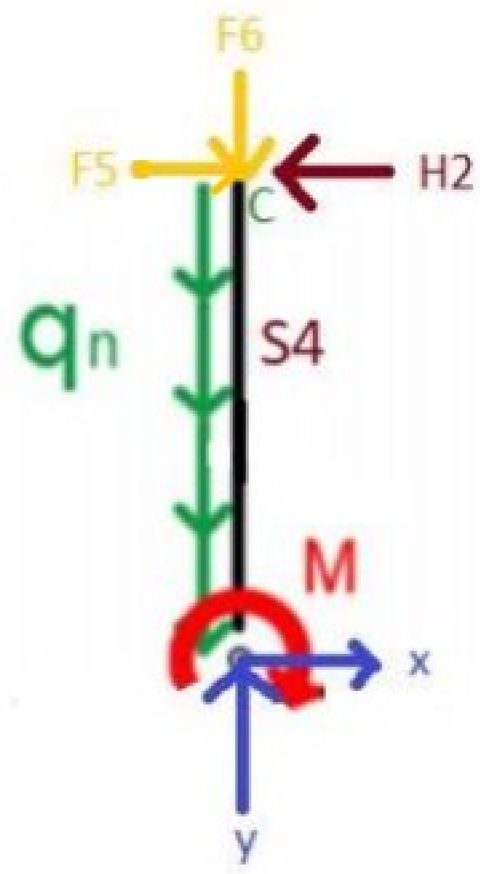
$Rq = 2\ kN$


*∑Fx(S3)=-F4-F3-F5=0*

*F5=0*

$\Sigma F_V = -Rq + F6 = 0$
$F6 = 2\ kN$

$\Sigma M^C = F4.0,5m - F3.0,5m + Rq.1m = 0$

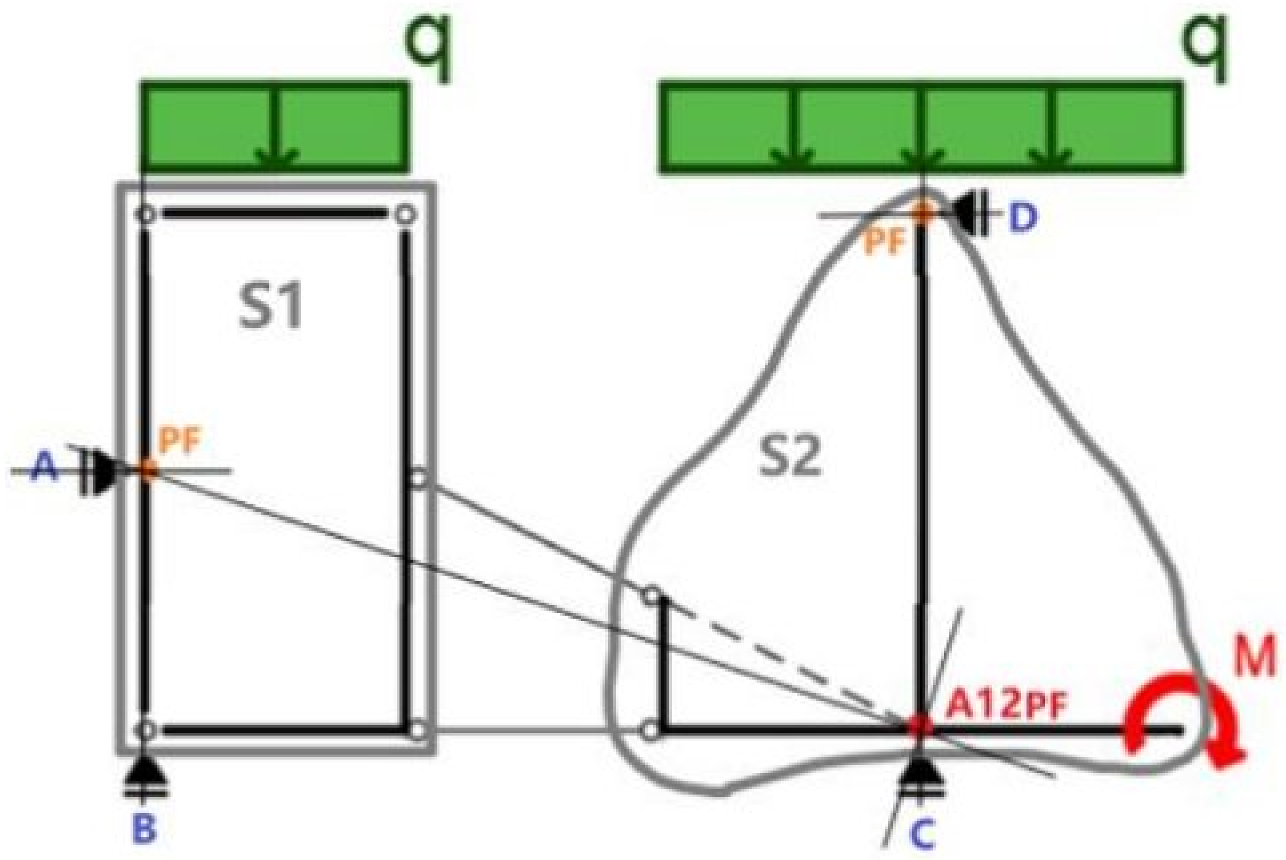

$\Sigma F_V = y - F6 - qn.5m = 0$

$\sum F_H = X - H2 + F5 = 0$

$\Sigma M^C = -M + x.5m = 0$

Estructura 7:

Análisis Cinemático.




