



Universidad de Buenos Aires

Facultad de Ingeniería

Departamento de Estabilidad

INGENIERÍA CIVIL

ESTABILIDAD II – 84.03

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II

Concepto de Tensión-01

Autor: **Ing. Luis Nelson SOSTI**
Abril 2020



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

01 – REPASO CONCEPTUAL DE RVE Y RVI:

En esta sección se realizará un repaso de **RVE** y de **RVI** (o **SI**), destacando una serie de consideraciones ya vistas en **“EI”**, pero desde otra perspectiva y desde otro ángulo.

- Considérese un sistema de cuerpos vinculados cualquiera, el cual será el “sistema bajo estudio y análisis”;
- Sobre el mismo actúa un conjunto de fuerzas activas **“FA”** no nulo. Esto implica que estas fuerzas no están en equilibrio, es decir, no constituye un sistema autoequilibrado;
- Este sistema de cuerpos no está aislado del resto del universo, sino por el contrario, estará en pleno contacto con algunos. La Tierra entra dentro de este conjunto de “algunos cuerpos”;
- El sistema de cuerpos estará en equilibrio cuando el conjunto de fuerzas activas **“FA”** es equilibrado con otro conjunto de fuerzas, el cual deberá ser tal que haga que ambos sistemas se encuentren en equilibrio y conformen un sistema nulo;



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

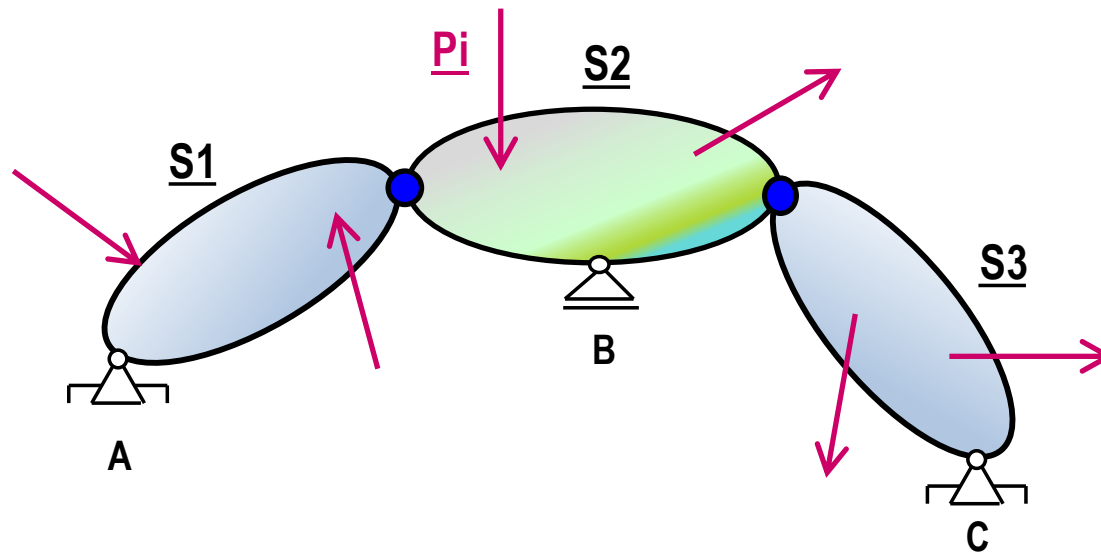
- Este 2º conjunto de fuerzas es justamente producido o proporcionado por el “resto del universo”, es decir, por los cuerpos que se encuentran en contacto con el sistema bajo estudio;
- De esta manera aparece en 1º lugar, el concepto de “**vínculo**”; y en 2º término el de “**reacciones de vínculo**”;
- Los vínculos son:
 - I. El medio que sirve de apoyo al sistema de cuerpos bajo estudio, es decir, el sistema apoya sobre ellos;
 - II. Los cuerpos que permiten transferir las fuerzas activas del sistema bajo estudio a otros cuerpos. Luego éstos las podrán transferir a otros cuerpos o a la Tierra. En definitiva, las fuerzas activas siempre se podrán transferir “n” veces entre cuerpos, hasta llegar en definitiva a la Tierra;
 - III. Los vínculos son los cuerpos que, además, generan el sistema de fuerzas denominado “**reacciones de vínculo**”, el cual permite equilibrar a las fuerzas activas **“FA”**;

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

V. Lo anterior puede expresarse matemáticamente de la siguiente manera:

$$F_A + F_R = F_E = 0$$

Toda la descripción anterior, se muestra mediante los siguientes esquemas:



$$P_i = F_A$$

N : N° de Chapas

$$GL = CV = N + 2 = 3 + 2 = 5$$

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

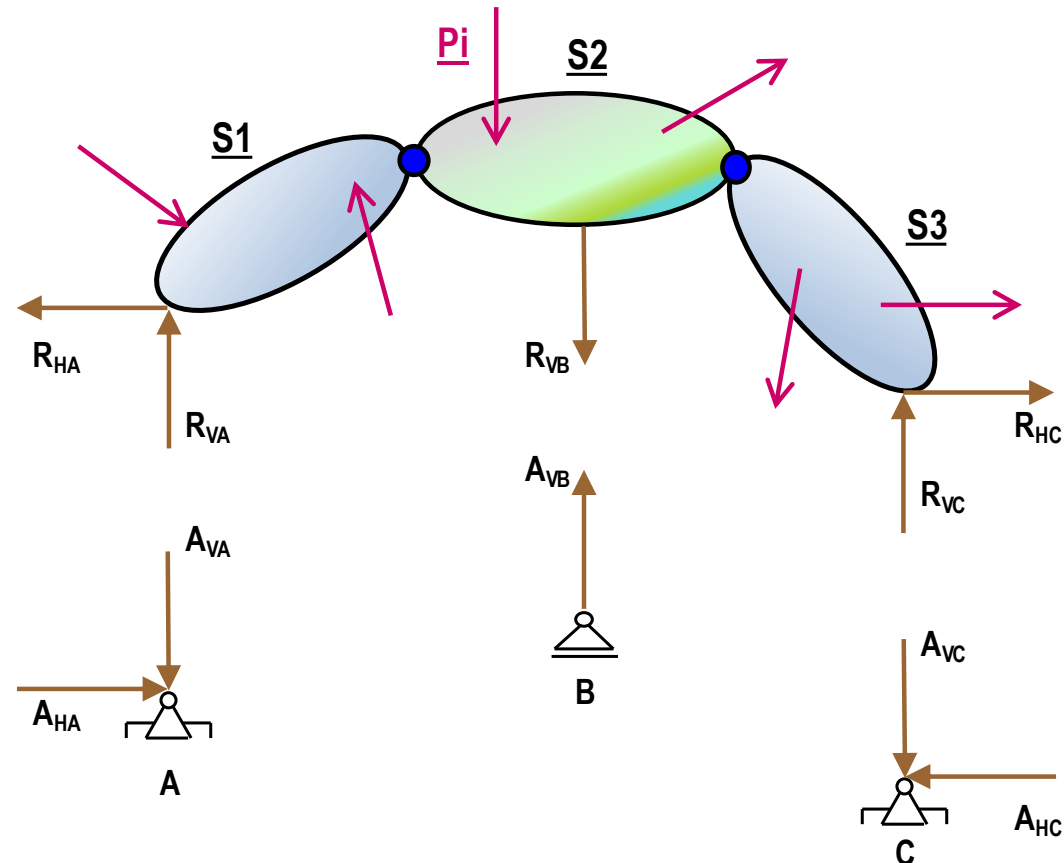
02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA



R : Reacciones Vínculo: son las fuerzas que los vínculos ejercen sobre el Sistema de Cuerpos

A : Acciones: son las fuerzas que el Sistema de Cuerpos ejerce sobre los vínculos

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

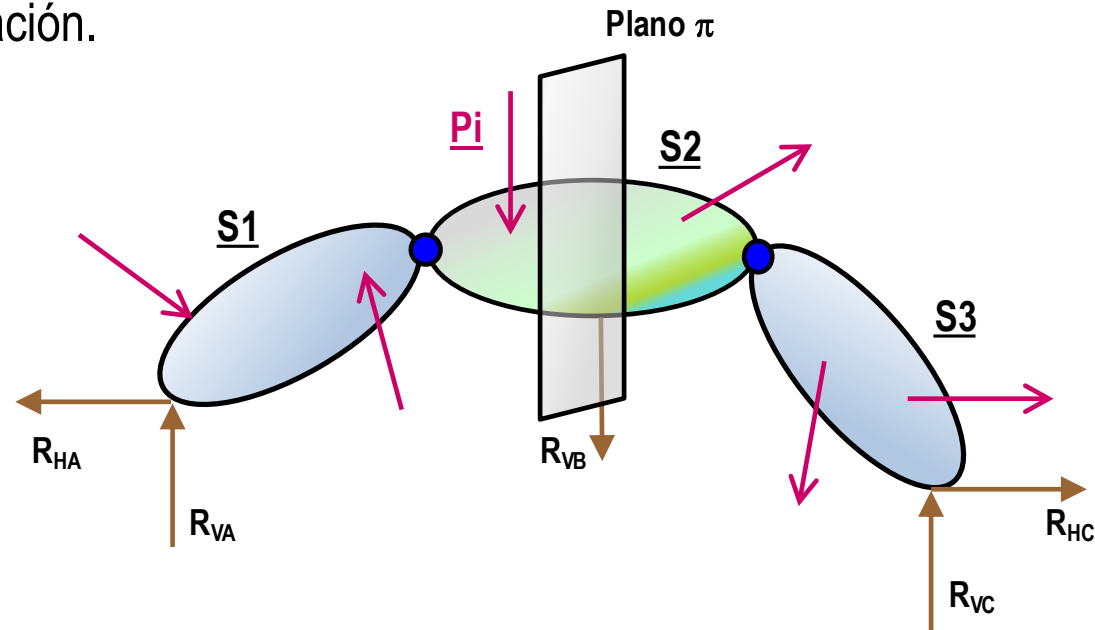
05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

Qué se entiende por **RVI** (o **SI**)?

Se repasarán y verán algunos aspectos ya conocidos, pero desde otro punto de vista y que servirán para lo que viene a continuación.

- **1) - DEFINICIÓN CLÁSICA Y BÁSICA:** La cual ha servido para su cálculo y determinación.



- Se trabajará con lo que nos interesa, el sistema bajo estudio, sobre el cual se hace pasar un plano de corte por cualquier parte del mismo y con cualquier orientación;

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

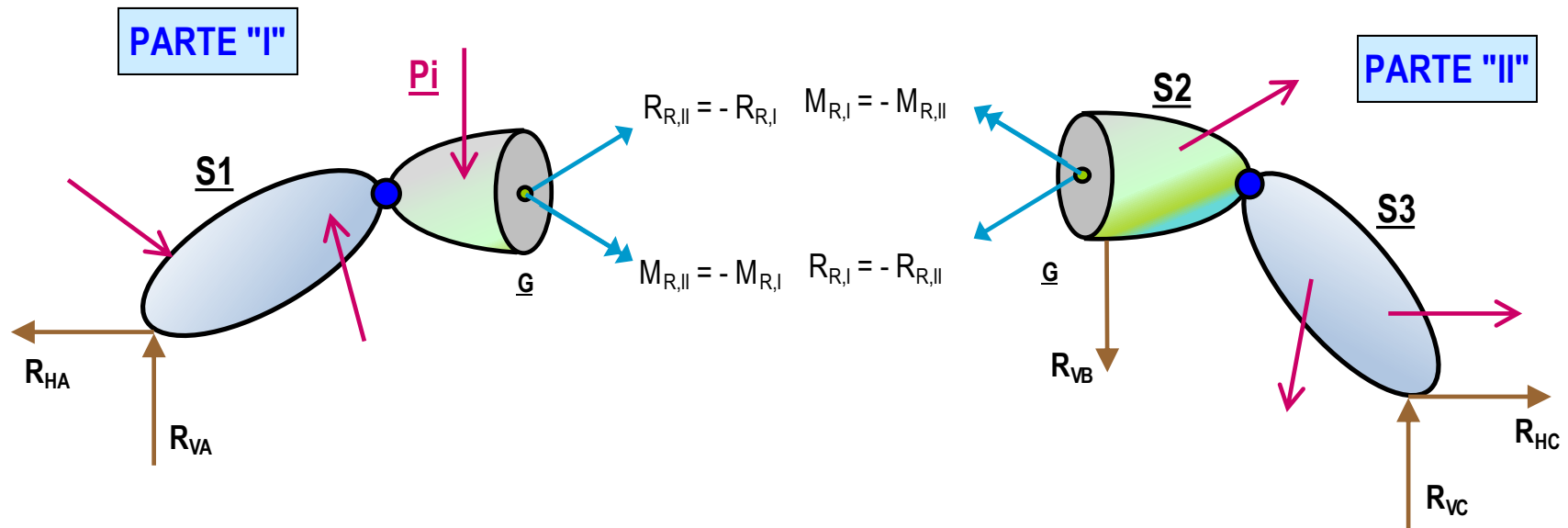
03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- El plano de corte separa al sistema en 2 partes, tal como muestra la figura;
- Las resultantes de reducción junto con los momentos resultantes de reducción son los esfuerzos internos que equilibran a las fuerzas exteriores actuantes en cada parte del sistema;



