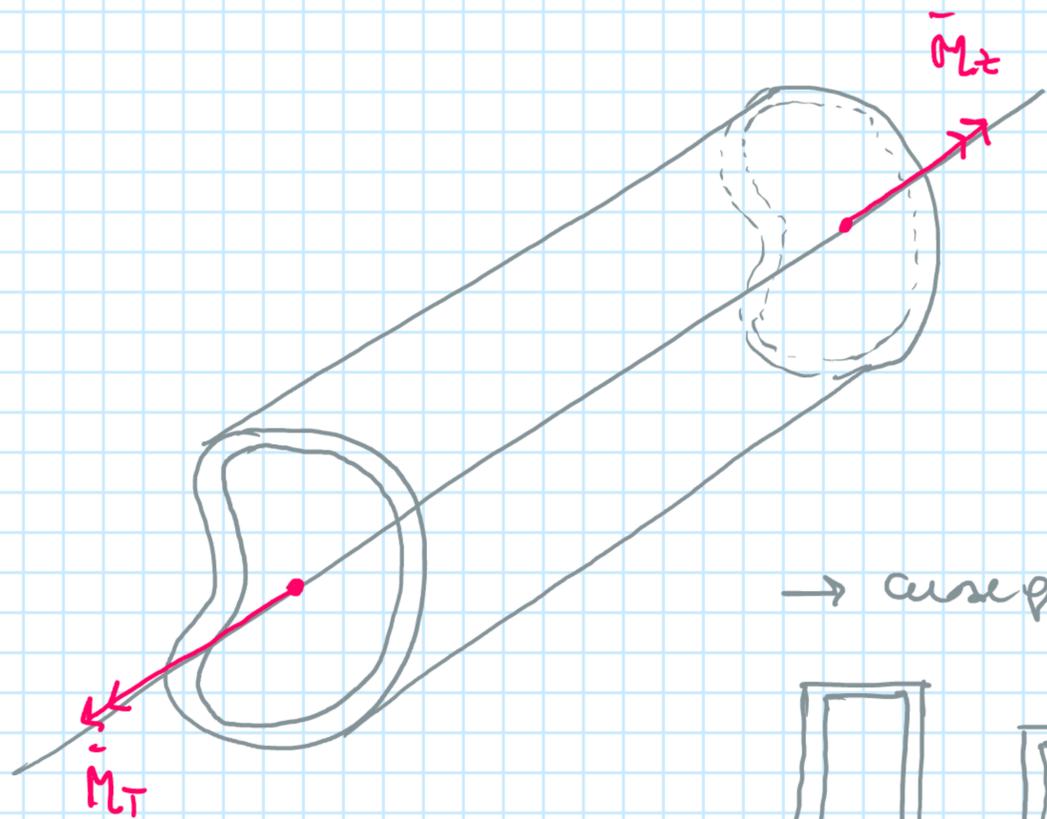


03.07 - SECCIONES TUBULARES SIMPLEMENTE CONEXAS DE PEQUEÑO ESPESOR - TEORÍA DE BREDT:

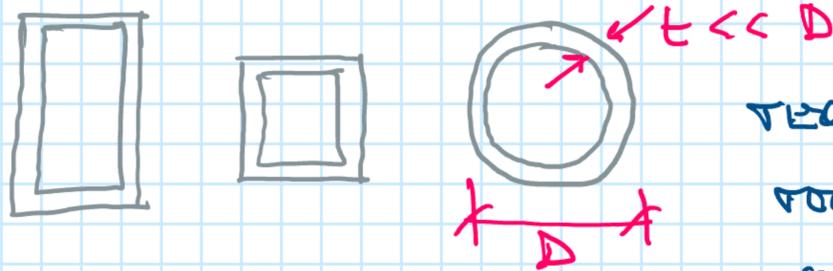
martes, 26 de octubre de 2021 09:07

03.07.01 - INTRODUCCIÓN:

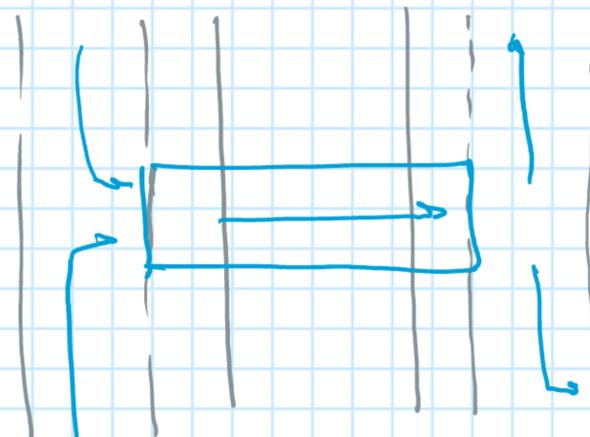
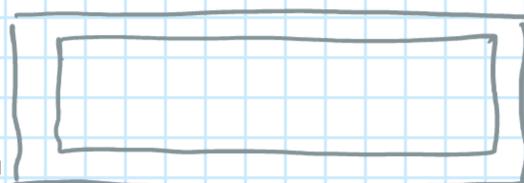
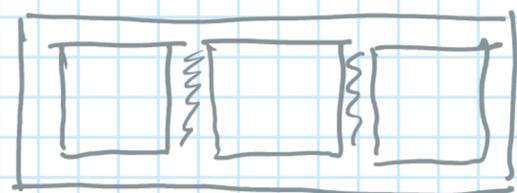
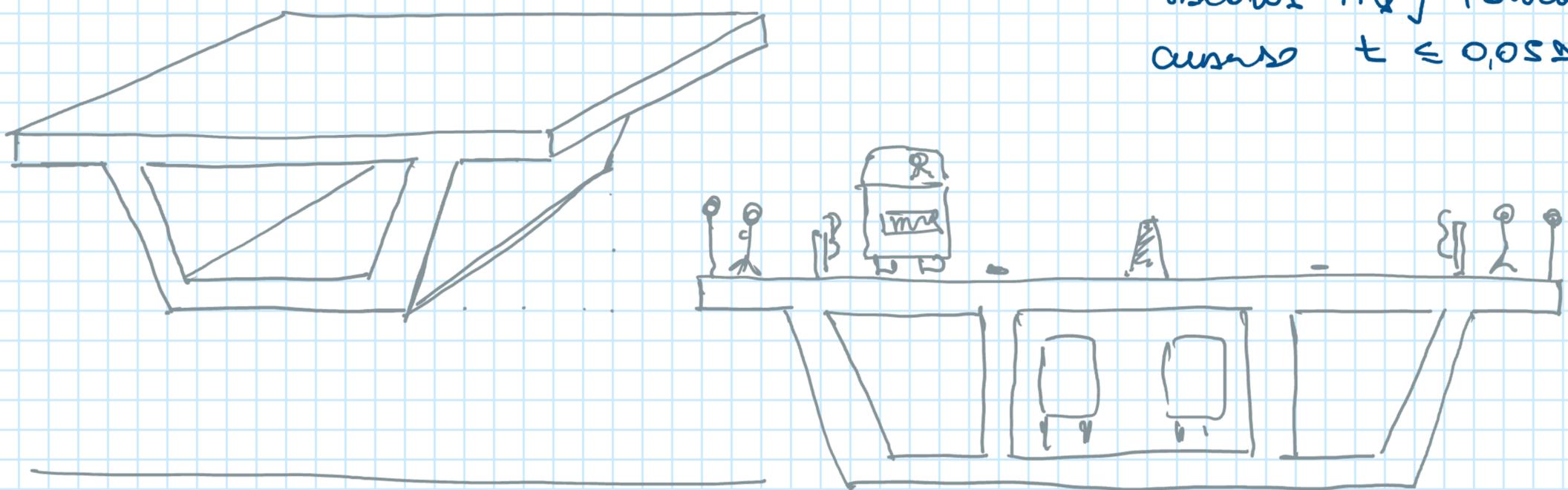


- BARRAS DE EJE RECTO.
- DE SECCIONES TUBULARES.
- SIMPLEMENTE CONEXAS.
- EL ESPESOR 't' o 'e' es muy pequeño comparado con las dimensiones de la barra.