- S1 por ser cadena cerrada de 3 chapas (GL de S1: 3x3 chapas –3x2 art.relativa=3➔Pseudocuerpo, tiene igual GL que 1 chapa) ademas, las 3 articulaciones no estan alineadas, no hay vinculacion aparente interna, lo cual se puede considerar como una chapa entera.
- Cada chapa presenta 3GL y cada art.relativa restringe 2GL resulta:
  NºGL = 3x2 chapas –2x1 art.relativa = 4

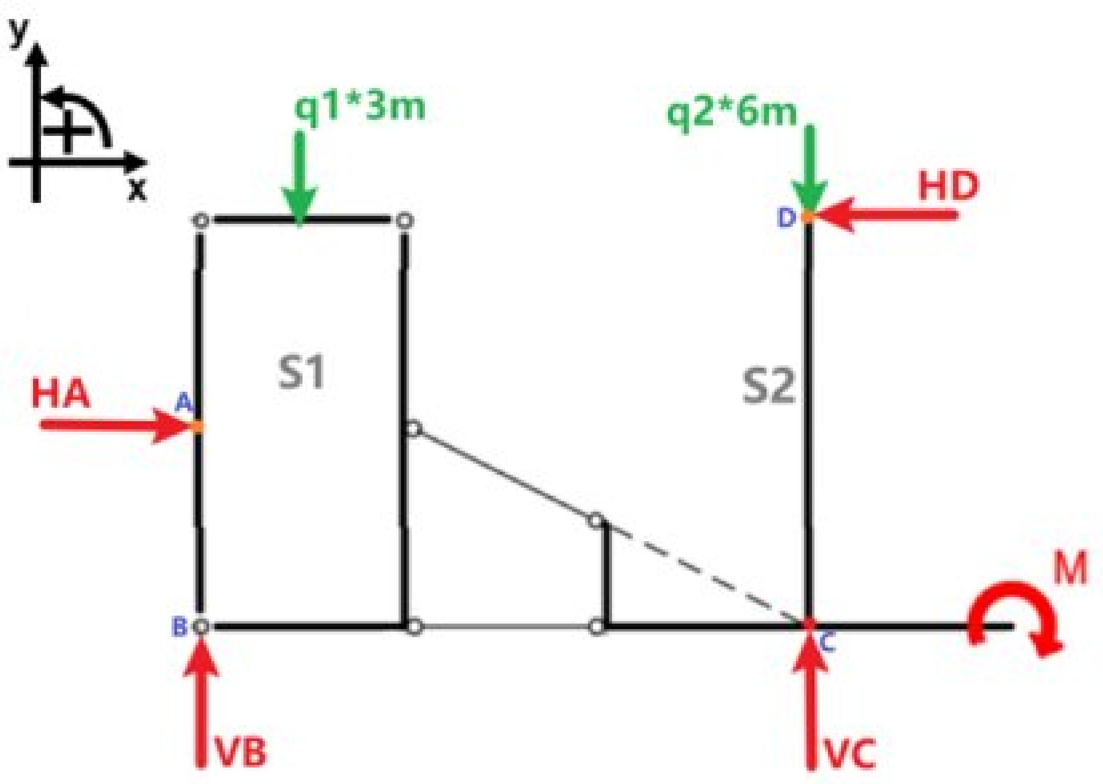
a) Se verifica que N°GL=N°CV. Se cumple, dado que la cadena cinemática en estudio presenta 4 GL y tiene impuestas 4 CV: 2 en S1 (apoyo móvil: A y B), y 2 en S2 (apoyo móvil C y D).

b) Se comprueba la eficiencia de la vinculación:
   - La intersección de los apoyos móviles (A∩B) genera un punto fijo (PF) en A.
   - Se puede observar que como existe una biela no paralela, entonces la intersección de sus rectas formara un punto fijo. Que en este caso resulta ser coincidente con A12.
   - Como A12 pertenece a la chapa S1, y se encuentran 2 PFs en la misma, entonces S1 es una chapa fija.
   - La intersección de los apoyos móviles(C∩D) genera otro PF en D, y como A12 también pertenece a la chapa S2, entonces podemos decir que S2 es una chapa fija.
   - No existe vinculación aparente.

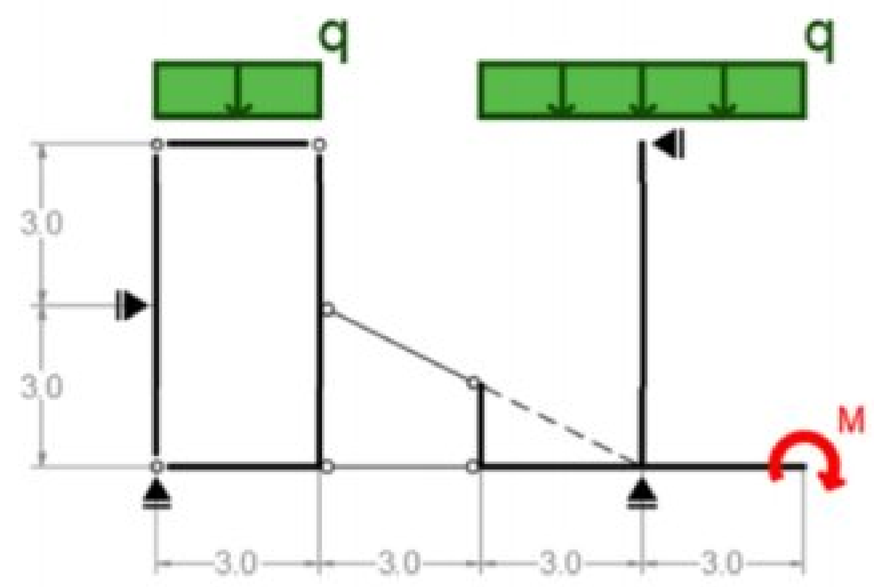
Como simultáneamente se cumplen los puntos a ) y b) puede concluirse que la estructura resulta isostáticamente vinculada y cinemáticamente invariable.