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- Y de esta manera se obtienen los esfuerzos o solicitaciones internas;
- Que cumplen con las siguientes expresiones:

$$\boxed{R_{R,II}} \left\{ \begin{array}{l} N_{II} = -N_I \\ Q_{II} = -Q_I \end{array} \right\} \boxed{-R_{R,I}}$$

$$\boxed{M_{R,II}} \left\{ \begin{array}{l} M_{T,II} = -M_{T,I} \\ M_{F,II} = -M_{F,I} \end{array} \right\} \boxed{-M_{R,I}}$$

- Las cuales se denominan:
 - ☐ N : Esfuerzo Normal o Axil
 - ☐ Q : Esfuerzo de Corte
 - ☐ M_T : Momento Torsor
 - ☐ M_F : Momento Flector o Flexor

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

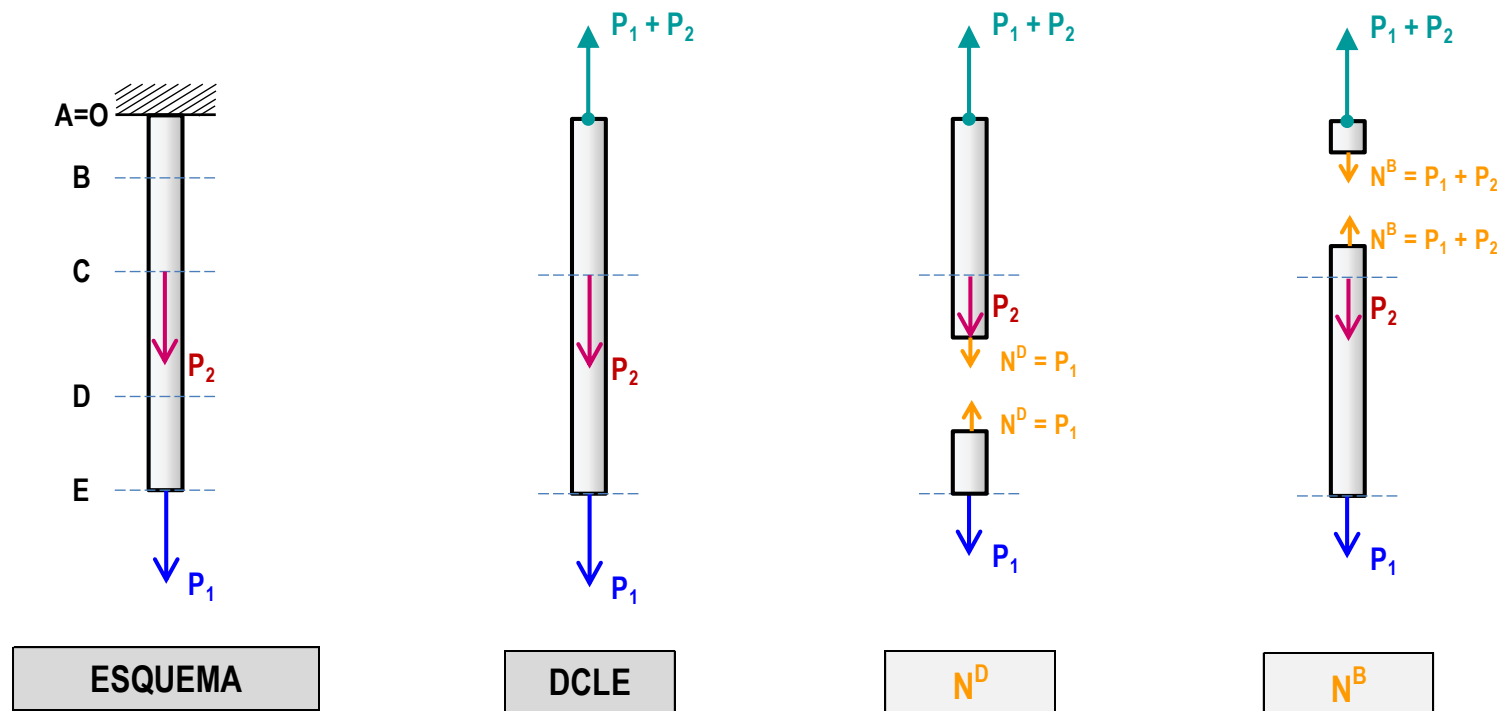
03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- **2) – BASE CONCEPTUAL – Parte 1:** Se pretende contestar a las preguntas:
 - i. Qué representan los esfuerzos internos?
 - ii.Cuál es la interpretación física de los esfuerzos internos?
 - iii. Veremos esto con un ejemplo sencillo.



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1° Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- Si se recorre la barra de abajo hacia arriba se observa que:
 - i. El tramo entre las secciones “E” y un infinitésimo antes de alcanzar “C” van a estar solicitados por un esfuerzo normal o axil de $N = P_1$; mientras que el tramo entre “C” y “A=O” lo estará por $N = P_1 + P_2$;
 - ii. A medida que se va avanzando, se observa que distintas secciones están siendo solicitadas por distintos esfuerzos. Se podrá decir, también, que por cada sección está pasando un esfuerzo (axil en este caso) que, en el caso más general, variará de una a otra;
 - iii. De lo anterior, también se podrá decir que si por una sección pasa un esfuerzo, la misma deberá ser capaz de soportar (resistir) el esfuerzo que por ella pasa;
 - iv. Por qué decimos lo anterior? Supongamos el siguiente sencillo ejemplo. Consideremos que la estructura de la figura es una soga que cuelga del techo y que 2 personas de peso P_1 y P_2 respectivamente se cuelgan de la misma en las secciones “C” y “E”;

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- v. En el tramo entre “E” y un infinitésimo antes de llegar a la sección “C” (esto es porque en C está aplicada la fuerza P_2), la soga deberá ser capaz (lo suficientemente resistente) de soportar sin romperse y con un determinado margen de seguridad, la carga P_1 (o el esfuerzo normal $N = P_1$);
- vi. Mientras que en el tramo entre “C” y “A=O”, la soga deberá soportar sin romperse y con un determinado margen de seguridad un esfuerzo $N = P_1 + P_2$;
- vii. Es decir, de este ejemplo sencillo se puede concluir que: **los esfuerzos internos son las fuerzas que deberán soportar sin romperse cada una de las secciones que conforman la estructura.**

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- **3) – BASE CONCEPTUAL – Parte 2:** Del mismo ejemplo anterior, se pueden obtener las siguientes observaciones:
- Del recorrido de la barra propuesto en la Parte 1, es decir, de abajo hacia arriba, también se puede observar que:
 - i. Por cada sección pasa un determinado esfuerzo, y en cierto sentido muestran como las acciones (Fuerzas Activas – FA) van solicitando a cada una de ellas como si se fueran transfiriendo hasta llegar a los apoyos o vínculos;
 - ii. La descripción anterior muestra lo que comúnmente se denomina como **“viaje de las cargas o de las acciones”** desde su lugar de aplicación hasta los lugares de ubicación de los apoyos o soportes o vínculos;
 - iii. Estos “viajes” se realizan 1º desde el exterior, para luego a pasar a trasladarse en forma interna y finalmente salir al exterior en los apoyos.



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- **4) – ALGUNOS COMENTARIOS:**

- a. El conocimiento de los esfuerzos internos que solicitan a cada sección y que deberán ser soportados por éstas para no romperse ni deformarse más allá de límites inadmisibles, permitirá poder dimensionar la sección, el cuerpo y la estructura toda, qué tipo de forma geométrica para la sección será la más conveniente y cuál disposición u orientación será más adecuada.
- b. Lo anterior, también servirá de base para elegir el material más conveniente y adecuado, en función, no sólo del tipo de sollicitación sino también de los valores involucrados de los mismos.
- c. El corte que se hace con el plano “ π ” de la estructura precedente, podrá realizarse con cualquier orientación. Esto conlleva que orientaciones distintas de los cortes implican secciones distintas, baricentros distintos y esfuerzos internos distintos.

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

02 – REPASO OPERATIVO PARA LA DETERMINACIÓN DE RVE Y RVI:

De los ejemplos vistos en la sección precedente, especialmente del último, y de las consideraciones realizadas surgen las siguientes preguntas:

- Los esfuerzos o solicitaciones internas se transfieren y viajan desde los lugares de aplicación de las fuerzas activas pasando únicamente por un solo punto de la sección, el baricentro “G”?
- Si lo anterior fuera cierto, sería lo mismo construir y fabricar un elemento estructural como la barra empotrada en el extremo superior y libre en el inferior, constituido por una sucesión de puntos materiales y no se tendría que proporcionar dimensiones a la sección. Alcanzaría con fabricar un punto capaz de resistir todas las solicitaciones que por él están previstas de pasar;
- Todos sabemos intuitivamente que lo anterior no es cierto. Por lo tanto, los esfuerzos no se transmitirán a través de un solo punto, sino a través de los infinitos puntos que conformarán la sección;

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1° Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- Lo anterior es fácilmente comprobable, al aumentar las fuerzas P_1 y P_2 se deberá aumentar las dimensiones de la sección y del cuerpo para que éstos no se rompan. En sentido contrario sucedería lo mismo si las cargas se reducen, la sección y el cuerpo también podrían ser reducidos en sus dimensiones.

Se prevé de ahora en adelante, determinar cómo son y serán esas fuerzas que pasarán o deberán soportar cada uno de los puntos materiales que integran la sección.

Por lo anterior, se entiende e interpreta que los esfuerzos se transmiten no a través de un único punto sino de los infinitos puntos que conforman la sección.

Para ello, se supondrá y asumirá que cada punto material (o partícula como también será designado) se lo describirá como un volumen de dimensiones infinitésimas.

Este volumen de dimensiones infinitésimas será representado a través de los que se denomina como “cubo elemental o cubo infinitesimal”.

Veamos a continuación una serie de figuras que tratan de representar lo mencionado.