→ caso particular tubo de tubo.



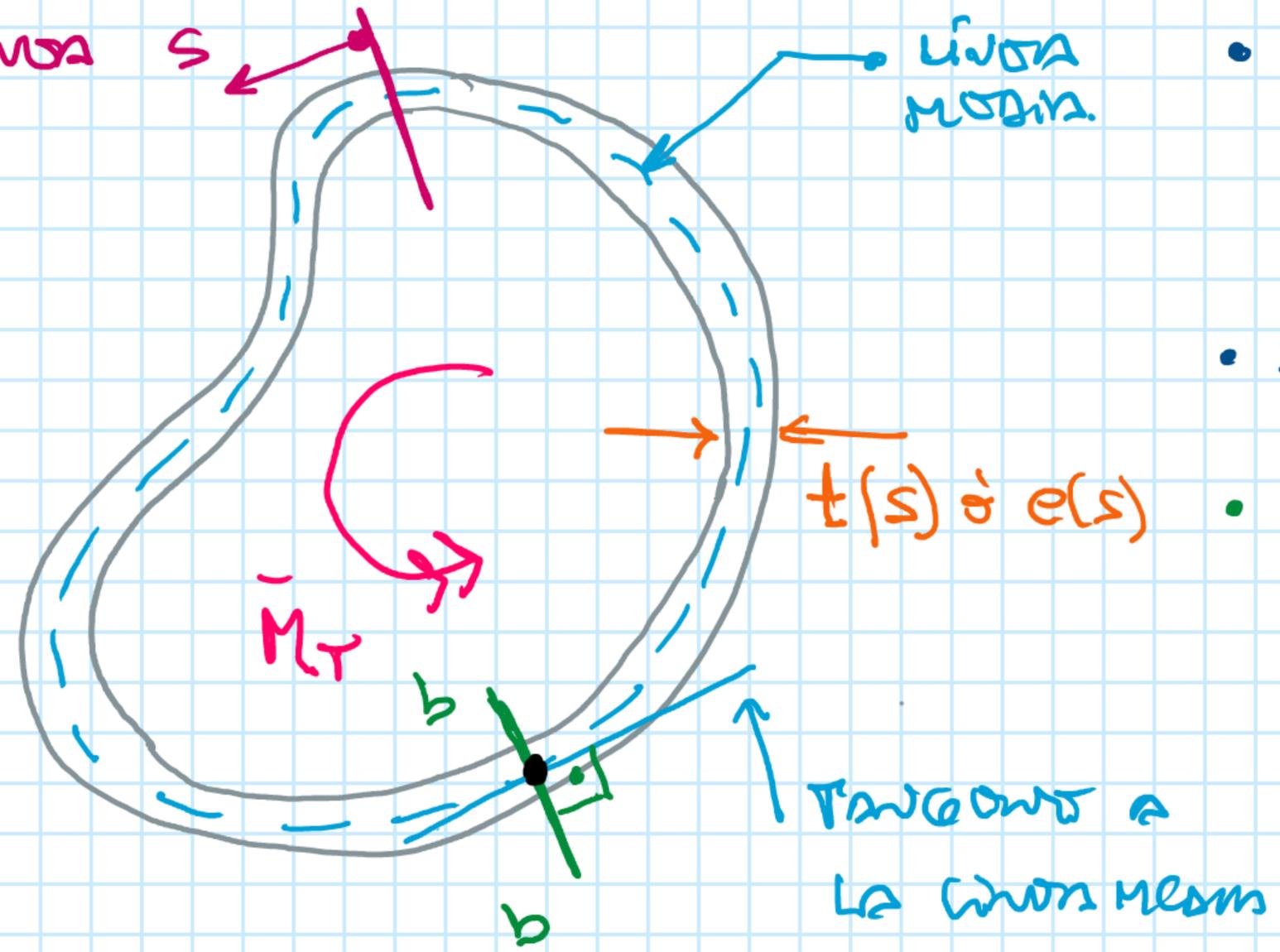
TEORÍA DE BREDT y la teoría de cañones amala muestra muy buenas cosas cuando $t \leq 0,05D$.



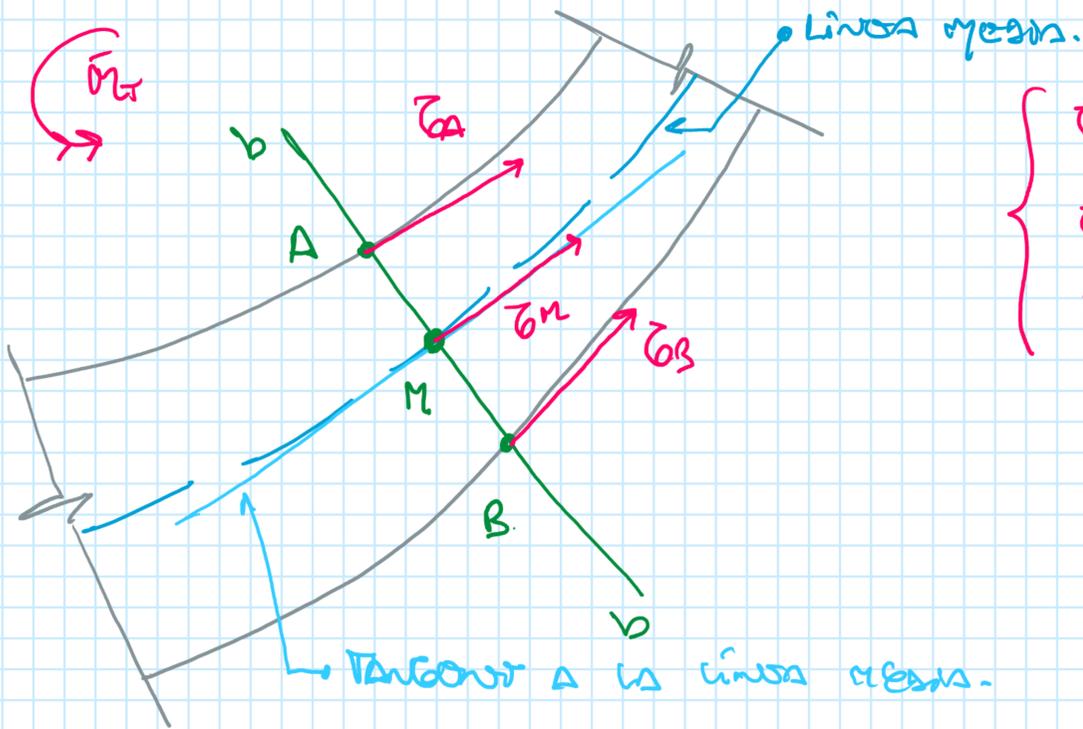
03.07.01 - ELEMENTOS:

martes, 26 de octubre de 2021 09:23

COORDENADAS
curvilíneas

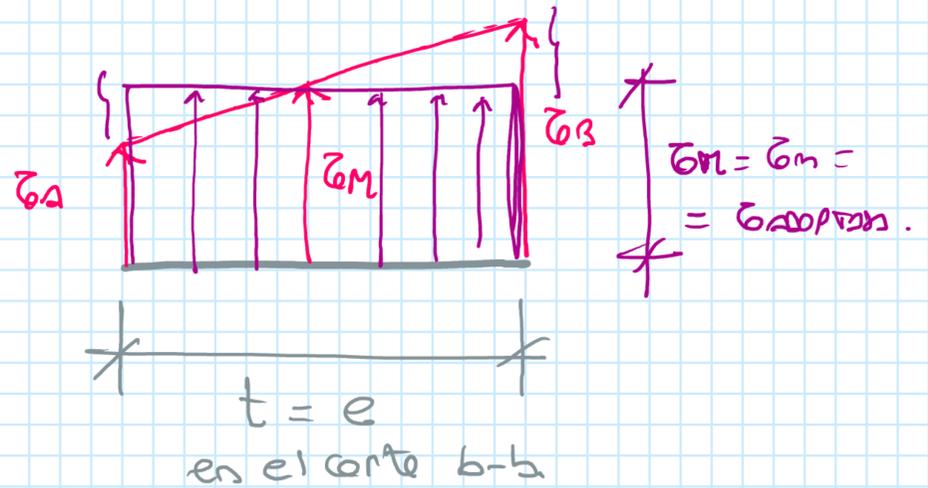


- LÍNEA MEDIA.
- COORDENADAS curvilíneas 's'.
- ESPESOR que puede ser variable a lo largo de la coordenada 's'.
- Solicitación $\rightarrow \bar{M}_T$.
- sección \perp a la tangente a la línea media en el punto o unión de centro o de análisis.



τ_A es máximo en el centro interno en 'A'
 τ_B es máximo en el centro externo en 'B'
 τ_M es cero en la línea media en 'M'

$\tau_A < \tau_M < \tau_B$

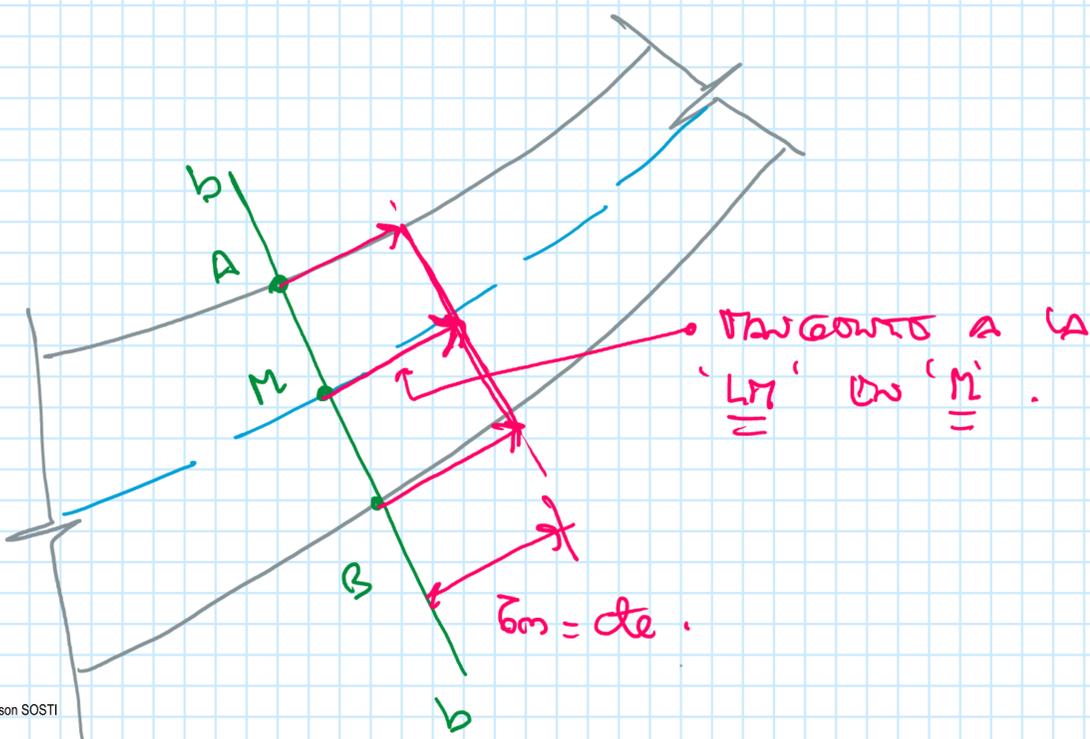


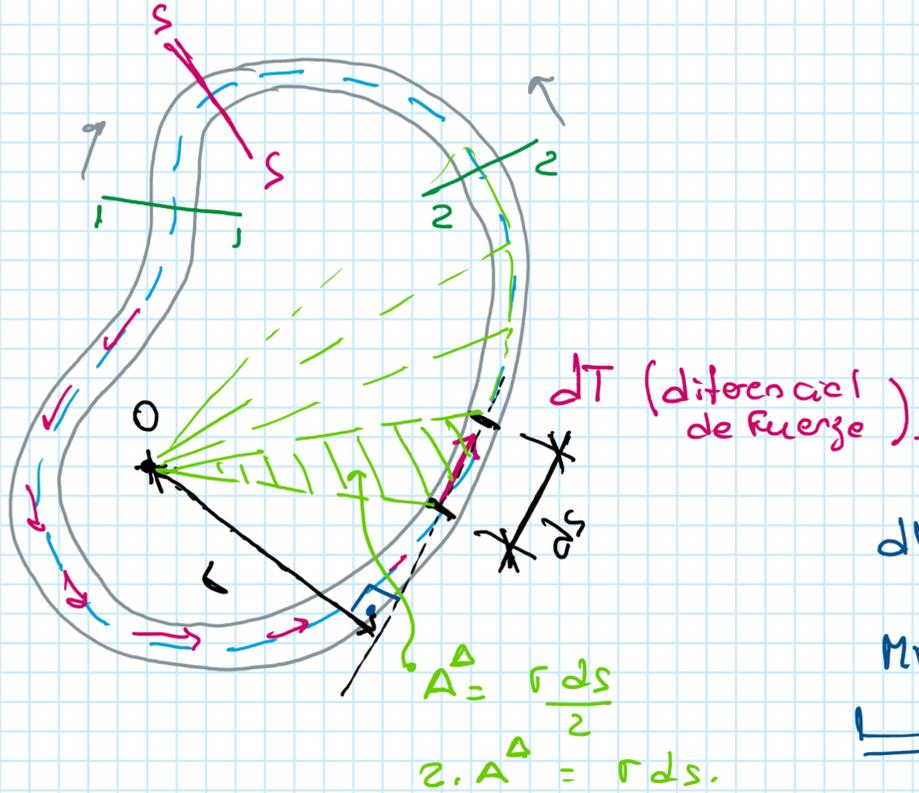
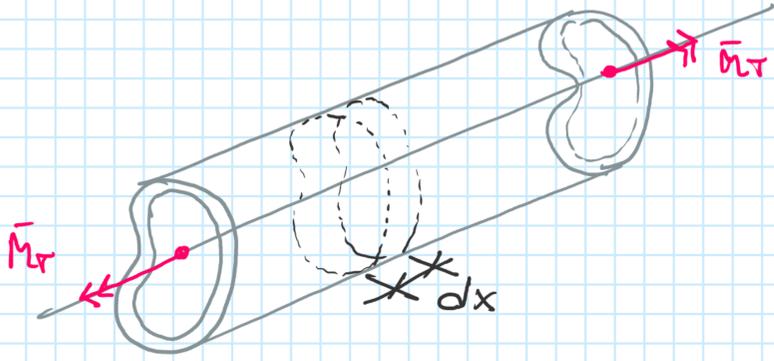
Como el espesor es muy chico \rightarrow en los A y B no se espesan pero
 existe una gran variación. \rightarrow se reemplaza con una tensión tangencial
 media. $\rightarrow \tau_M$