A) Cálculos de las reacciones de vínculo externo: (R.V.E)

*DCL*




Medidas en metros. M=20kNm, q=5kN/m.




- <u>E.E.A:</u>
  - $\Sigma F_x = H_A - H_D = 0$

    $\rightarrow H_A = H_D$ ①
  - $\Sigma F_y = V_B - q_1 \cdot 3m + V_C - q_2 \cdot 6m = 0$

  $\rightarrow V_B + V_C = 45kN$ ②
  - $\Sigma M^c = -M + 6m \cdot H_D - 3m \cdot H_A - 9m \cdot V_B + 7{,}5m \cdot q_1 \cdot 3m = 0$ ③

- <u>E.E.R:</u>
  - $\Sigma M^c_{S_2} = H_D \cdot 6m - M = 0$ ④

Despejando:

④ $H_D \cdot 6m = 20kNm$ ① $H_A = H_D$

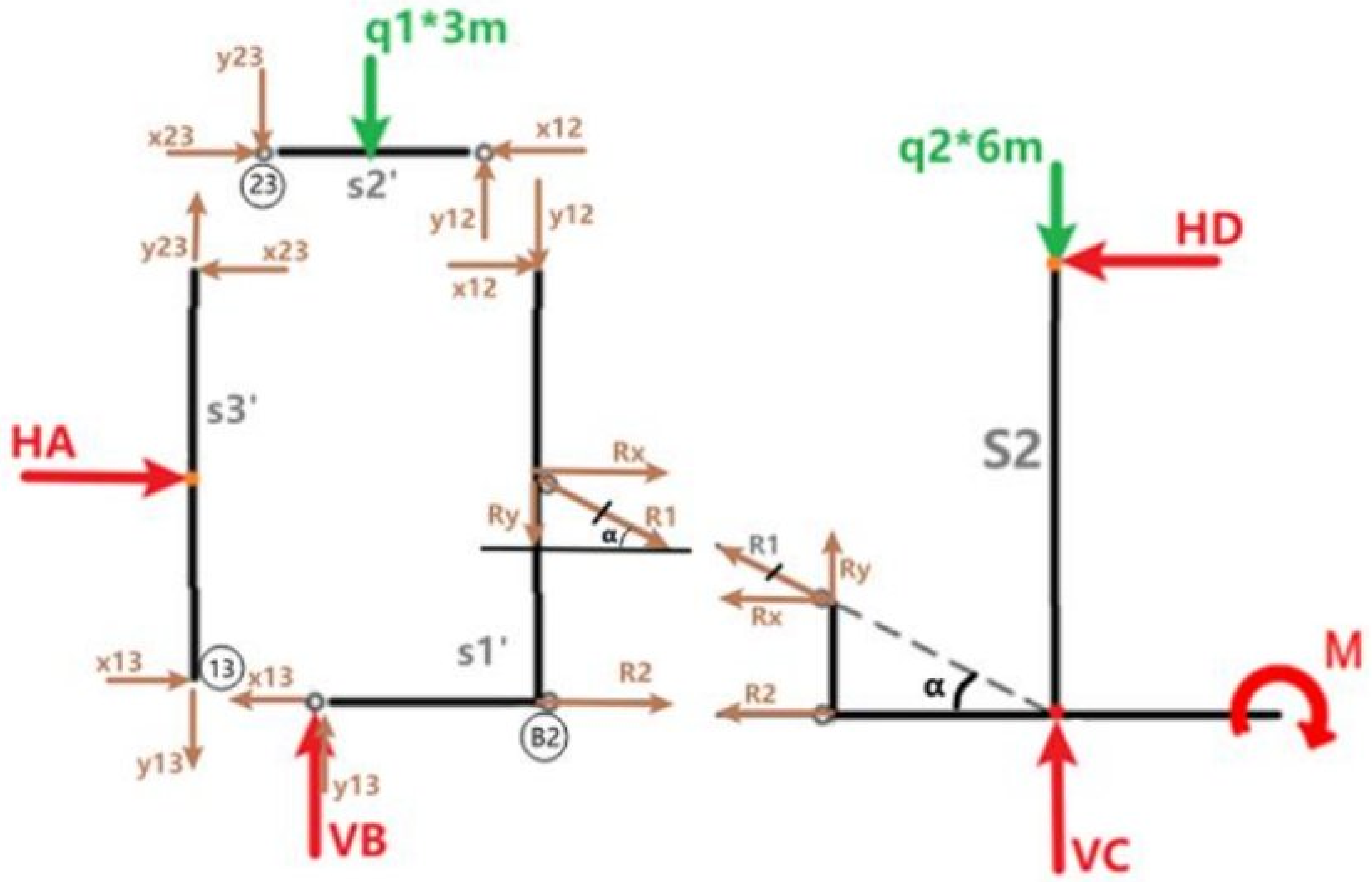
$\rightarrow \boldsymbol{H_D = -3{,}33kN}$ $\rightarrow \boldsymbol{H_A = 3{,}33kN}$