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1° Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

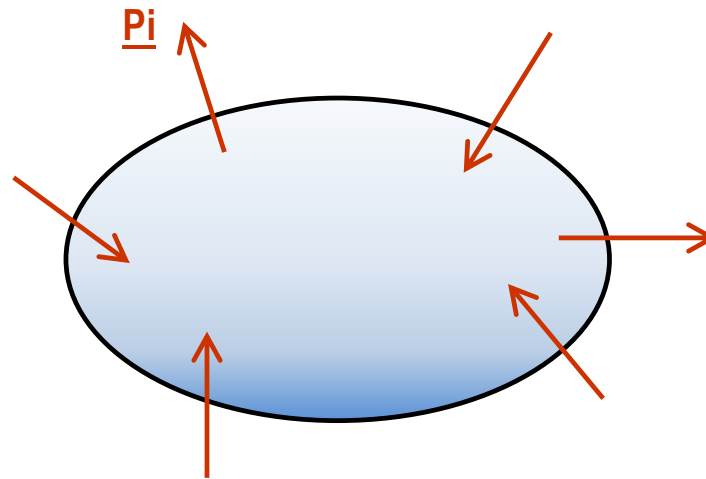
02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA



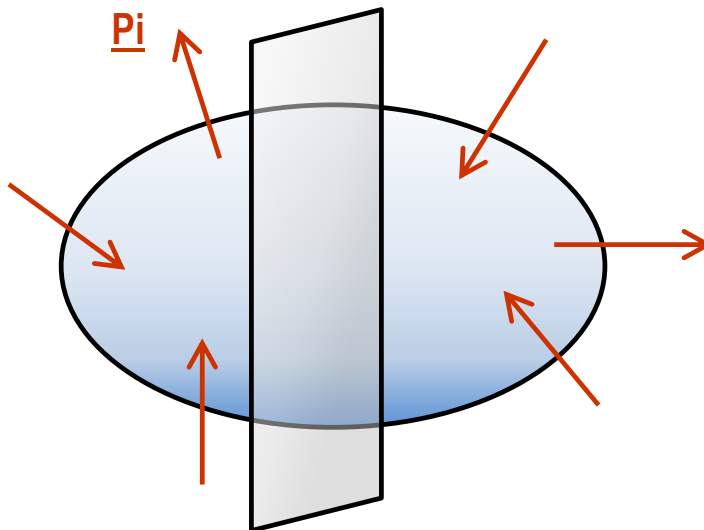
$$\sum P_i = 0$$

$$\sum M_i^C = 0$$

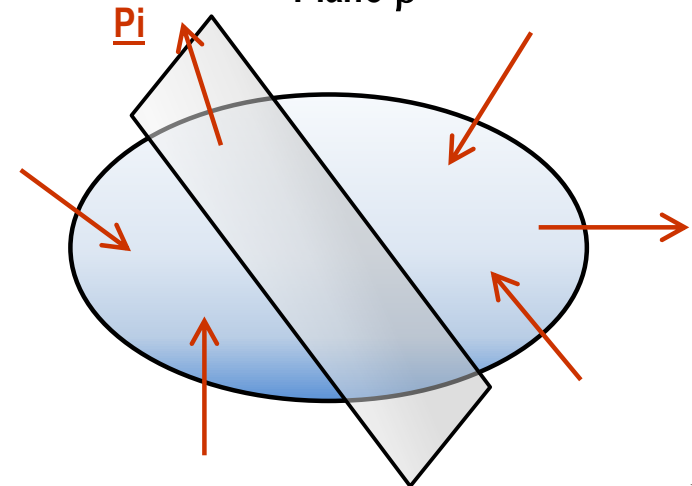
$$F_A + F_R = F_E = 0$$

El sistema de fuerzas se encuentra en Equilibrio

Plano α



Plano β



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

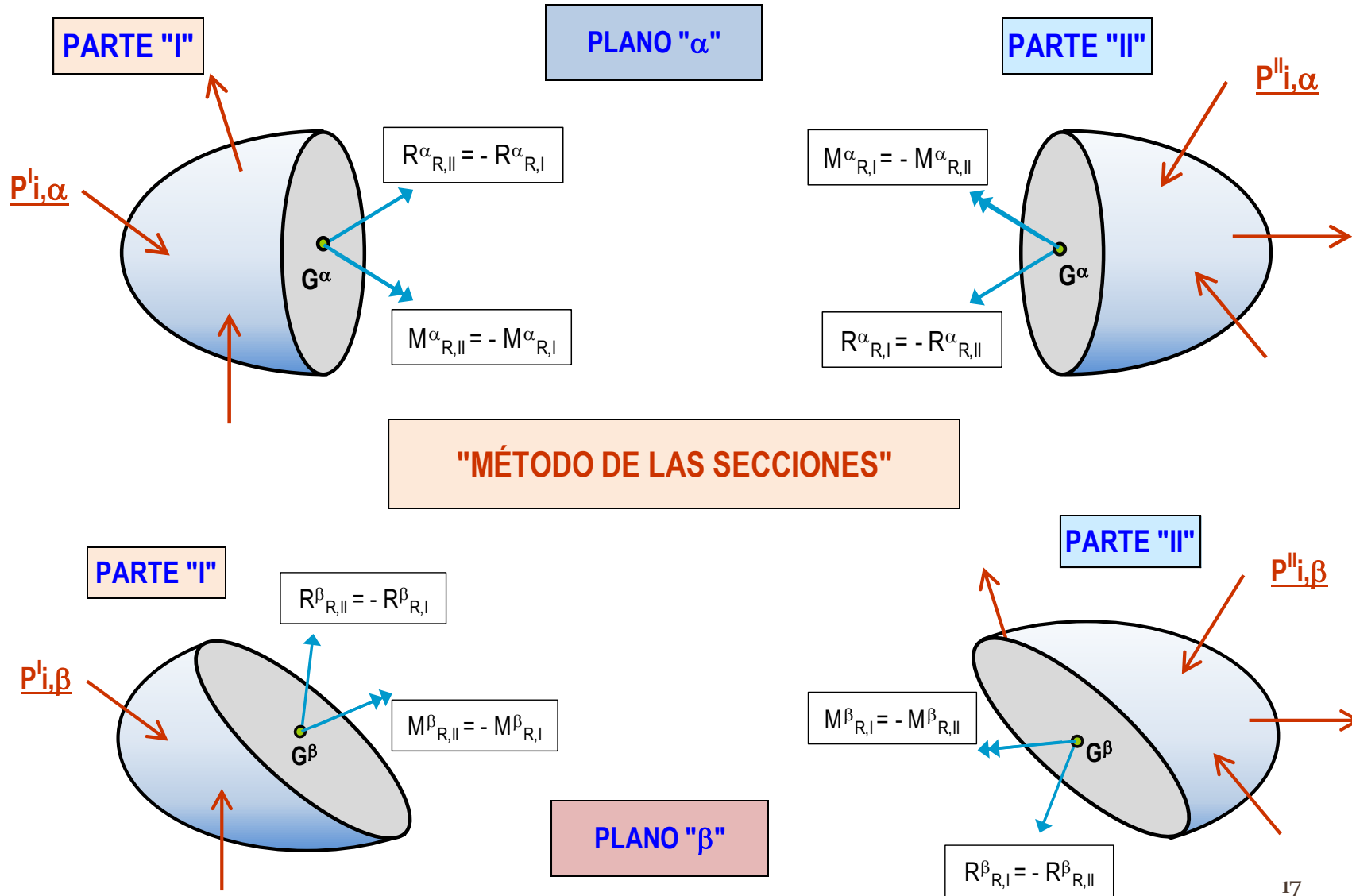
02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA





INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

Algunas consideraciones respecto de las figuras y esquemas mostrados en las 2 últimas diapositivas:

- El método o metodología o enfoque metodológico utilizado para determinar los esfuerzos internos es **“uniforme”** en todas las partes mundo y para todas las especialidades;
- Esta metodología, que es bien conocida por ustedes de **“EI”**, y se la denomina **“Método de las Secciones”**, la resumiremos de la siguiente manera:
 - I. Se prepara un croquis o esquema completo del cuerpo o del sistema de cuerpos a ser analizado, en el cual se ponen en evidencia las fuerzas externas actuantes sobre el mismo;
 - II. Las fuerzas externas estarán en equilibrio entre ellas y al esquema o croquis se lo denominará **“Diagrama de Cuerpo Libre Equilibrado – DCLE”**;
 - III. La expresión matemática genérica, o no rigurosa, que evidencia este equilibrio es la siguiente:

$$FE = FA + FR = 0$$

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- IV. De lo anterior, se concluye que el cuerpo está en reposo y en equilibrio estático. Para ello, el sistema de fuerzas exteriores deberá cumplir con las ecuaciones necesarias y suficientes que permiten afirmar que el conjunto o sistema de fuerzas se encuentra en equilibrio estático; y por ende el sistema de cuerpos. Estas ecuaciones son las siguientes expresiones vectoriales:

$$\Sigma \mathbf{P}_i = 0$$

$$\Sigma \mathbf{M}_i^C = 0$$

Y que están representadas por la expresión genérica anterior;

- V. Luego, y a través de un proceso de abstracción, se provoca un corte haciendo pasar un plano por cualquier lugar del cuerpo o del sistema de cuerpos y con cualquier orientación (en este desarrollo se han producido 2, el “ α ” y el “ β ”);
- VI. Este corte separa al cuerpo o al sistema en 2 partes, las cuales hemos denominado “Parte 1” y “Parte 2”, no perdiendo generalidad ni conceptualidad con estas denominaciones, tal como se observa de las figuras precedentes;



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

VII. Como cada una de las partes ha quedado separada y aislada del resto del cuerpo y con las fuerzas exteriores actuantes sobre ella, las mismas no estarán en equilibrio. Esto se debe a que el sistema de fuerzas que está en equilibrio es el conjunto total de fuerzas. Expresando esto matemáticamente sería en forma genérica, de la siguiente manera:

$$FE = FE^I + FE^{II} = 0$$

Donde:

FE^I : Fuerzas Exteriores o Externas actuantes sobre la Parte I;

FE^{II} : Fuerzas Exteriores o Externas actuantes sobre la Parte II;

FE : Fuerzas Exteriores o Externas actuantes sobre la totalidad del cuerpo o del sistema;

VIII. Esta expresión aplicada ahora a cada parte no se satisface. Para que cada parte pueda estar en equilibrio, existen 2 posibilidades:



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- a) Se elige una cualquiera de las 2 partes, y se adopta un punto cualquiera como centro de reducción “ C_R ”. Luego, se reducen al mismo las fuerzas exteriores actuantes sobre la parte elegida. Se tienen, ahora, 2 sistemas de fuerzas “equivalentes”, actuantes sobre la parte elegida del cuerpo o del sistema; las propias fuerzas exteriores actuantes sobre la parte y la reducción de éstas al punto elegido como “ C_R ”. Ambos sistemas de fuerzas **NO** están en equilibrio por ser 2 sistemas equivalentes de fuerzas y porque cada uno no constituye un sistema de fuerzas en equilibrio o autoequilibrado. Para lograr el equilibrio habrá que cambiarle los sentidos a la “Resultante de Reducción” y al “Momento Resultante de Reducción”;
- b) La otra posibilidad es reducir directamente el sistema de fuerzas actuantes en la otra parte del cuerpo (la no elegida) al punto elegido como “ C_R ”. El sistema de fuerzas exteriores actuantes en la parte no elegida, se encuentra en equilibrio con el sistema de fuerzas exteriores de la parte elegida, y al reducirlo constituyen sistemas de fuerzas equivalentes. Por lo tanto, será lo mismo trabajar con uno u otro sistema. Este concepto se basa en la siguiente expresión que se desprende de la mostrada en la diapositiva previa:

$$FE = FE^I + FE^{II} = 0$$

$$FE^I = - FE^{II} \quad \text{o} \quad FE^{II} = - FE^I$$



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

IX. Generalmente el punto elegido como " C_R " es el baricentro de la sección, pero puede ser cualquiera. Cuando el punto elegido es "G : Baricentro de la sección del corte" a las fuerzas equilibrantes de las exteriores de la parte se las denominan "Reacciones de Vínculo Interno – RVI, Esfuerzos Internos – EI, o Solicitaciones Internas – SI";

X. También, y tal como ya se ha visto en "EI", los esfuerzos internos son pares de fuerzas

- De todo lo anterior se concluye que las fuerzas exteriores actuantes sobre cada parte son equilibradas por los esfuerzos internos;
- Se suele expresar que **"si el todo está en equilibrio cada una de las partes también lo deberá estar"**;
- Este es un proceso de idealización y abstracción para encontrar los esfuerzos o sollicitaciones internas;



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- Se verá, más adelante, el por qué de elegir determinados planos de corte con determinadas orientaciones dentro de las infinitas posibles;
- Como deberá notarse, los esfuerzos internos dependen del plano elegido de corte. En las figuras se los caracteriza con esfuerzos internos asociados a los planos " α " y " β ", y podrían haberse elegido "n" planos;
- El método de las secciones es el 1º paso en la resolución de todos los problemas en los cuales se requiere determinar las fuerzas internas y las magnitudes asociadas.