Se adoptan las siguientes 2 suposiciones, basadas en que el espesor de la sección transversal es muy chico comparado con las propias dimensiones de ésta:

I).- El valor de la tensión adoptada es el correspondiente al punto ubicado sobre la línea media y que hemos denominado $\tau(M)$. A este valor se lo considerará constante en todo el espesor;

II).- La dirección de las tensiones en el espesor será considerada la misma para todos los puntos y será la correspondiente a la tangente a la línea media en el punto M.





$dA = e(s) \cdot ds$

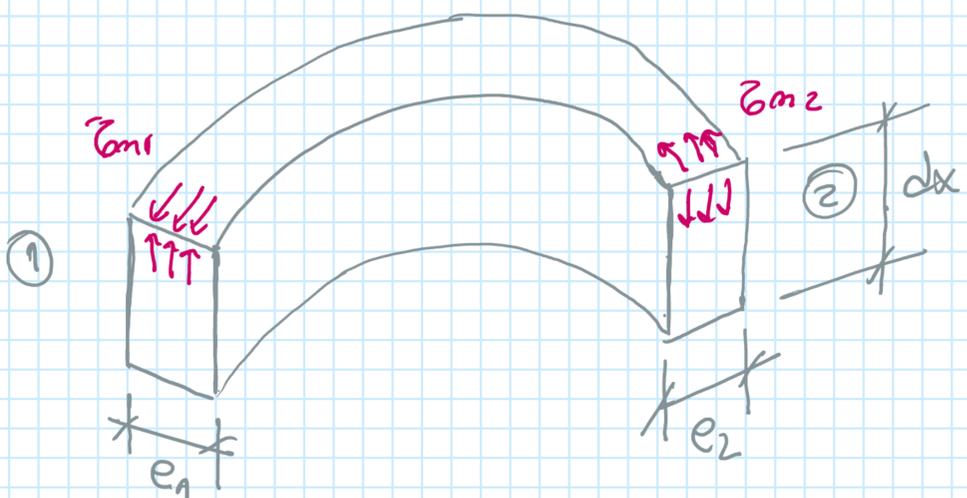
$dT = \tau_m \cdot dA = \tau_m \cdot e(s) \cdot ds$

r : ES LA DISTANCIA DE LA TANGENTE EN EL DA AL PUNTO 'O'.

EL PUNTO 'O' ES UN PTO CENTRADO DE LA SECCION.

$dM_T = r \cdot dT = \tau_m \cdot r \cdot e(s) \cdot ds$

$M_T = \int dM_T = \int \tau_m \cdot r \cdot e(s) \cdot ds$



$\sum F_{tangenciales} = 0, = \sum F_x$

$V_1 = \tau_{m1} \cdot e_1 \cdot dx \uparrow$
 $V_2 = \tau_{m2} \cdot e_2 \cdot dx \downarrow$

$V_1 - V_2 = 0$

$\tau_{m1} \cdot e_1 \cdot dx - \tau_{m2} \cdot e_2 \cdot dx = 0$

$\tau_{m1} \cdot e_1 = \tau_{m2} \cdot e_2$

$\tau_{m1} \cdot e_1 = \tau_{m2} \cdot e_2 = \dots = \tau_{mi} \cdot e_i = \dots = \tau_{mn} \cdot e_n = \tau_m$

$\tau_{mi} \cdot e_i =$ FUERZA DE LAS TENSIONES TANGENCIALES.

$M_T(x) = \int \tau_m \cdot r \cdot e(s) \cdot ds = \tau_m \cdot e(s) \cdot \int r \cdot ds$
 $\int r \cdot ds = 2 \cdot \Omega$

AL AREA ENCERRADA POR LA LINEA MEDIA = Ω

$M_T(x) = \tau_m \cdot e(s) \cdot 2 \cdot \Omega$

$\tau_m(x, s) = \frac{M_T(x)}{2 \cdot \Omega \cdot e(s)}$
 $\tau_{m, \max}(x, s) = \frac{M_T(x)}{2 \cdot \Omega \cdot e_{\min}}$

03.07.04 - PROBLEMAS DE LA TORSIÓN:

martes, 26 de octubre de 2021 10:09

1) PROBLEMAS DE VERIFICACIÓN:

$$\frac{M_T(x)}{2 \cdot \Omega \cdot e_{\text{mín}}} = \tau_{\text{adm}} \leq \tau_{\text{adm}}$$

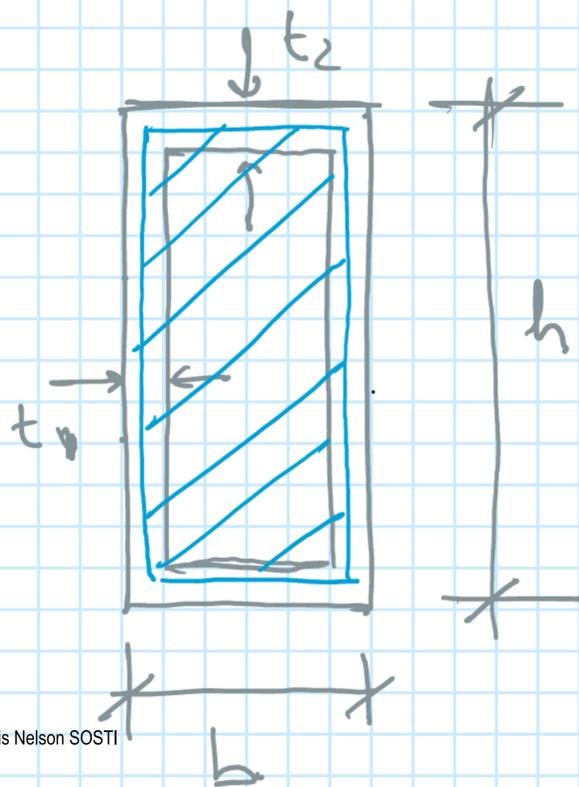
2) PROBLEMAS DE DIMENSIONAMIENTO:

$$\Omega \cdot e_{\text{mín}} \geq \frac{M_T(x)}{2 \cdot \tau_{\text{adm}}}$$

3) CAPACIDAD PORTANTE:

$$M_{TADM} = \tau_{\text{adm}} \cdot 2 \cdot \Omega \cdot e_{\text{mín}}$$

EJEMPLO DE CÁLCULO DE Ω :