③ $-20kNm + 6m \cdot 3{,}33kN - 3m \cdot 3{,}33kNm + 7{,}5m \cdot 5\,\frac{kN}{m} \cdot 3m = 9m \cdot V_B$

$\rightarrow \boldsymbol{V_B = 11{,}39kN}$

② $11{,}39kN + V_C = 45kN$

$\rightarrow \boldsymbol{V_C = 33.61kN}$

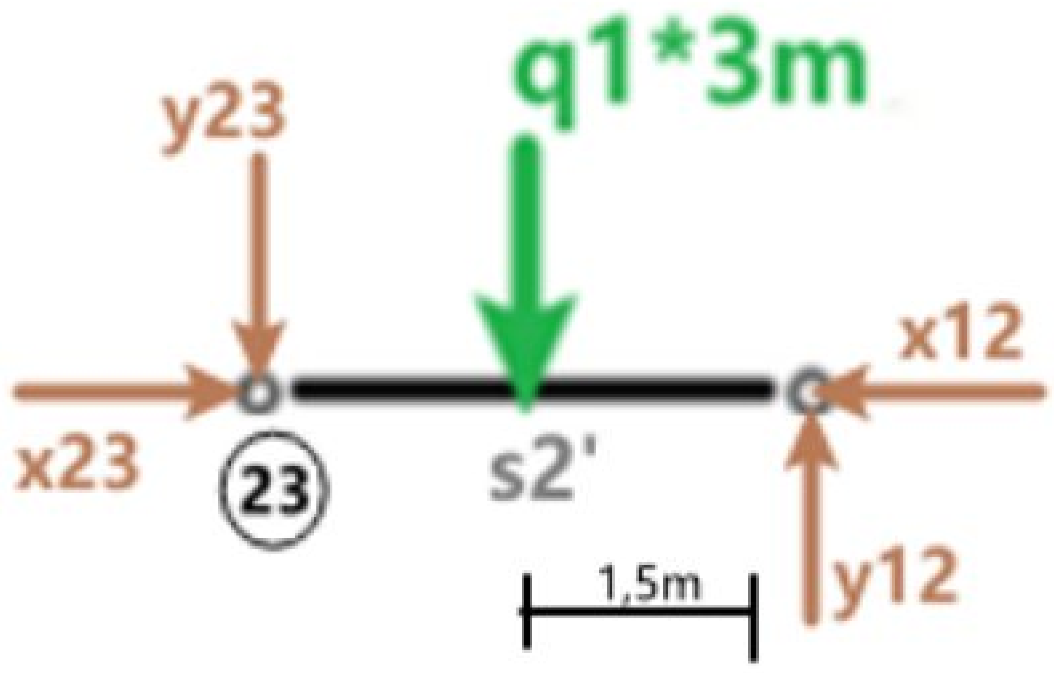



**Despiece, cálculos de las reacciones de vínculo interno: (R.V.I)**

***(s1'+s2'+s3'=S1)***

Empiezo por s2':

*Terna derecha:*


- $\Sigma F_x = x_{23} - x_{12} = 0$

  $x_{12} = x_{23}$

  $\rightarrow \boldsymbol{x_{13} = 1,67kN}$ ⑤

- $\Sigma F_y = -y_{23} - 15kN + y_{12} = 0$

  $y_{12} - y_{23} = 15kN$ ②

  $\rightarrow \boldsymbol{y_{23} = -7,5kN}$

- $\Sigma M^{23} = -15kN \cdot 1{,}5m + y_{12} \cdot 3m = 0$

  $\rightarrow \boldsymbol{y_{12} = 7,5kN}$ ①


- $\Sigma F_x = -x_{23} + x_{13} + H_A = 0$

  $-x_{23} + x_{13} = -3{,}33kN$ (5)