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

NOTAS 01:

- Se verá, más adelante, el por qué de elegir determinados planos de corte con determinadas orientaciones dentro de las infinitas posibles;
- Como deberá notarse, los esfuerzos internos dependerán, en su caso más general, del plano elegido de corte. En las figuras se los caracteriza con esfuerzos internos asociados a los planos “ α ” y “ β ”, pero podrían haberse elegido “n” planos.

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

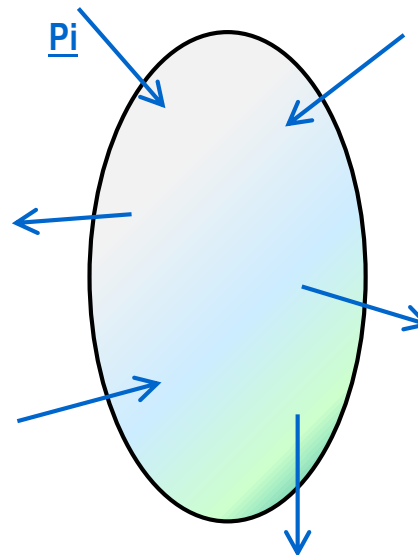
05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1° Parte

NOTAS 02:

- Anteriormente se mencionó que el cuerpo o el sistema de cuerpos sobre el cual se aplicaba un conjunto de fuerzas exteriores estaba en equilibrio estático. Pero que pasa si estuviese en movimiento acelerado;
- El equilibrio debiera estudiarse de igual modo, pero en vez de ser estático sería dinámico;
- Sin embargo, dicho estudio podrá reducirse a un problema de equilibrio estático. Para ello:



$$\Sigma P_i = m.a = F$$

$$\Sigma P_i - m.a = 0$$

$$\Sigma P_i - F = 0$$

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

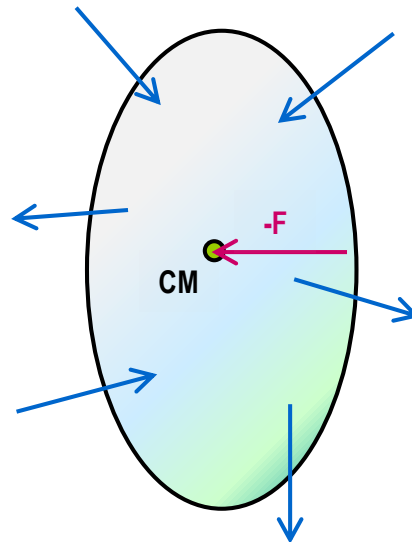
05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- 1º se calcula la aceleración “a” de la parte, el cuerpo o el sistema en consideración y estudio;
- Luego se la multiplica por la masa “m” del cuerpo o del sistema afectada por la aceleración y se obtiene una fuerza “F”:

$$F = m.a$$

- Si se aplica esta fuerza al cuerpo en su centro de masa y con sentido opuesto al de la aceleración, el problema dinámico se reduce a uno estático:



$$\sum P_i - F = 0$$



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1° Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- La expresión anterior constituye el conocido **“Principio de D’Alembert”**;
- De acuerdo a este análisis todos los cuerpos podrán considerarse instantáneamente en un estado de reposo o de equilibrio estático;
- Para finalizar, cualquier cuerpo ya sea que se encuentre en equilibrio estático o dinámico, siempre podrá proponerse un **DCL** (Diagrama de Cuerpo Libre) sobre el cual se muestren las fuerzas necesarias para mantener todo el sistema en equilibrio;
- Desde aquí para adelante, el planteo del problema y su resolución es prácticamente el mismo que lo visto hasta ahora.

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

03 – CONCEPTOS INTRODUCTORIOS DE Tensión:

De los esquemas y conclusiones vistos en el apartado precedente se observa y observará que:

- Por cada plano que corta o intersecta a un cuerpo o sistema, queda definida una sección y las 2 caras de la misma, a un lado y al otro del plano de corte, se puede observar que para cada punto material actúa una fuerza;
- Para todos esos puntos se verificará lo siguiente:

$$\bar{R}_R = \sum_{i=1}^{\infty} \bar{P}_i$$

Están bien estas expresiones?

$$\bar{M}_R = \sum_{i=1}^{\infty} \bar{P}_i \times (\overline{C-A_i})$$

Enseguida lo diluciremos.....

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- Tanto R_R como M_R son valores finitos, es decir, constituyen magnitudes que han sido calculadas y poseen un determinado valor;
- P_i no puede ser un valor finito, debido a que una sumatoria infinita de valores finitos daría un valor infinito y las igualdades anteriores no podrían ser satisfechas. P_i deberá ser en consecuencia una magnitud infinitésima o una magnitud diferencial y se expresará como ΔP_i ; Las expresiones anteriores deben quedar en consecuencia de la siguiente manera:

$$\bar{R}_R = \sum_{i=1}^{\infty} \overline{\Delta P_i} \qquad \bar{M}_R = \sum_{i=1}^{\infty} \overline{\Delta P_i \times (\overline{C - A_i})}$$

- Estas fuerzas diferenciales ΔP_i actúan sobre puntos materiales. Los puntos materiales pueden ser descriptos como partículas de volumen infinitésimo con caras o superficies laterales también infinitesimales. Por lo tanto, para cada punto material tendremos:

$$\Delta P_i \qquad \Delta A_i$$

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- Tal como ya se señalara, es bastante fácil descubrir que si el plano de corte varía, variarán R_R y M_R de un plano de corte a otro;
- En consecuencia, para distintos planos de corte que pasen por un mismo punto, se observará que en el caso más general posible, si el plano de corte varía, la fuerza diferencial ΔP_i actuante en dicho punto, también variará tanto en dirección como en módulo;
- Por lo visto en la presentaciones precedentes, la resistencia de un elemento estructural depende fundamentalmente de:
 - I. El material del cual está hecho el cuerpo;
 - II. La configuración geométrica de la sección del elemento;

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

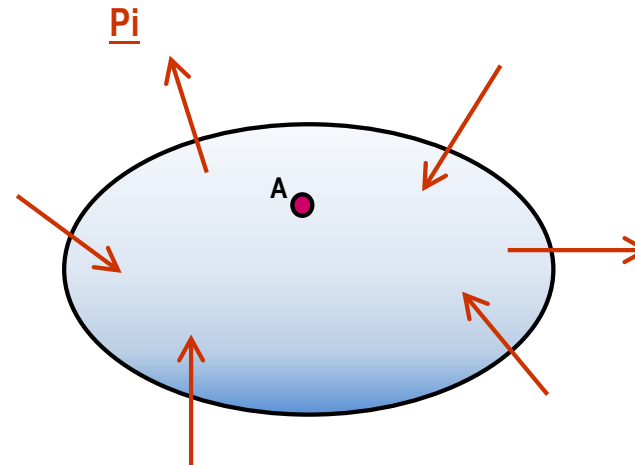
06 - BIBLIOGRAFÍA

- Resumiendo estos conceptos, pero ahora a un nivel infinitesimal; será importante que se estudie, analice y determine la intensidad de cada una de estas fuerzas infinitesimales por los siguientes 2 motivos:
 - I. Determinar si el cuerpo es capaz de soportar y de resistir dichas fuerzas en tales puntos o en cuáles sí y en cuáles no;
 - II. Estudiar si las deformaciones que experimenta están o se ubican dentro de los parámetros y requerimientos deseados;
- También, en el caso más general posible estas fuerzas infinitesimales podrán variar de punto a punto y tendrán cualquier dirección respecto del plano de la sección del corte realizado.

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

04 – VECTOR TENSIÓN EN UN PUNTO:

- Consideremos un cuerpo en equilibrio, y también, un punto cualquiera “A” en su interior:



- Por este punto, podrán pasar infinitos planos, como se muestra en la figura a continuación;

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

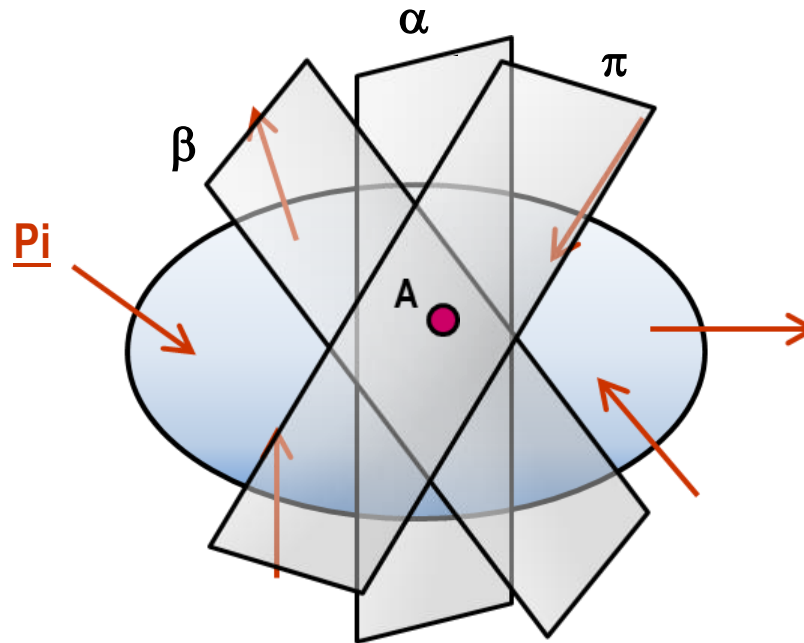
02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA



- Estos infinitos planos definirán infinitas secciones transversales, cada una con sus 2 caras;
- Para cada cara conoceremos los distintos baricentros asociados a ellas;
- A cada uno de estos baricentros, los elegiremos como centros de reducción y a ellos reduciremos las fuerzas a un lado y al otro de la sección, tal como hicimos anteriormente;

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- Como consecuencia de lo anterior, obtendremos infinitos pares de las siguientes fuerzas generalizadas:

$R_{R,\alpha}^{CR}$
$M_{R,\alpha}^{CR}$

$R_{R,\beta}^{CR}$
$M_{R,\beta}^{CR}$

$R_{R,\gamma}^{CR}$
$M_{R,\gamma}^{CR}$

$R_{R,\pi}^{CR}$
$M_{R,\pi}^{CR}$

$R_{R,\omega}^{CR}$
$M_{R,\omega}^{CR}$

- Ahora bien, para cada punto material, y si preferimos en especial nuestro punto “A”, el cual es totalmente genérico; distinguiremos la fuerza infinitesimal que por él pasará (o estará soportando) asociada a cada uno de los infinitos planos pasantes por el mismo. Y distinguiremos, además, el área infinitesimal que caracteriza al punto para esa sección que surge del plano adoptado, es decir, tendremos:

$\Delta P_{i,\alpha}$
ΔA_i

$\Delta P_{i,\beta}$
ΔA_i

$\Delta P_{i,\gamma}$
ΔA_i

$\Delta P_{i,\pi}$
ΔA_i

$\Delta P_{i,\omega}$
ΔA_i

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- En lo anterior, se ha adoptado a todos los ΔA_i iguales y no se los ha distinguido por plano, ya que no tiene sentido ni físico ni matemático. Los ΔA_i constituyen un infinitésimo que se puede hacer tan pequeño como se quisiera, desearse o necesite. Los ΔA_i constituyen una magnitud escalar y no conforman una que dependa del plano, solamente se pretende que caracterice a un punto, y como este es genérico, a todos los puntos se les puede asignar el mismo ΔA_i . **NO** pasa lo mismo con $\Delta P_{i,\alpha}$, magnitud que sí depende del plano;
- Tomemos ahora un plano cualquiera, el “ α ”, por ejemplo sin perder generalidad en el tratamiento;
- Para los pares de valores anteriores planteemos el siguiente cociente:

$$\frac{\Delta P_{i,\alpha}}{\Delta A_i}$$

- Queda definida una nueva magnitud que denominaremos: **“fuerza por unidad de área o de superficie actuante en un punto elegido y asociado al plano “ α ”;**