$h = 400 \text{ mm}$

$b = 200 \text{ mm}$

$t_1 = 10 \text{ mm}$

$t_2 = 20 \text{ mm}$

$$\Omega = (h - t_2) \cdot (b - t_1)$$

$$\Omega = (400 - 20) \cdot (200 - 10) = 380 \cdot 190 = 72200 \text{ mm}^2$$

martes, 26 de octubre de 2021 10:17

- NOS BASAMOS EN EL "PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA":

$$\underbrace{W}_{\text{TRABAJO DE LAS FUERZAS EXTERNAS}} = \underbrace{U}_{\text{ENERGÍA INTERNA DE DEFORMACIÓN}}$$

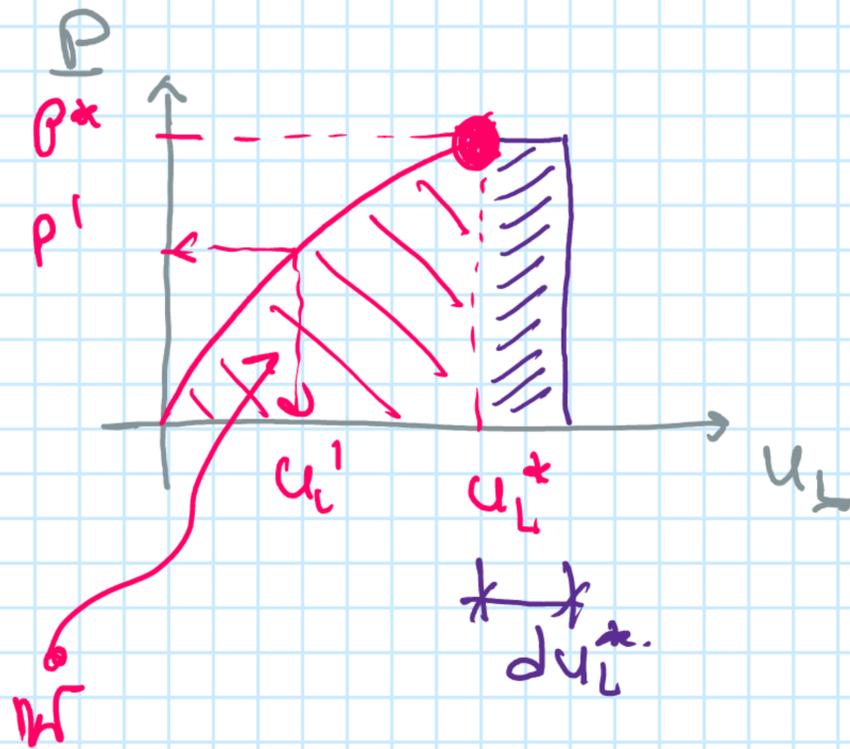
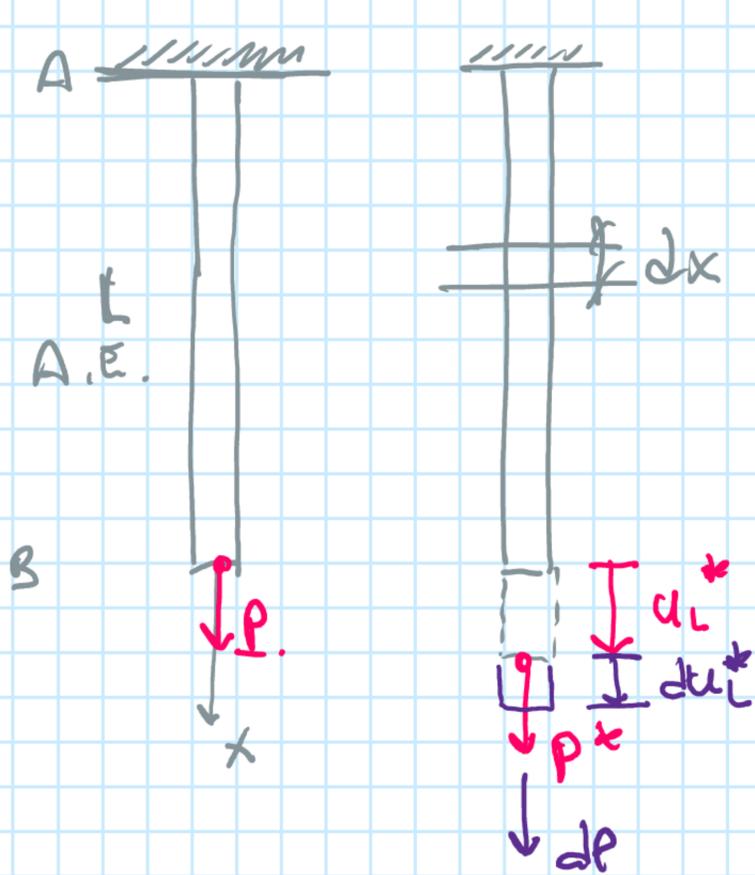
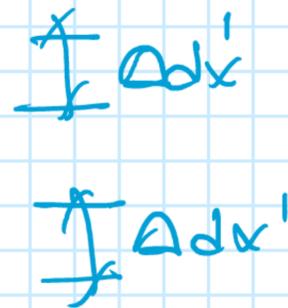
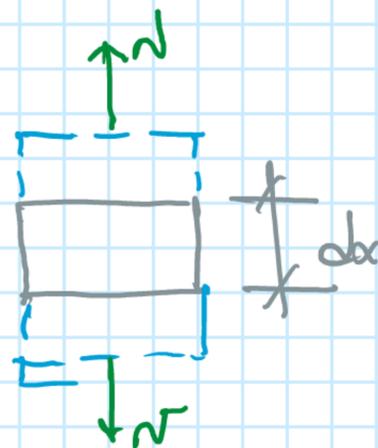
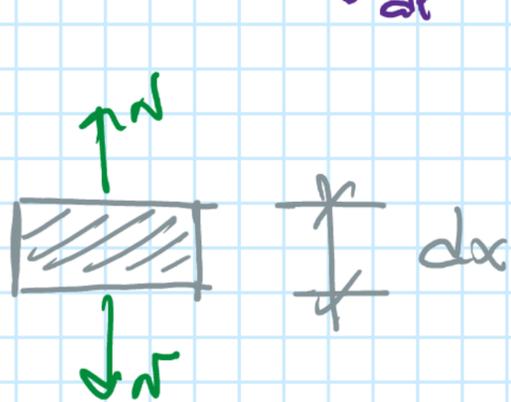