  $\rightarrow \boldsymbol{x_{13} = -1,67kN}$

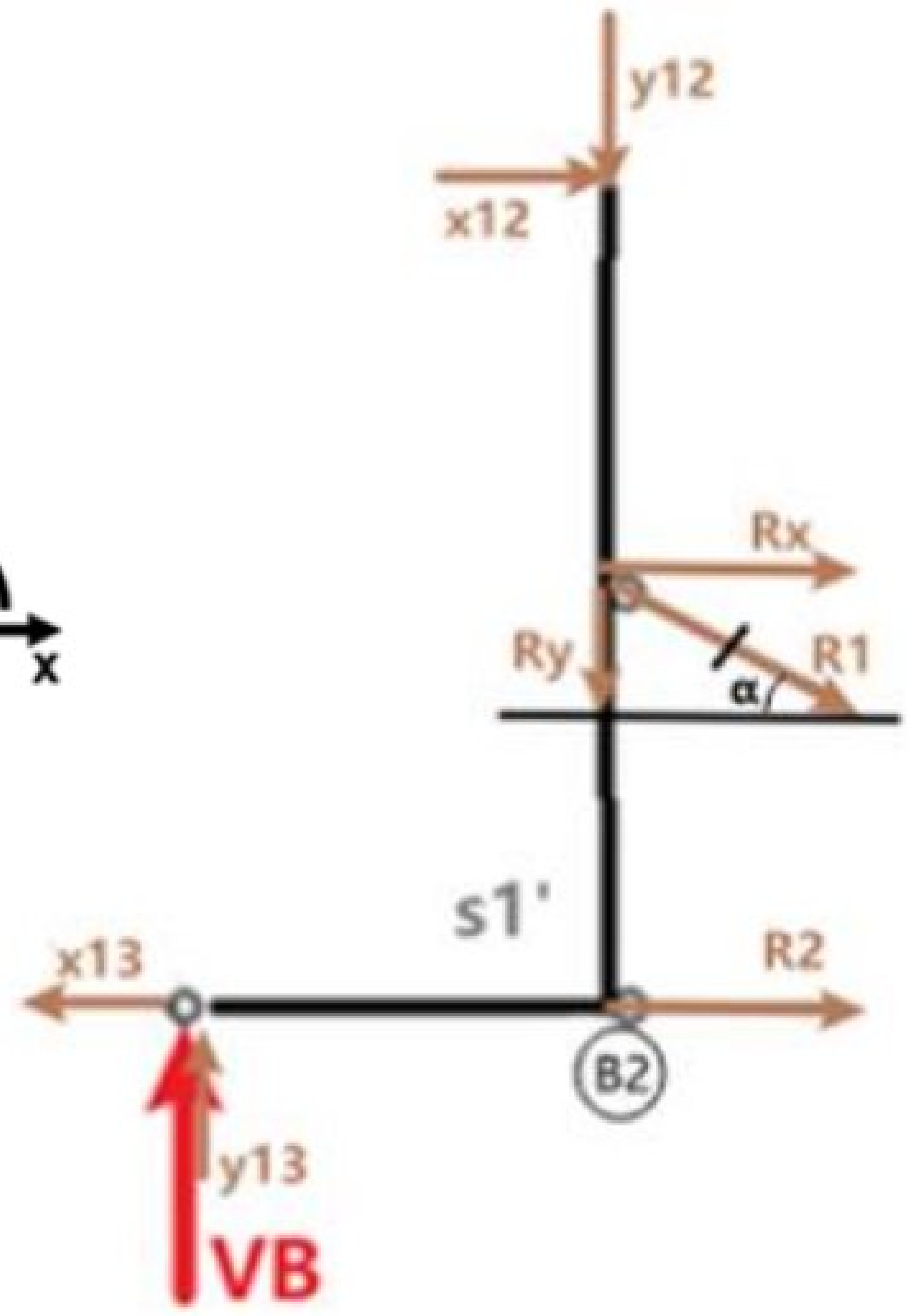
- $\Sigma F_y = y_{23} - y_{13} = 0$

  $y_{13} = y_{23}$ (3)

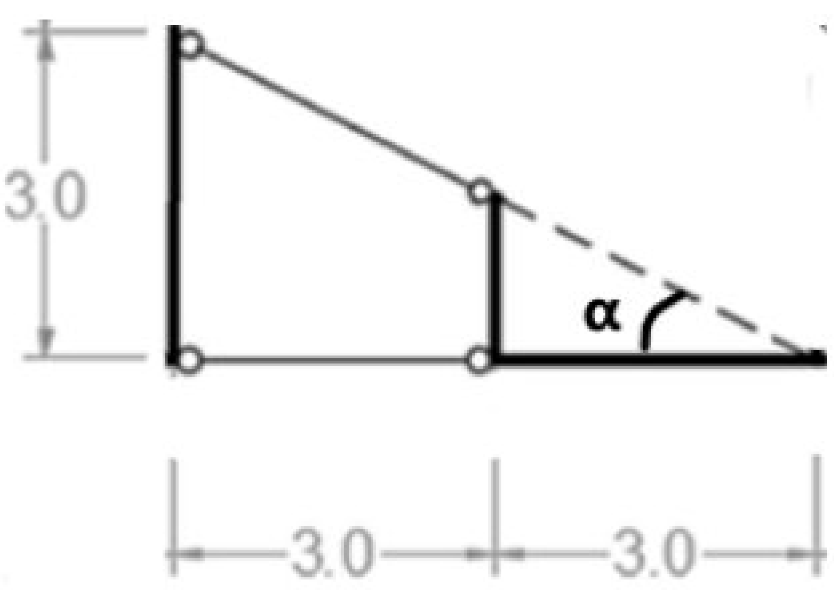
  $\rightarrow \boldsymbol{y_{13} = -7,5kN}$

- $\Sigma M^{13} = -H_A \cdot 3m + x_{23} \cdot 6m = 0$ (4)

  $\rightarrow \boldsymbol{x_{23} = 1,67kN}$






- Busco el ángulo α:

  $\tan \alpha = \dfrac{3}{6}$

  $\boldsymbol{\alpha = 26,57°}$

- Descomposición de R1:

  $R_x = R_1 \cdot cos(26\,,57°)$

  $R_y = R_1 \cdot sen(26\,,57°)$

- $\Sigma F_x = x_{12} - x_{13} + R_x + R_2 = 0$

  $R_x + R_2 = -3{,}34kN$ (8)

  $\rightarrow \boldsymbol{R_2 = 3,89kN}$

- $\Sigma F_y = y_{13} + V_B - y_{12} - R_y = 0$ (6)