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1° Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- En definitiva, a dicho cociente lo distinguiremos como a continuación se indica:

$$\frac{\Delta P_{i,\alpha}}{\Delta A_i} = p_{i,\alpha}$$

- Si ahora aplicamos el límite a la expresión anterior, haciendo que ΔA_i tienda a cero; es decir, si diferenciamos la expresión anterior se tendrá:

$$\lim_{\Delta A_i \rightarrow 0} \frac{\Delta P_{i,\alpha}}{\Delta A_i} = \frac{dP_{i,\alpha}}{dA_i} = p_{i,\alpha}$$

- A esta nueva magnitud la denominaremos **“Vector Tensión”** y representa la fuerza por unidad de superficie que actúa en el punto bajo estudio asociado a un plano determinado, en este caso particular al plano “ α ”;

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- Para los otros planos, se tendrá:

$$\rho_{i,\alpha}$$

$$\rho_{i,\beta}$$

$$\rho_{i,\gamma}$$

$$\rho_{i,\pi}$$

$$\rho_{i,\omega}$$

- Algunas características de estas definiciones:
 - ΔP_i o dP_i es una fuerza (infinitésima) y por lo tanto es una magnitud vectorial;
 - ΔA_i o dA_i es un área (infinitésima) y por lo tanto es una magnitud escalar;
 - Por lo tanto, el cociente entre ambos, es una magnitud vectorial. El “**Vector Tensión**” tal como su nombre lo indica es una magnitud “vectorial”;
 - El vector tensión es una magnitud que está asociada a un punto y a un plano pasante por ese punto. Es decir, depende del punto elegido y del plano pasante por él;



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

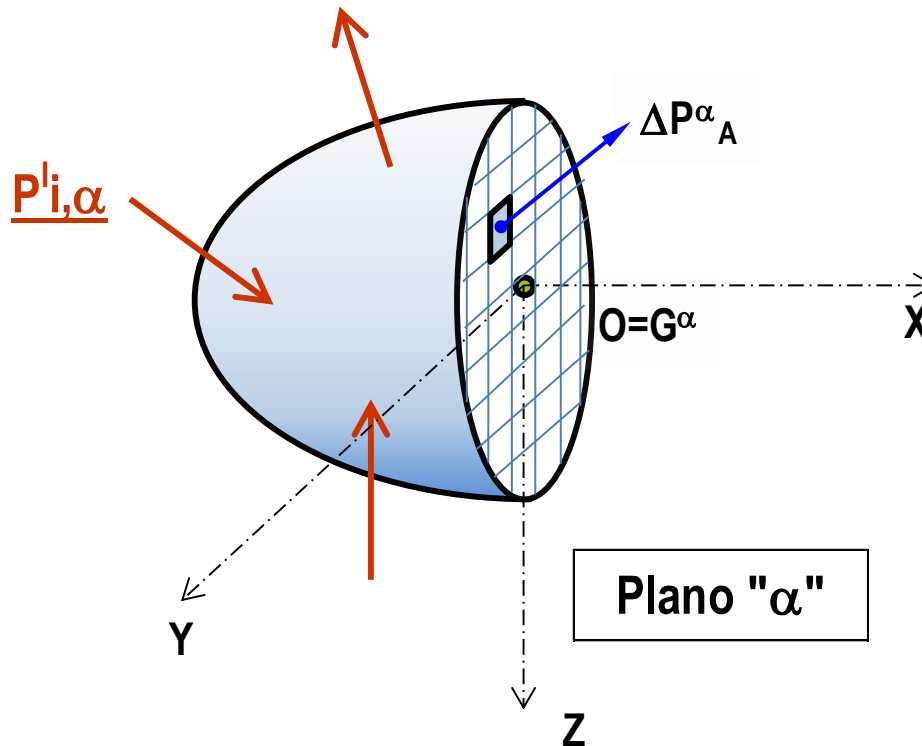
05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

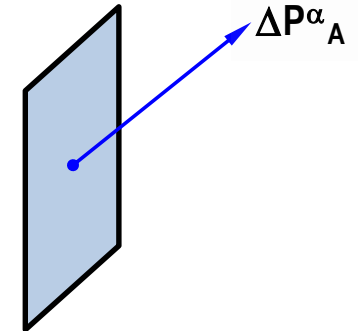
- Un plano pasa por infinitos puntos. El vector tensión podrá, en su carácter más general, variar de punto a punto;
- Elegido un punto, por éste pasan infinitos planos. El vector tensión podrá, también en su carácter más general, variar de plano a plano;
- La magnitud **“Vector Tensión”** surge como el cociente de 2 magnitudes infinitesimales, pero no constituye una magnitud infinitesimal sino **“finita”**. Luego el vector tensión es una **“magnitud vectorial finita”**;
- El vector tensión y en definitiva lo que más adelante veremos, la tensión en un punto son las magnitudes que caracterizan cómo se transmiten las fuerzas de una sección a otra y de un punto a otro. Ampliando este concepto, no sólo caracterizan la transmisión de esfuerzos sino también lo que la sección, punto a punto, está soportando o tendrá que soportar y resistir.

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

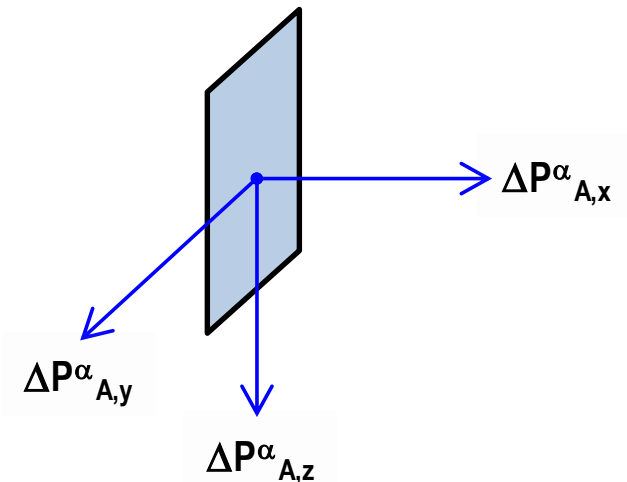
- Las figuras a continuación complementan todo lo expresado precedentemente:



Punto "A"



Punto "A"



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- En el desarrollo siguiente nos independizaremos del plano y del punto, puesto que ya sabemos que las magnitudes con las que trabajaremos dependen de estos 2 aspectos:

$$\Delta \mathbf{P} = \Delta P_x \cdot \mathbf{i} + \Delta P_y \cdot \mathbf{j} + \Delta P_z \cdot \mathbf{k}$$

- Dividamos toda la expresión por ΔA :

$$\left[\frac{\Delta \mathbf{P}}{\Delta A} \right] = \frac{\Delta P_x \cdot \mathbf{i}}{\Delta A} + \frac{\Delta P_y \cdot \mathbf{j}}{\Delta A} + \frac{\Delta P_z \cdot \mathbf{k}}{\Delta A}$$

- Pasemos al límite a la expresión anterior:

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \left[\frac{\Delta \mathbf{P}}{\Delta A} \right] = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \left[\frac{\Delta P_x \cdot \mathbf{i}}{\Delta A} + \frac{\Delta P_y \cdot \mathbf{j}}{\Delta A} + \frac{\Delta P_z \cdot \mathbf{k}}{\Delta A} \right]$$

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \left[\frac{\Delta \mathbf{P}}{\Delta A} \right] = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \left[\frac{\Delta P_x \cdot \mathbf{i}}{\Delta A} \right] + \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \left[\frac{\Delta P_y \cdot \mathbf{j}}{\Delta A} \right] + \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \left[\frac{\Delta P_z \cdot \mathbf{k}}{\Delta A} \right]$$

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- Hasta que finalmente obtenemos:

$$\rho = \rho_x \cdot i + \rho_y \cdot j + \rho_z \cdot k$$

- Ahora bien, la **terna cartesiana (O; X; Y; Z)** fue adoptada teniendo en cuenta las siguientes características:
 - El origen “O” de coordenadas coincide con el baricentro “G” de la sección;
 - El eje “X” es perpendicular al plano de la sección;
 - Los ejes “Y” y “Z” están contenidos en el plano de la sección;
- Las **componentes del vector tensión “ ρ ”** serán:
 - ρ_x : es la componente normal al plano de la sección;
 - ρ_y y ρ_z : son las componentes contenidas en el plano de la sección.

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

En base a las premisas precedentes, definiremos:

- Todo plano será caracterizado por la dirección normal al mismo, particularmente por el versor que caracteriza a dicha dirección normal. Por ejemplo:
 - El plano “X” (o YZ) será aquel cuya dirección normal es el eje “X” y se lo caracterizará por el versor de dicha dirección ($\underline{i}$ o $\underline{e}_X$). En consecuencia, el plano identificado como “ α ” es también el plano “X”;
 - El plano “Y” (o ZX) será aquel cuya dirección normal es el eje “Y” y se lo caracterizará por el versor de dicha dirección ($\underline{j}$ o $\underline{e}_Y$); y así sucesivamente.
- Denominaremos “Tensión Normal” a la componente del vector tensión perpendicular al plano de la sección. A la tensión normal se la distinguirá con la letra “ σ ” y con un solo subíndice que identifica a la dirección de la misma;
- Por ejemplo:
 - σ_X : Tensión Normal en la dirección “X”;

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- Denominaremos **“Tensión Tangencial”** a la componente del vector tensión contenida en el plano de la sección. A la tensión tangencial se la distinguirá con la letra **“ τ ”**. En este caso, se utilizarán 2 subíndices; el primero caracteriza al plano sobre el cual actúa y que es al cual está asociado el vector tensión; mientras que el segundo distingue a la dirección dentro del plano;
- Por ejemplo:
 - **τ_{xy}** : Tensión Tangencial actuante sobre el plano “X” y que tiene la dirección “Y”;
 - **τ_{zx}** : Tensión Tangencial actuante sobre el plano “Z” y que tiene la dirección “X”.

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

NOTAS 03:

- Otra forma de identificar a las componentes del vector tensión es con una sola letra griega y con 2 subíndices. Cuando los subíndices son iguales la componente del vector tensión es la normal; mientras que cuando las componentes son distintas la componente es la tangencial. Usualmente se utilizan las siguientes letras: “ σ ” y “ τ ”;

- Es decir:

■ σ_{ij} :

Si $i = j$, es una tensión normal;

Si $i \neq j$, es una tensión tangencial;

■ τ_{ij} :

Si $i = j$, es una tensión normal;

Si $i \neq j$, es una tensión tangencial;

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

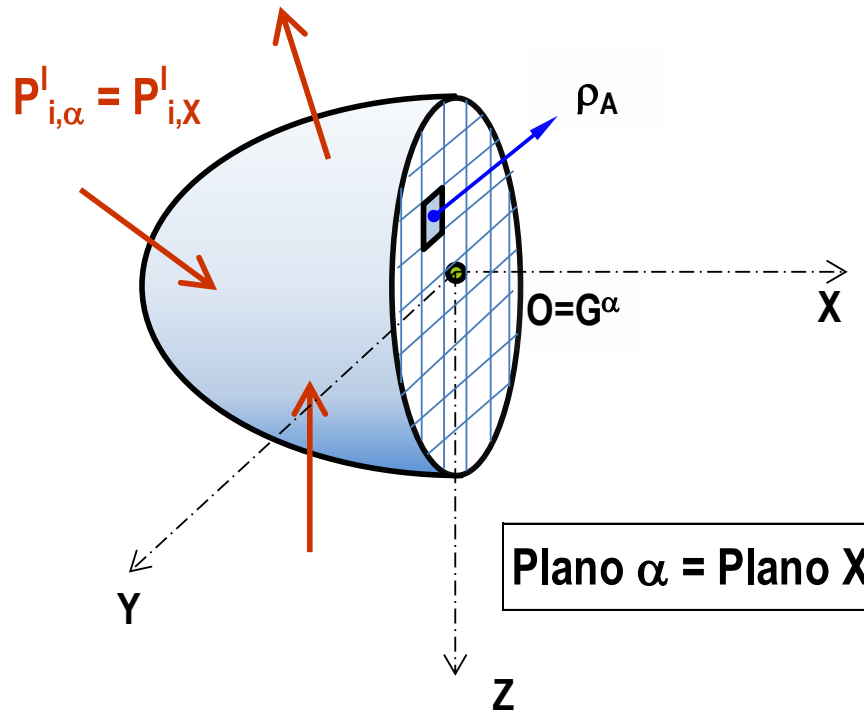
05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

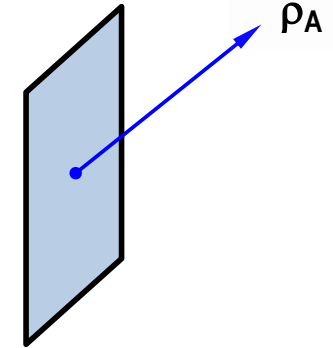
- Por ejemplo, si se utiliza la letra “ σ ”:
 - σ_{YY} : Componente del Vector Tensión asociado al plano “Y” y en la dirección “Y”. Es una componente normal porque ambos subíndices son iguales;
 - σ_{YZ} : Componente del Vector Tensión asociado al plano “Y” y en la dirección “Z”. Es una componente tangencial porque ambos subíndices son distintos;
- Por ejemplo, si se utiliza la letra “ τ ”:
 - τ_{ZZ} : Componente del Vector Tensión asociado al plano “Z” y en la dirección “Z”. Es una componente normal porque ambos subíndices son iguales;
 - τ_{ZX} : Componente del Vector Tensión asociado al plano “Z” y en la dirección “X”. Es una componente tangencial porque ambos subíndices son distintos.
- La descripción precedente es la que comúnmente se encuentra en la bibliografía clásica sobre este tema.