Diagrama en espíritu



$$\Delta dx = 2 \Delta dx'$$

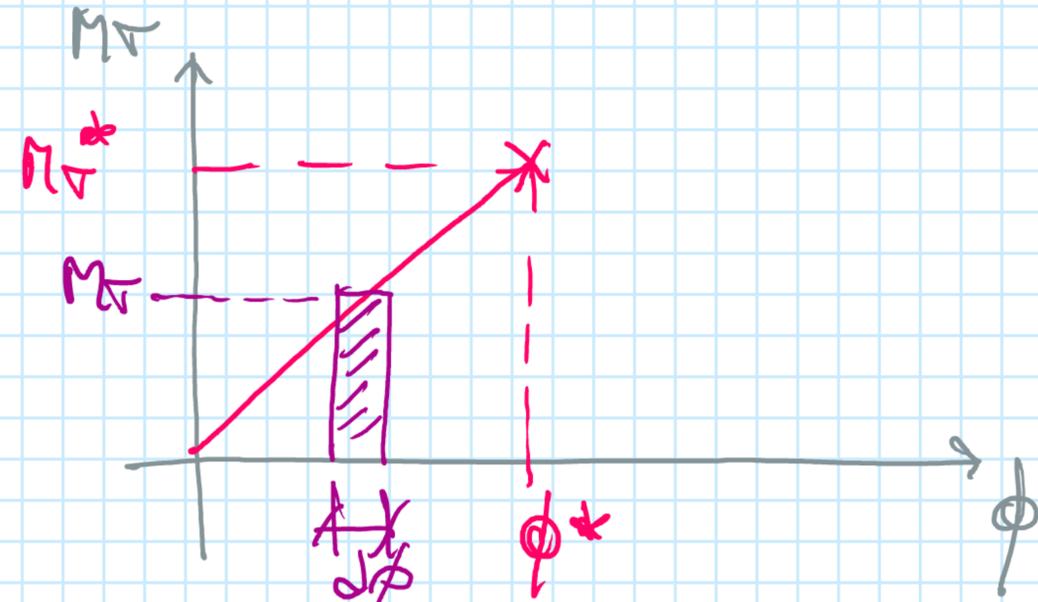
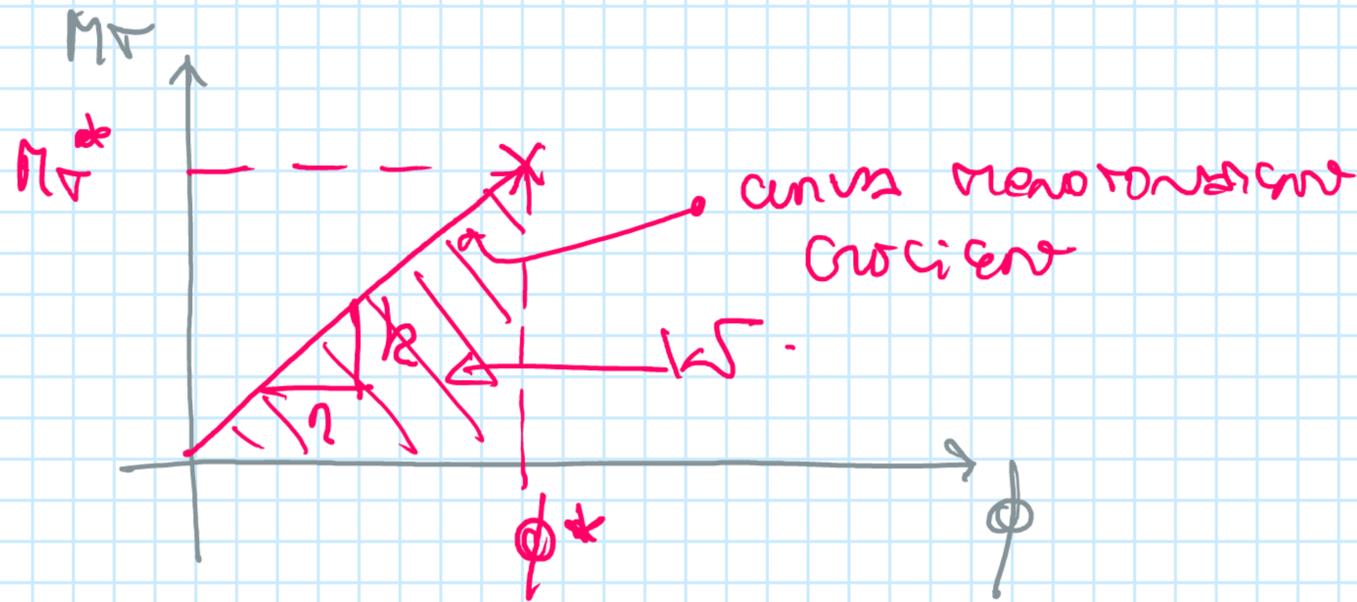
$$n \cdot \Delta dx = dW_I = \underline{\underline{dU}}$$

$$U = \int dU = \int n \Delta dx$$

Trabajo de las fuerzas exteriores:

$$M_T = k \cdot \phi$$

↙ ángulo de torsión



$$dW = M_T \cdot d\phi$$

$$W = \int dW = \int M_T \cdot d\phi = \int k\phi \cdot d\phi = \frac{1}{2} k\phi^2$$

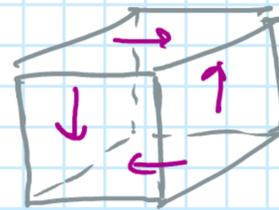
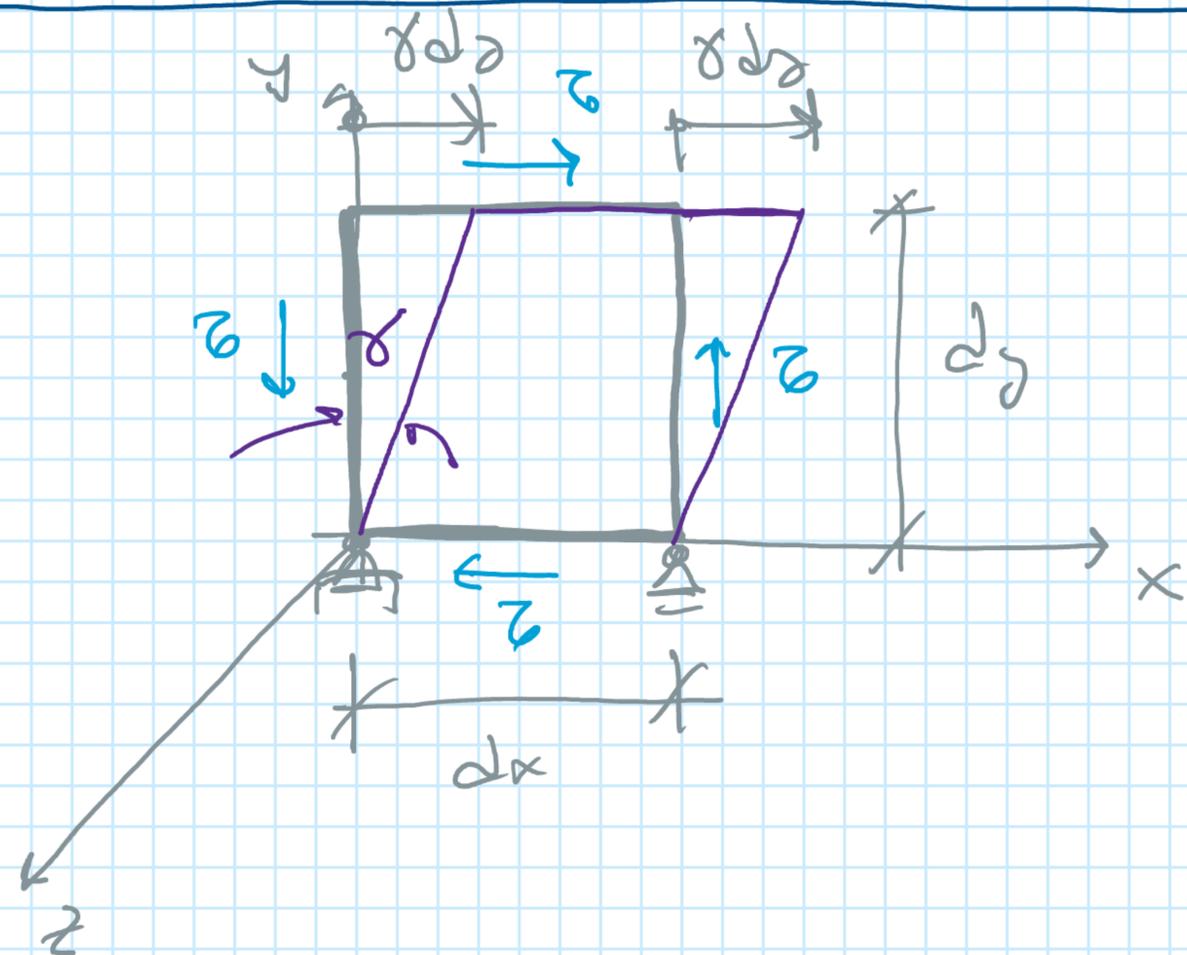
$$W = \frac{1}{2} k\phi^2$$