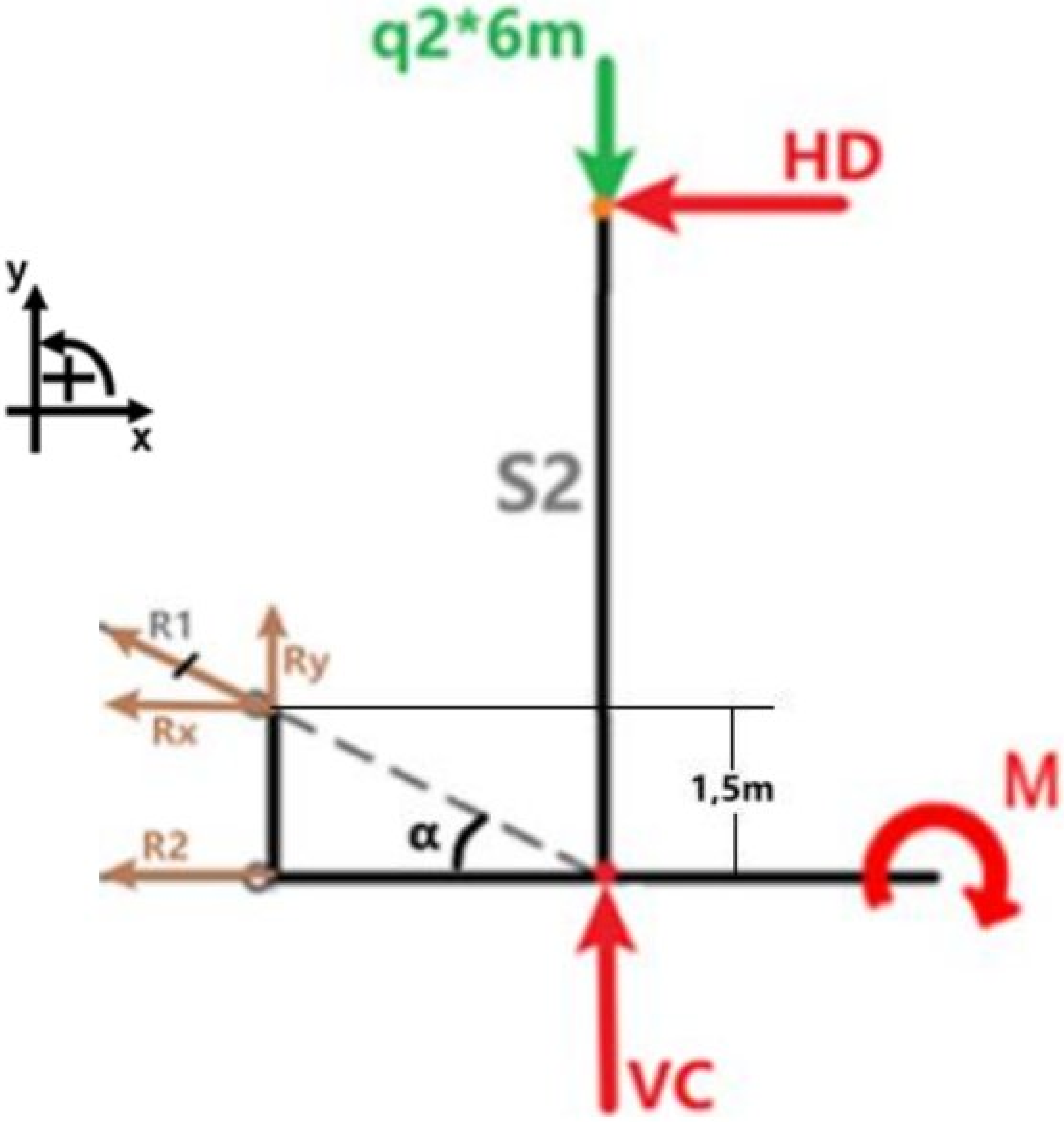
  $\rightarrow \boldsymbol{R_y = -3,61kN}$

- $\Sigma M^{B2} = -V_B \cdot 3m - y_{13} \cdot 3m - R_x \cdot 3m - x_{12} \cdot 6m = 0$

  $R_x \cdot 3m = -21{,}69kNm$ (7)

  $\rightarrow \boldsymbol{R_x = -7,23kN}$

$$\rightarrow \boldsymbol{R_1} = \frac{R_x}{\cos(26{,}57°)} = \frac{R_y}{sen(26{,}57°)} = \boldsymbol{-8{,}08kN}$$




Con los datos obtenidos, la chapa S2 tiene que estar en equilibrio.

- $\Sigma F_x = -R_x - R_2 - H_D = 0$

  $$\boldsymbol{0{,}01 \cong 0}$$

  (Hay error de redondeo)