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

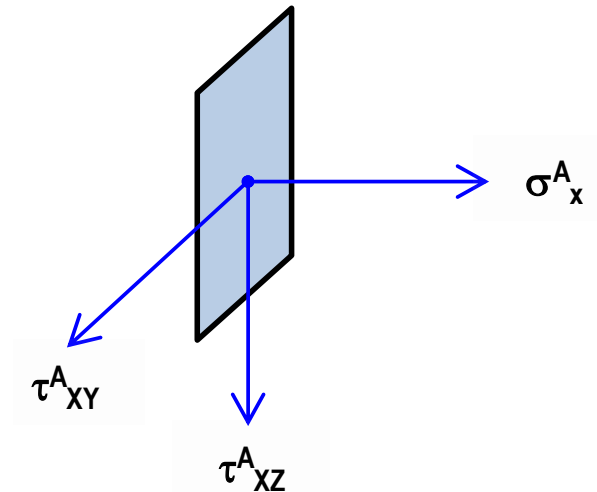
- Las figuras siguientes ejemplifican lo anterior:



Punto "A"



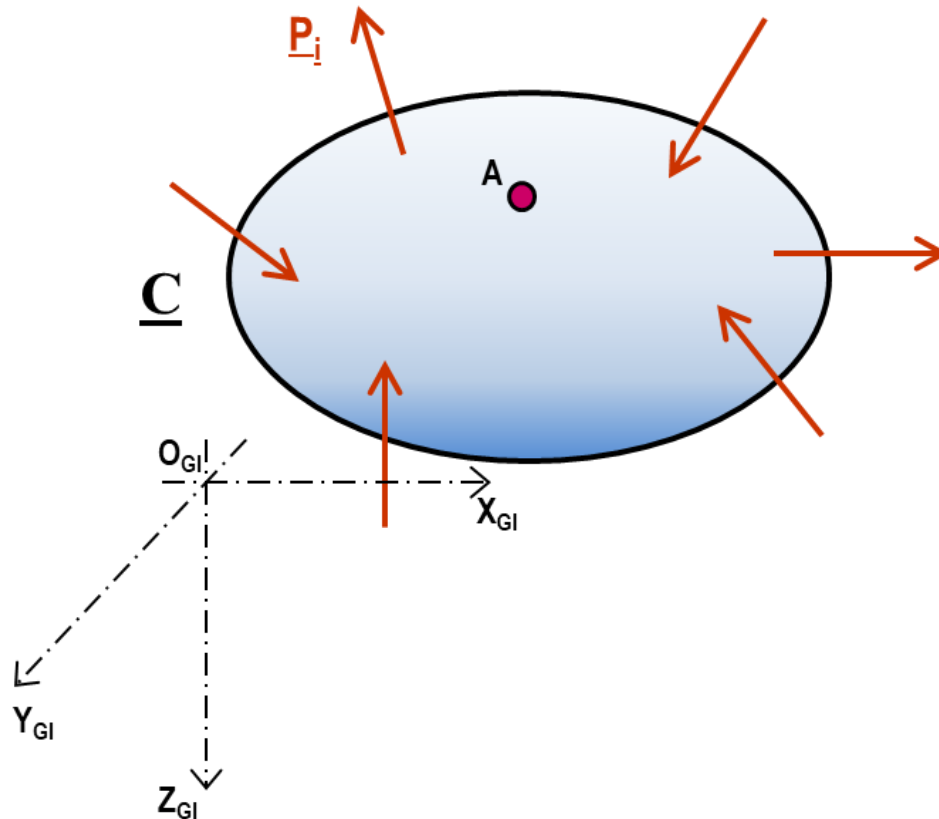
Punto "A"



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

05 – EL TENSOR DE TENSIONES – Tensión en un punto:

- Consideremos nuevamente el cuerpo ya visto en equilibrio e incluyamos, además, una terna global (O_{GI} ; X_{GI} ; Y_{GI} ; Z_{GI}) por cuestiones de necesidad y practicidad en el desarrollo siguiente:



Cuerpo "**C**"

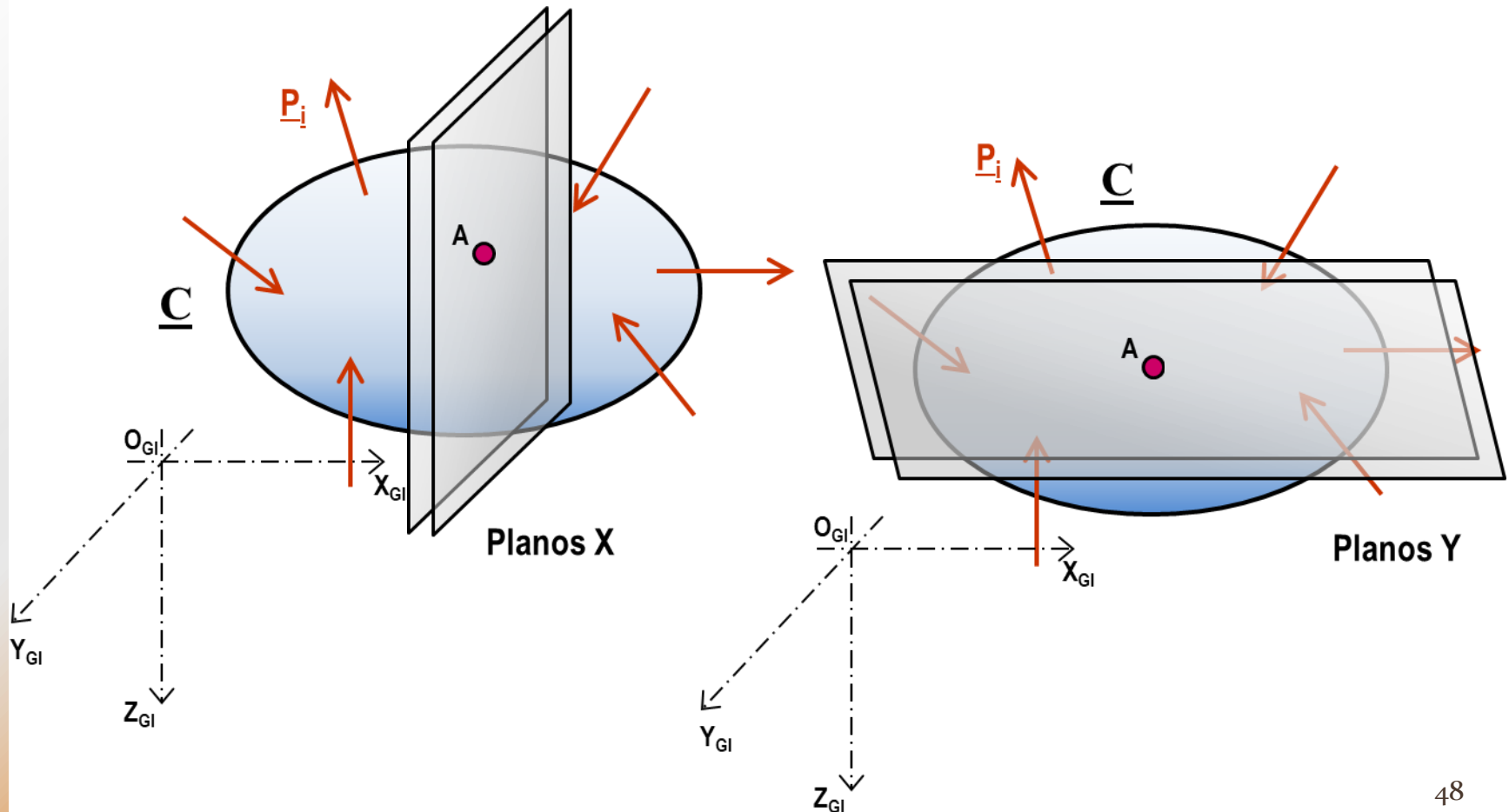
Sistema de Fuerzas Generalizadas Exteriores "**P_i**" en Equilibrio

Se distingue el punto "**A**" dentro de los infinitos puntos que conforman el cuerpo

Se incluye una terna cartesiana global (O_{GI} ; X_{GI} ; Y_{GI} ; Z_{GI})

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

- Se hacen pasar 3 pares de planos paralelos 2 a 2, separados una distancia infinitésima, por el punto “A” y que además son paralelos a los planos coordenados de la terna global:



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

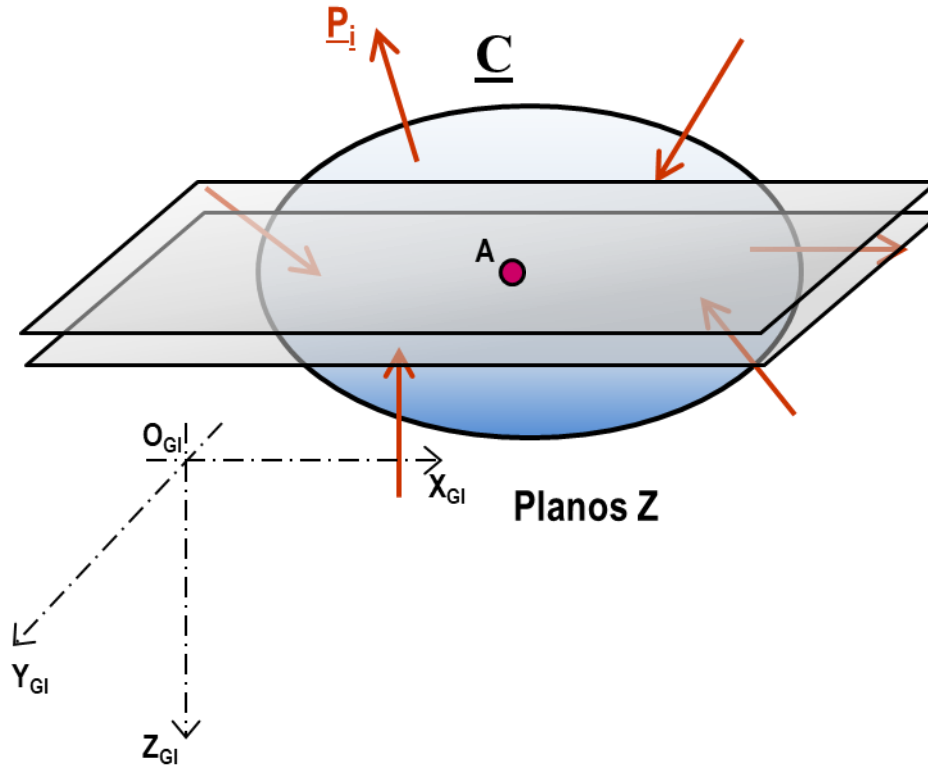
02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA



- Los 3 pares de planos paralelos 2 a 2 están separados distancias infinitesimales;
- Y para qué se hace esto?:

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

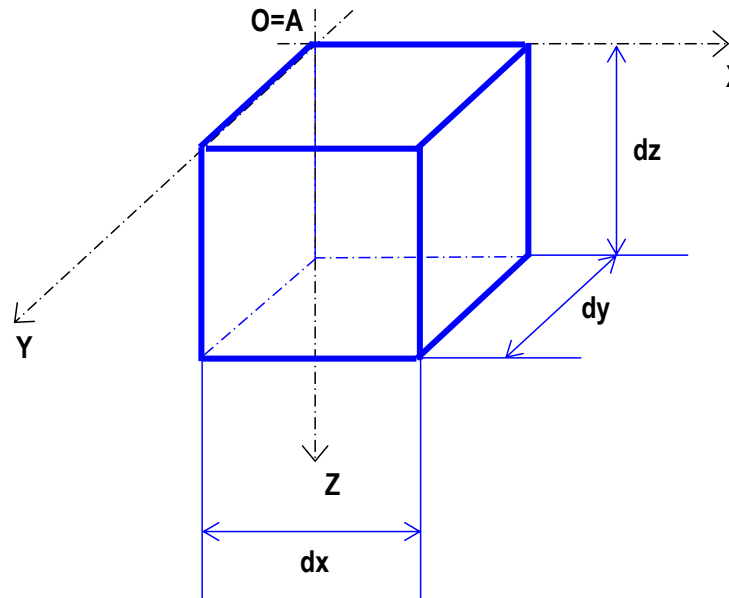
03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- Para poder representar al **“cubo elemental o infinitesimal o diferencial”** que representa al punto bajo estudio, en este caso el punto “A”;
- De esta manera queda determinado el modelo físico-matemático que representa al punto y que se muestra en la siguiente figura:



- Los diferenciales dx , dy y dz podrán ser iguales o no según nos convenga para el análisis;



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

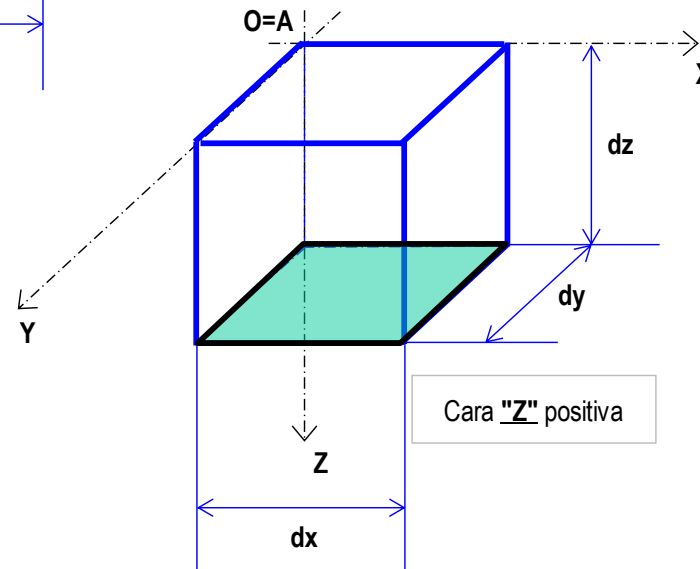
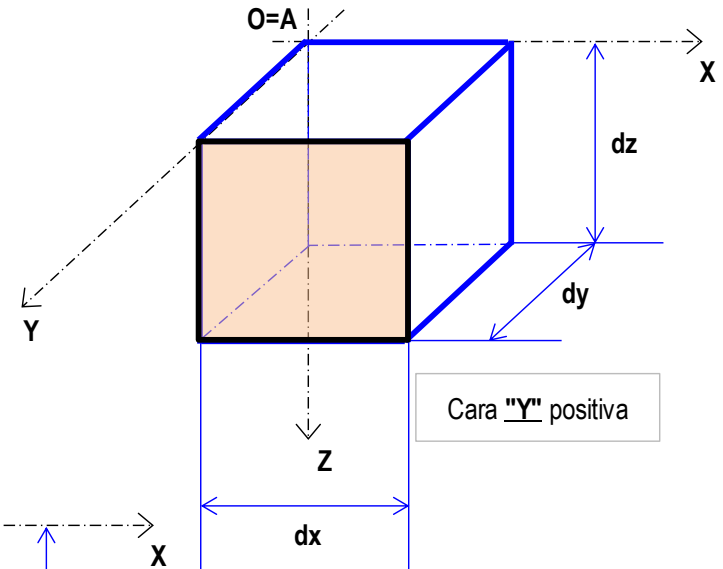
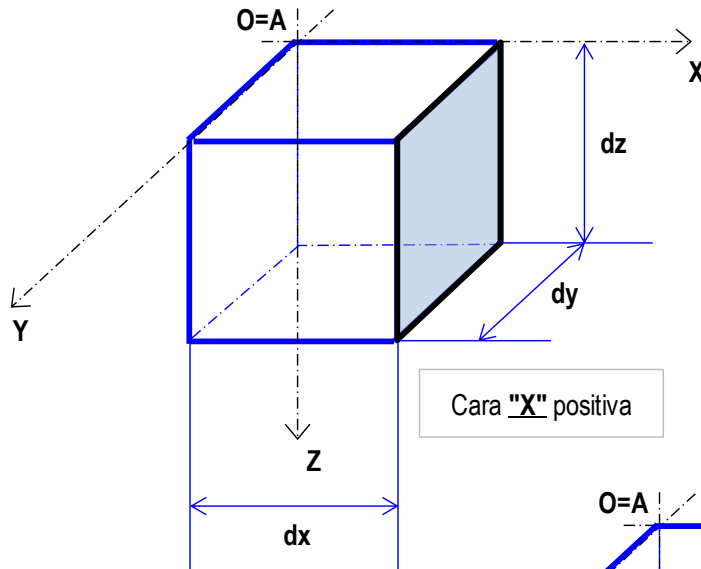
05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- Cabe aclarar que de los 8 vértices del cubo elemental se adoptó a uno como representativo del punto “A” bajo estudio, pudiendo haber sido cualquiera e inclusive el centro del cubo. No es difícil darse cuenta la conveniencia de haber adoptado tal vértice como origen de la terna y representativo del punto;
- Asimismo, es importante que se recuerde el concepto de “cara positiva” y de cara negativa”:
 - Una cara se considera **“positiva”** cuando el sentido de la normal saliente de la misma coincide con uno de los semi-ejes positivos de la terna;
 - Una cara se considera **“negativa”** cuando el sentido de la normal saliente de la misma coincide con uno de los semi-ejes negativos de la terna;
- Estas definiciones nos permitirán definir y establecer los criterios que permiten distinguir cuando una tensión (o componente) es positiva o negativa;

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

- Las figuras a continuación establecen las caras positivas del cubo elemental:



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

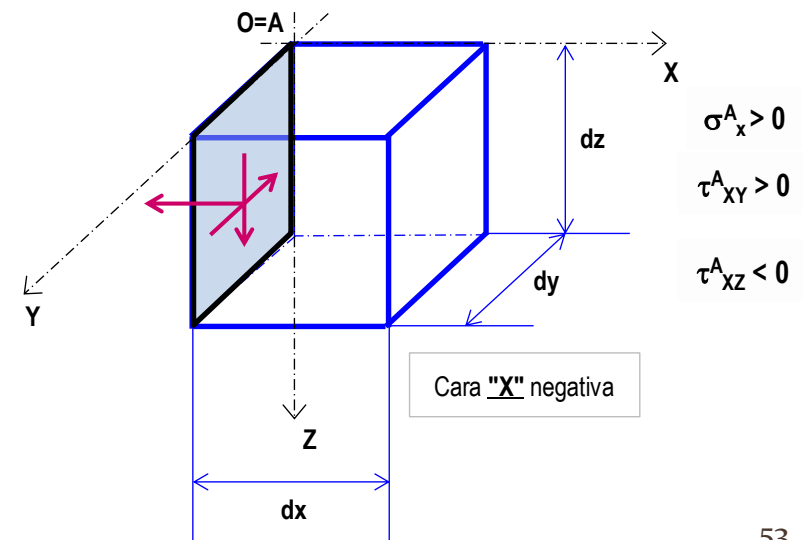
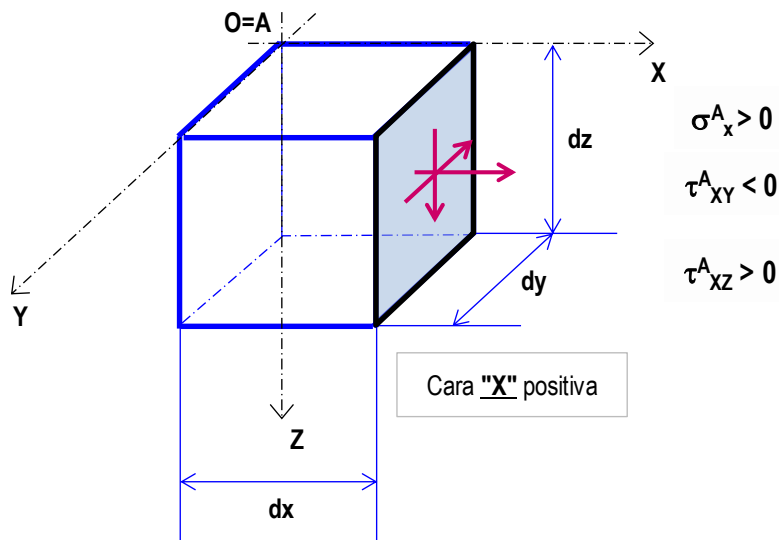
03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- Una tensión será considerada positiva cuando actuando sobre una cara positiva su sentido coincide con la del semi-eje positivo que caracteriza a su dirección;
- Por el contrario, una tensión será considerada negativa cuando actuando sobre una cara negativa su sentido coincide con la del semi-eje positivo que caracteriza a su dirección. Esto conlleva que si el sentido coincidiera con la del semi-eje negativo de su dirección, la misma deberá considerarse positiva;
- Veamos algunos ejemplos:





INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- Las preguntas que surgen a continuación son las siguientes:
 - Si por un punto cualquiera pasan infinitos planos, y se podrán determinar infinitos vectores tensión, surge entonces cuál será el vector tensión que caracteriza al punto?;
 - Por lo anterior, cuál es la tensión a la cual estará solicitado ese punto?.
- Surge aquí un “**nuevo concepto**” al que denominaremos **“TENSIÓN EN UN PUNTO”**;
- Definiremos como **“Tensión en un Punto”** o **“Estado Tensional de un Punto”** **al conjunto de los infinitos vectores tensión asociados a los infinitos planos pasantes por el punto.**
- Esta definición implica que **NO** existe un único vector tensión que caracterice al punto y que permita indicar cuál es la tensión que solicita a ese punto bajo estudio. Por el contrario, la magnitud que cumple con lo anterior es, en realidad, un conjunto de infinitos vectores tensión.

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- La nueva magnitud a la que hace mención el párrafo precedente, se denomina **“Tensor de Tensiones”**;
- Por otra parte, desde el punto de vista matemático, entonces, existirán 3 tipos de magnitudes, a saber:
 - Las magnitudes **“Escalares”**;
 - Las magnitudes **“Vectoriales”**, y;
 - Las magnitudes **“Tensoriales”**.
- Para entender breve y rápidamente a estas magnitudes diremos:
 - Las magnitudes **“Escalares”** son aquellas cuyo valor no depende de la terna de referencia, como así tampoco de ninguna orientación o dirección;
 - A los escalares se los suele denominar como “tensores de orden 0”;
 - Ejemplos clásicos de magnitudes escalares son la temperatura y la densidad, solamente por citar nada más que 2;



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- Para el caso de la primera magnitud, la temperatura en un punto no depende de la terna de referencia con la que se esté trabajando, solamente depende del punto para el cual se desea conocer su valor. Es decir, mientras se coloque el bulbo de un termómetro en ese punto y se lo oriente de cualquier manera, el valor seguirá siendo el mismo;
- Lo anterior no impide que no se pueda tener un mapeo de una magnitud escalar en un espacio “n” dimensional. Por ejemplo el mapeo de la temperatura en el ambiente estará dado por una expresión como la siguiente:
 - $T = T(x; y; z) = T(u; v; w)$
 - $\delta = \delta(x; y; z) = \delta(u; v; w)$
- Siendo (O; X; Y; Z) y (O; U; V; W) dos ternas de referencia cualesquiera. En lo anterior se indica que ambas magnitudes escalares solamente dependen del punto y no de la terna.