- $\Sigma F_x = R_y + V_C - 30kN = 0$

  $$\boldsymbol{0 = 0}$$

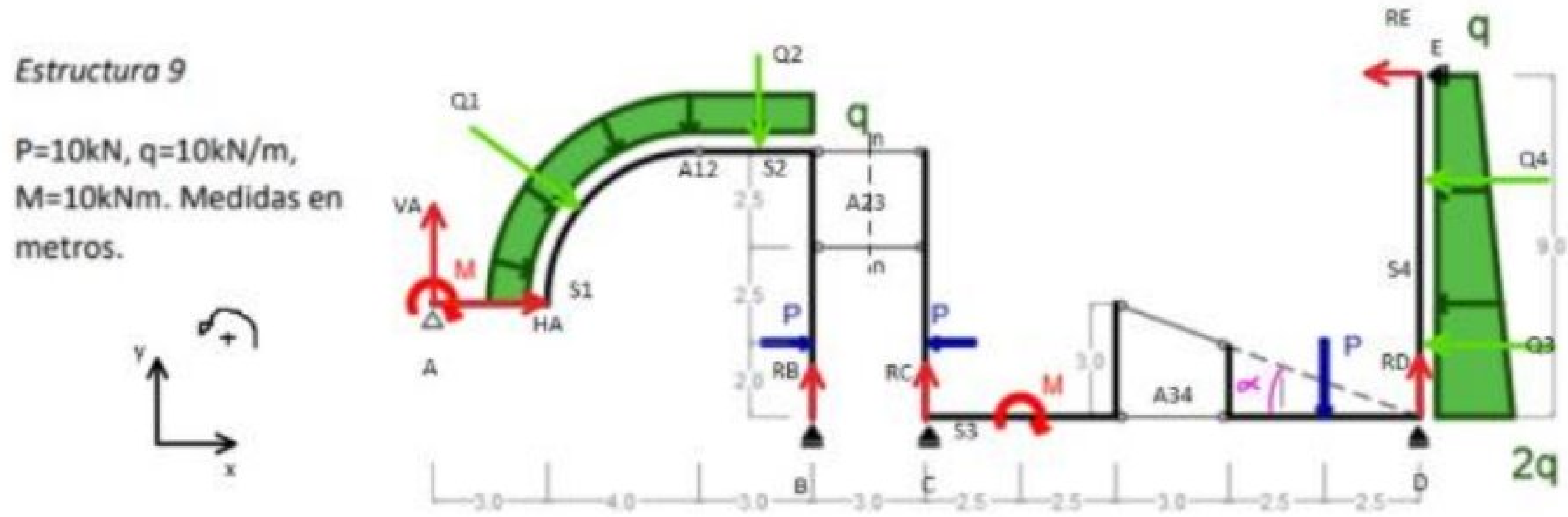
- $\Sigma M^C = R_x \cdot 1{,}5m - R_Y \cdot 3m + H_D \cdot 6m - M = 0$

  $$\boldsymbol{-0{,}035 \cong 0}$$

  (Hay error de redondeo)

Estructura 9:

Diagrama de cuerpo libre:




Análisis Cinemático.

Cadena de chapas abierta. n=4 (cantidad de chapas)

$GL = 3 \cdot n = 3 \cdot 4 = 12; CVI = 2 \cdot (n-1) = 6; CVE = GL - CVI = 12 - 6 = 6$

Por lo tanto es sistema es isostático, ya que cuenta con seis condiciones de vínculo externo, cuatro provenientes de los apoyos móviles (B, C, D, E) y dos del apoyo fijo (A).

Al analizar la chapa S2, la recta de acción del apoyo B corta a las articulaciones de las bielas paralelas, como estas restringen el movimiento horizontal y el momento, entonces hay dos puntos fijos en S2. Al estar fija la chapa S2 y tener un apoyo fijo en A, entonces la chapa S1 esta fija. Con la chapa S3 ocurre lo mismo que con S2. La intersección de las bielas paralelas con el apoyo móvil en C forman 2 puntos fijos en A23. Ya que las bielas se pueden mover únicamente en dirección vertical y el apoyo móvil no se lo permite. Entonces, por tener 2 puntos fijos y al no coincidir las direcciones de los vínculos, se puede afirmar que S3 está fija. Por último, la chapa S4 se encuentra inmóvil por estar vinculada a S3 mediante una biela no paralela, la cual forma un punto fijo en la intersección de sus rectas, y por tener otro punto fijo en E. Siendo este punto la intersección de la recta de acción de dos apoyos móviles.

Entonces el sistema está cinemáticamente estable, al ser isostático y no tener vinculación aparente.

Cálculo reacciones de vínculo externo.

Calculamos la resultante de cada carga distribuida:

$$Q_1 = \sqrt{2} \cdot r \cdot q = \sqrt{2} \cdot 4m \cdot 10\, {}^{kN}/_{m} = 56{,}57kN$$

$$Q_{1x} = \sqrt{2}.r.q.\frac{\sqrt{2}}{2} = r.q.\frac{2}{2} = r.q = 10\, {}^{kN}/_{m} \cdot 4m = 40kN$$

$$Q_{1y} = \sqrt{2}.q.r\frac{\sqrt{2}}{2} = r.q.\frac{2}{2} = r.q = 10\, {}^{kN}/_{m} \cdot 4m = 40kN$$

$$Q_2 = q \cdot 3m = 10\, {}^{kN}/_{m} \cdot 3m = 30kN$$

$$Q_3 = \frac{2 \cdot q \cdot 9m}{2} = 10 \, {}^{kN}\!/_{m} \cdot 9m = 90kN$$

$$Q_4 = \frac{q \cdot 9m}{2} = \frac{10 \, {}^{kN}\!/_{m} \cdot 9m}{2} = 45kN$$

Calculamos las reacciones de vínculo por medio de ecuaciones de equilibrio global y relativo:

$$\sum \overline{M^D}_{S_4} = 2{,}5m \cdot P + 3m \cdot Q_3 + 6m \cdot Q_4 + 9m \cdot R_E$$

$$= 2{,}5m \cdot 10kN + 3m \cdot 90kN + 6m \cdot 45kN + 9m \cdot R_E = 0 \quad \gg R_E = -62{,}77kN$$

$$\sum F_x = H_A - R_E - Q_3 - Q_{34} + Q_{1x} + P - P = H_A + 62{,}77kN - 90kN - 45kN + 40kN = 0$$