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

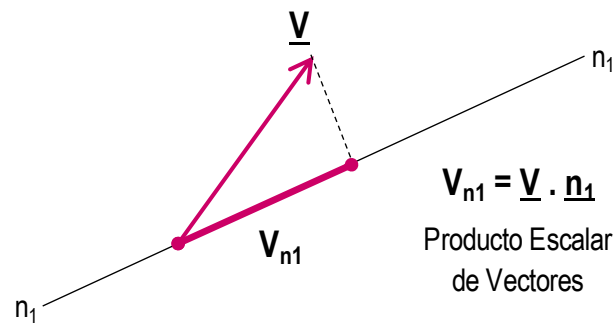
03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

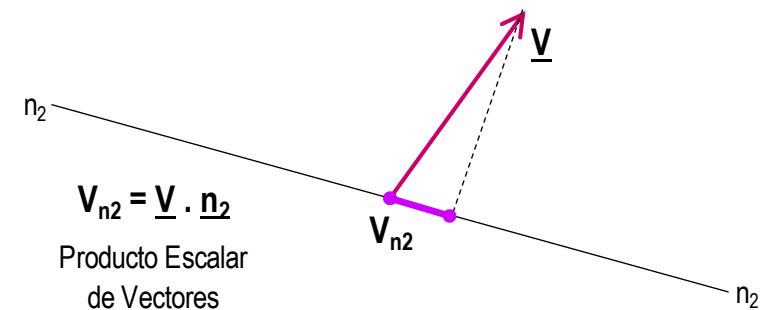
- Las magnitudes **“Vectoriales”** se podrán definir como aquellas magnitudes que asocian a cada dirección del espacio un escalar. De la definición se desprende que las mismas dependen de la terna de referencia, o de la orientación o dirección;
 - A los vectores se los suele denominar como “tensores de orden 1”;
 - Como ejemplos, expresemos un vector en un determinada terna y luego en otra. El vector seguirá siendo el mismo pero sus componentes no;
 - La interpretación de la definición dada anteriormente la podemos visualizar de la siguiente manera:



$\underline{V}$: Vector dado como dato

$\underline{n}_1$: Dirección propuesta 1 - Versor de la dirección 1

V_{n1} : Proyección de $\underline{V}$ sobre la dirección 1



$\underline{V}$: Vector dado como dato

$\underline{n}_2$: Dirección propuesta 2 - Versor de la dirección 2

V_{n2} : Proyección de $\underline{V}$ sobre la dirección 2



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- Las magnitudes **“Tensoriales”** se podrán definir como aquellas magnitudes que asocian a cada dirección del espacio un vector. De la definición se desprende que las mismas dependen de la terna de referencia, o de la orientación o dirección;
 - Los tensores con los cuales se trabajará se denominan “tensores de orden 2”;
 - En nuestro caso, el tensor de tensiones asignará a cada dirección del espacio, un vector. Y qué vector asociará?, el denominado “vector tensión”;
 - Particularmente, el tensor de tensiones es un tensor de 2º orden en un espacio de orden $n = 3$;
 - Estos tensores tienen representación a través de matrices cuadradas de 3×3 ;
 - Se podrán presentar tensores de orden “n” en espacios de orden “m”;
 - Nosotros llegaremos en la asignatura hasta tensores de 4º orden en espacios tridimensionales.

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- Cómo se construye el “Tensor de Tensiones”?
- Vamos a suponer que se conocen los vectores tensión en un punto y asociados a 3 planos perpendiculares entre sí. Obviamente, también se conocen sus componentes;
- Asumamos que esos 3 planos son los planos coordenados X, Y y Z;
- Los vectores tensión los podremos escribir de la siguiente manera:

$$\underline{\rho}^X = \rho_{x.i}^X + \rho_{y.i}^X + \rho_{z.i}^X = \sigma_{x.i} + \tau_{xy.i} + \tau_{xz.k}$$

$$\underline{\rho}^Y = \rho_{x.i}^Y + \rho_{y.i}^Y + \rho_{z.i}^Y = \tau_{yx.i} + \sigma_{y.i} + \tau_{yz.k}$$

$$\underline{\rho}^Z = \rho_{x.i}^Z + \rho_{y.i}^Z + \rho_{z.i}^Z = \tau_{zx.i} + \tau_{zy.i} + \sigma_{z.k}$$

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

- El Tensor de Tensiones quedará dispuesto de la siguiente manera:

$$[TT] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Componentes del Plano Z

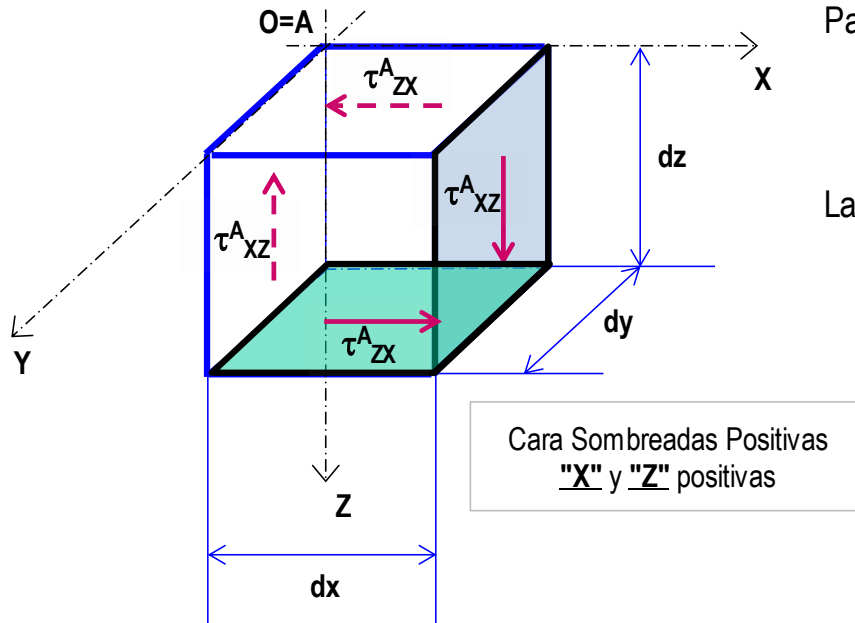
Componentes del Plano Y

Componentes del Plano X

- La justificación del por qué se arma de esta manera la veremos más adelante, cuando veamos el tema denominado **“ESTADO DE TENSIÓN”**;
- Cabe destacar que este tensor es **“simétrico”**. La demostración rigurosa la veremos cuando veamos el tema mencionado, pero daremos aquí una, de forma intuitiva;

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

- Supongamos el siguiente estado tensional actuante sobre los 3 pares de planos coordenados:



Se toma momentos respecto de un punto interior del cubo elemental, particularmente, se adopta el centro del mismo:

Para que este cubo se encuentre en equilibrio, deberá verificarse que:

$$\sum M_Y^C = 0$$

La ecuación genérica de equilibrio es la siguiente:

$$2 \cdot \tau_{ZX}^A \cdot dx \cdot dy \cdot (dz/2) - 2 \cdot \tau_{XZ}^A \cdot dy \cdot dz \cdot (dx/2) = 0$$

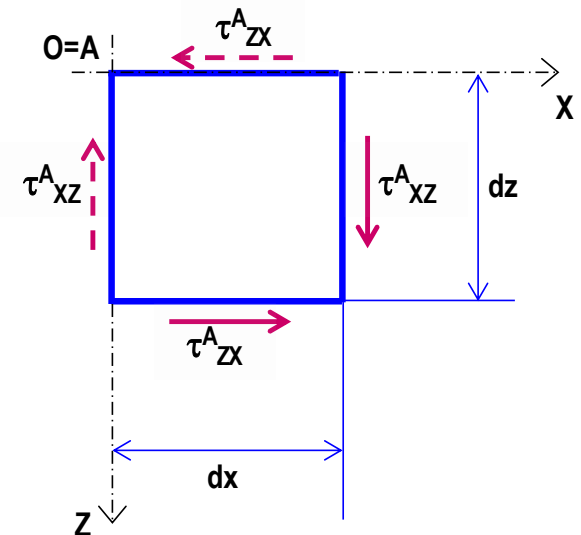
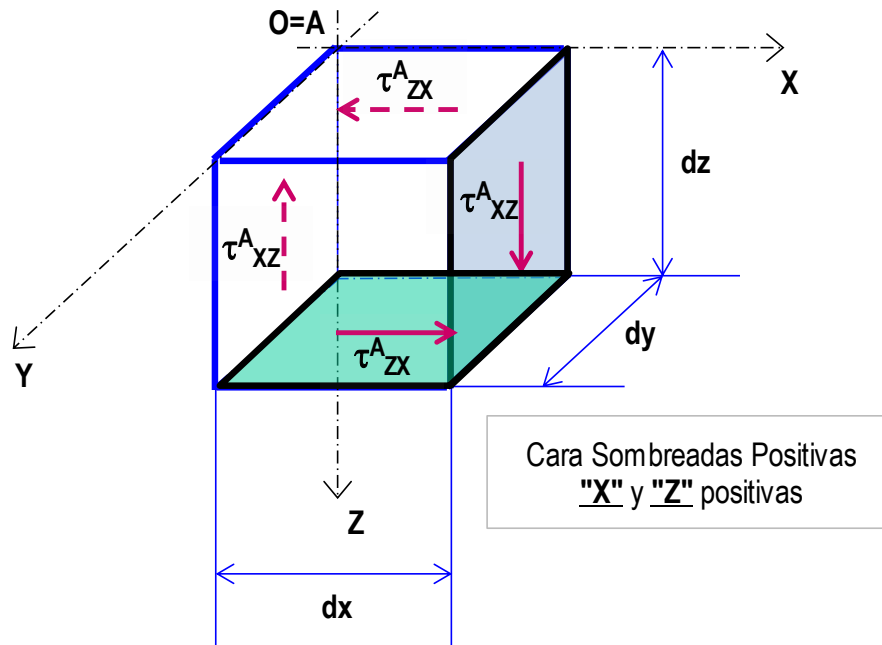
$$\tau_{ZX}^A \cdot dx \cdot dy \cdot dz - \tau_{XZ}^A \cdot dy \cdot dz \cdot dx = 0$$

$$\tau_{ZX}^A - \tau_{XZ}^A = 0$$

$$\tau_{ZX}^A = \tau_{XZ}^A$$

INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

- La expresión anterior se conoce como **“Teorema de Cauchy”** para las tensiones, el cual dice:
 - “En caras perpendiculares que poseen una arista en común, las tensiones tangenciales que en una de esas caras llega o se aleja de dicha arista; en la otra cara perpendicular, existirán tensiones tangenciales de igual valor que también, llegan o se alejan de dicha arista”.***





INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

06 – BIBLIOGRAFÍA:

- Estabilidad II - Enrique D. FLIESS – Ed. Kapelusz
- Mecánica de Materiales - Ferdinand P. BEER – E. Russell JOHNSTON, Jr – John T. DEWOLF - David F. MAZUREK – Ed. McGraw-Hill
- Mecánica de Materiales - Russell C. HIBBELER - Pearson – Ed. Prentice Hall
- Mecánica de Sólidos - Egor P. POPOV – Ed. Pearson Educación
- Resistencia de Materiales - V. I. FEODOSIEV – Ed. MIR



INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD II – Concepto de Tensión – 1º Parte

01 – REPASO
CONCEPTUAL DE RVE Y
RVI

02 – REPASO
OPERATIVO PARA LA
DETERMINACIÓN DE
RVE Y RVI

03 – CONCEPTOS
INTRODUCTORIOS DE
TENSIÓN

04 – VECTOR TENSIÓN
EN UN PUNTO

05 – EL TENSOR DE
TENSIONES – TENSIÓN
EN UN PUNTO

06 - BIBLIOGRAFÍA

MUCHAS GRACIAS

POR SU AMABLE ATENCIÓN