$$\gg H_A = 32{,}23kN$$

$$\sum \overline{M^{A^{12}}}_{S_1} = 4m \cdot H_A - 7m \cdot V_A - M + \sin 45 \cdot 4m \cdot Q_1$$

$$= 4m \cdot 32{,}23kN - 7m \cdot V_A - 10kNm + 160kNm = 0 \quad \gg V_A = 39{,}84kN$$

$$Proy^{n-m}_{S_1,S_2} = R_B + V_A - Q_2 - Q_{1y} = R_B + 39{,}84kN - 30kN - 40kN \gg R_B = 30{,}16kN$$

$$\sum M^D = -2 \cdot M + 3m \cdot Q_3 + 6m \cdot Q_4 + 9m \cdot R_E + 2{,}5m \cdot P - 13m \cdot R_C - 16m \cdot R_B - 3m \cdot H_A - 26m \cdot V_A + 17{,}5m \cdot Q_2 - 5{,}83m \cdot Q_{1x} + 21{,}82m \cdot Q_{1y} = 0$$

$$\gg R_C = -36{,}19kN$$

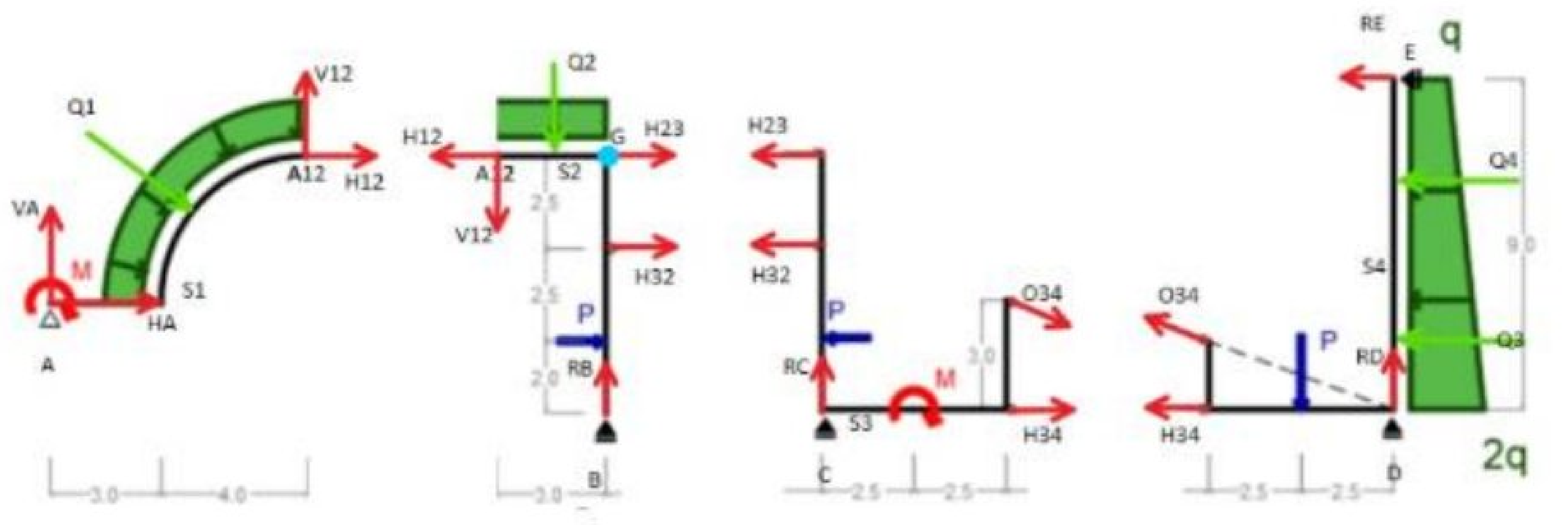
Donde $5{,}83m = 3m + \cos(45) \cdot 4m$ y $21{,}82m = 19m + \sin(45) \cdot 4m$

$$\sum F_y = V_A + R_B + R_C - P + R_D - Q_2 - Q_{1y}$$

$$= 39{,}84kN + 30{,}16kN - 36{,}19kN - 10kN + R_D - 30kN - 40kN = 0$$

$$\gg R_D = 46{,}19kN$$

<u>Despiece y cálculo de reacciones de vínculo interno:</u>



Donde $\tan\alpha = \frac{3m}{8m} \quad \gg \quad \alpha = 20{,}56°$

Calculamos los vínculos internos:

$$\sum F_{x,S_1} = H_A + Q_{1x} + H_{12} = 0 \quad \gg H_{12} = -72{,}23kN$$

$$\sum F_{y,S_1} = V_A + V_{12} - Q_{1y} = 0 \quad \gg V_{12} = 0{,}16kN$$

$$\sum F_{y,S_4} = -P - R_D + O_{34} \cdot \sin(20{,}56) = 0 \quad \gg O_{34} = -103kN$$

$$\sum F_{x,S_4} = -H_{34} - Q_3 - Q_4 - R_E - O_{34} \cdot \cos(20{,}56) = 0 \quad \gg H_{34} = 24{,}21kN$$

$$\sum \overline{M^G}_{S_2} = 2{,}5m \cdot H_{32} + +5m \cdot P + 3m \cdot V_{12} + 1{,}5m \cdot 30kN = 0 \gg H_{32} = -38{,}19kN$$

$$\sum F_{x,S_2} = -H_{12} + H_{23} + H_{32} + P = 0 \quad \gg V_{12} = 0{,}16kN$$