$$W = \frac{1}{2} M_T \phi$$

$$W = \frac{1}{2} \frac{M_T^2}{k}$$

Ⓐ

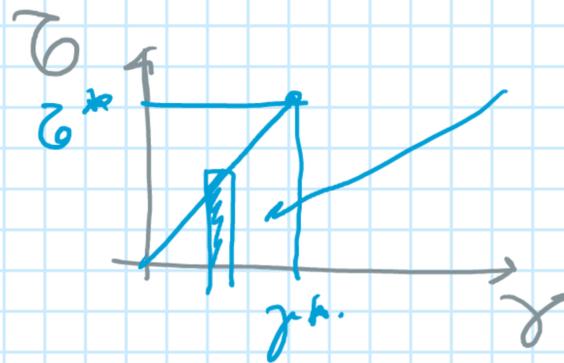
Energías internas de torsión:



$$dF = \tau \cdot dx \cdot dz$$

Ley de Hooke: $\tau = G \cdot \gamma$

$$dU_i = \frac{1}{2} \underbrace{(\tau dx dz)}_{dF} \cdot \underbrace{\gamma \cdot dy}_d$$



$$dU_i = \frac{1}{2} \tau \gamma \cdot \underbrace{dx dy dz}_{dV} = \frac{1}{2} \tau \gamma dV \quad \text{Energía interna de torsión}$$

$$dU_i = \frac{1}{2} \tau \gamma$$

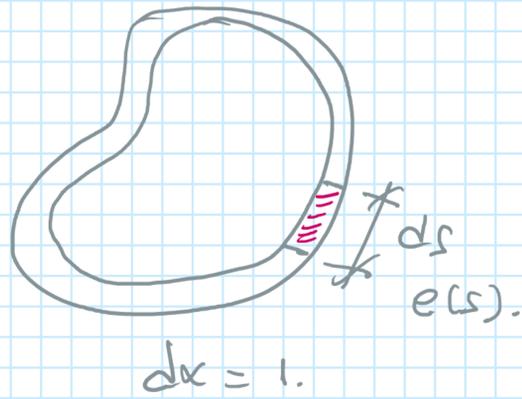
Energía interna específica de torsión:

$$U_i = \int_V dU_i = \int_V \frac{1}{2} \tau \gamma dV = \int_V \frac{1}{2} G \gamma^2 dV = \int_V \frac{1}{2} \frac{\tau^2}{G} dV \quad \text{B}$$

Por aplicación del principio de conservación:

$$\underbrace{W}_{(A)} = \underbrace{U_i}_{(B)}$$

$$\frac{1}{2} M_T \cdot \phi = \int_V \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{G} dV$$



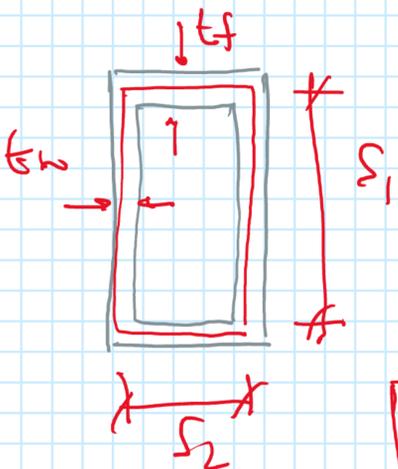
$$dV = e(s) \cdot ds \cdot \underbrace{dx}_{=1} = e(s) \cdot ds$$

$$\sigma = \frac{M_T}{2 \Omega e(s)} \rightarrow \sigma^2 = \frac{M_T^2}{4 \Omega^2 \cdot e(s)^2}$$

$$\frac{1}{2} M_T \phi = \int_V \frac{1}{2} \frac{M_T^2}{4 \Omega^2 e(s)^2} \cdot \frac{1}{G} e(s) ds = \frac{1}{2} \frac{M_T^2}{4 \Omega^2 G} \int_s \frac{e(s)}{e(s)^2} ds$$

$$\phi(\omega) = \frac{M_T}{4 \Omega^2 G} \int \frac{ds}{e(s)} \quad (c)$$

1ª Aproximación:



$$s_1 = h - t_f \quad \int \frac{ds}{e(s)} = \sum_{i=1}^4 \frac{\Delta ds_i}{e_{mi}}$$

$$s_2 = b - t_w$$

$$\sum_{i=1}^4 \frac{\Delta ds_i}{e_{mi}} = \frac{s_1}{t_w} + \frac{s_1}{t_w} + \frac{s_2}{t_f} + \frac{s_2}{t_f} = \frac{2s_1}{t_w} + \frac{2s_2}{t_f}$$

$$\phi(\omega) = \frac{M_T(\omega)}{4 \Omega^2 G} \sum_{i=1}^4 \frac{\Delta ds_i}{e_{mi}}$$

2ª Aproximación:

$$\Delta s_i = cte$$

$$\phi(\omega) = \frac{M_T(\omega)}{4 \Omega^2 G} \Delta s_i \sum_{i=1}^4 \frac{1}{e_{mi}}$$

3ª Aproximación:

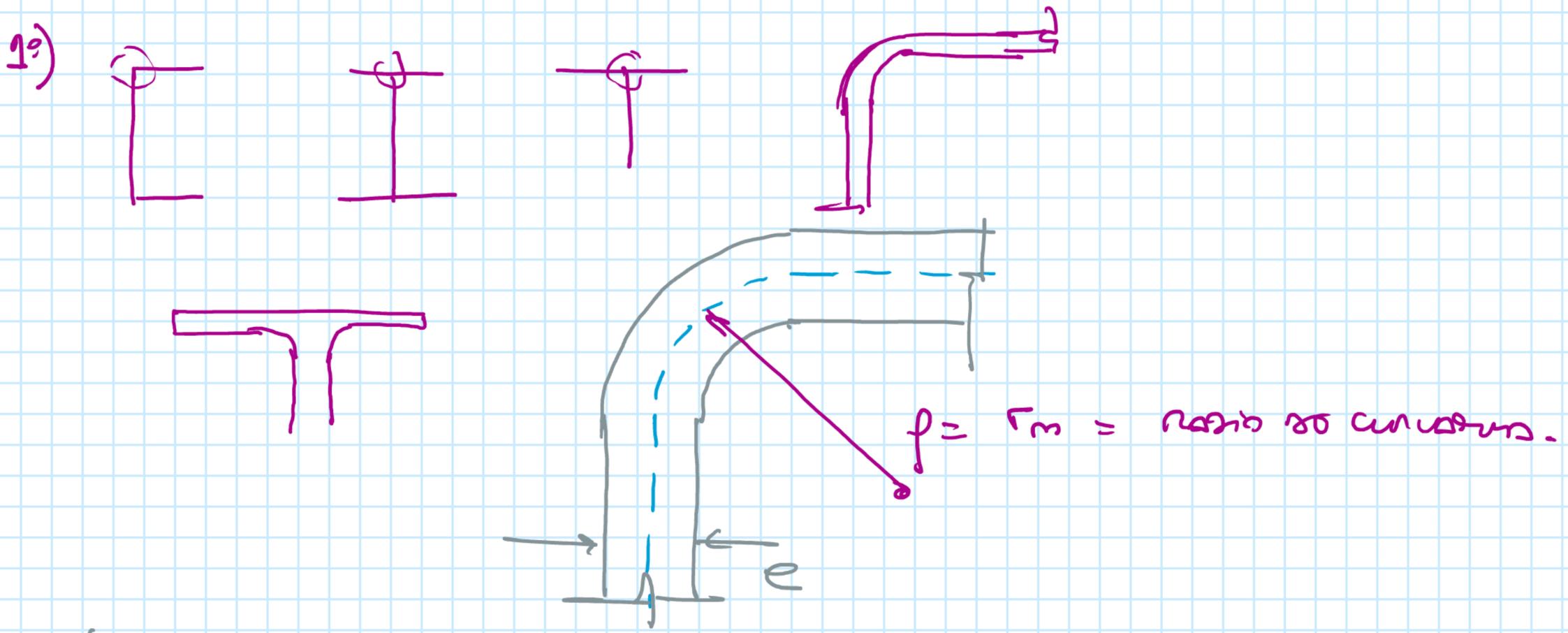
$$e_{mi} = cte$$

$$\phi(\omega) = \frac{M_T(\omega)}{4 \Omega^2 G} \cdot \frac{S}{e}$$

La longitud de la CM =

03.07.06 - CONSIDERACIONES:

martes, 26 de octubre de 2021 10:56



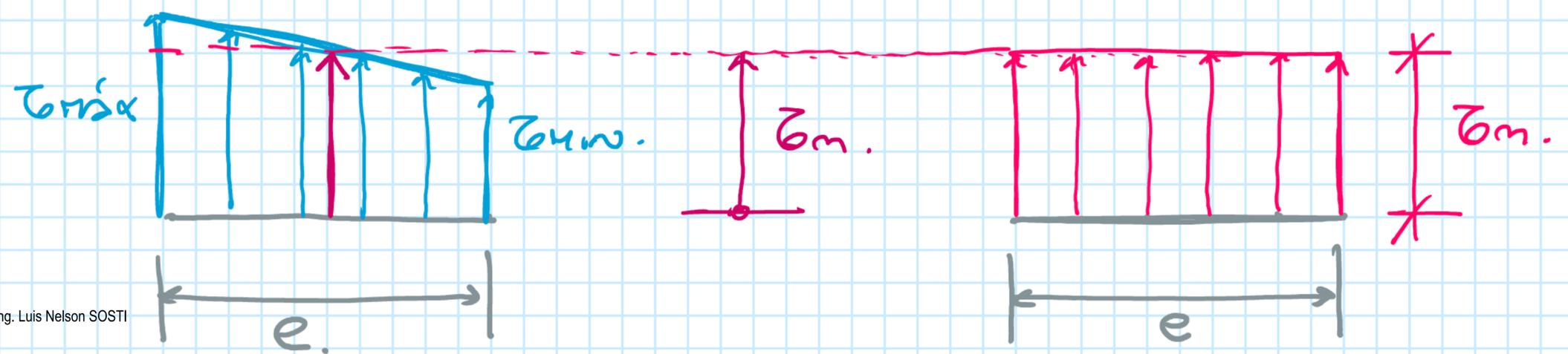
vánuo $\rightarrow \rho > e$

no " $\rightarrow \rho \approx e$

2º) \rightarrow sección circular hueca de 'e' espesor:

CONCRETO

BRUTA



03.08.01 - INTRODUCCIÓN:

1- APLICACIÓN:

Secciones No Circulares

- Abiertas: perfiles doble T, UPN, L, T, etc;
- Cerradas o compactas: rectángulos, rombos, triángulos, etc.

2 - RESOLUCIÓN:

El proceso de resolución es bastante más complejo que lo visto hasta el momento, básicamente por 2 cuestiones:

- Las secciones no se mantienen planas;
- Las secciones no mantienen su forma.

Los métodos de resolución:

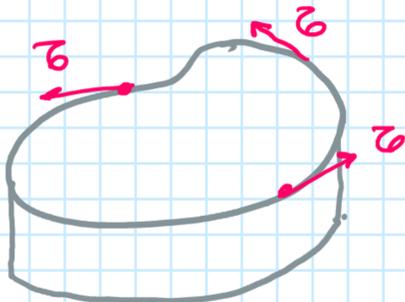
- Teoría Matemática de la Elasticidad;
- Teorías "Ad Hoc".

3 - PARTICULARIDADES:

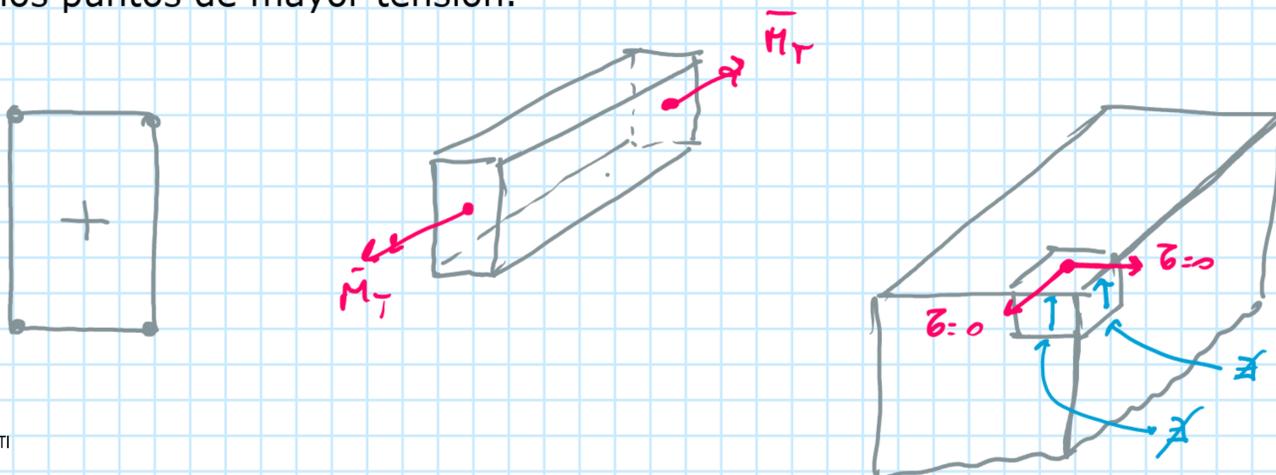
- Se deberán estudiar giros relativos y distorsiones locales;
- Se reserarán líneas pertenecientes a la sección que se mantienen rectas;
- El resto de las líneas se terminan curvando cuando la barra se deforma;
- Las distorsiones no tienen una relación lineal:

$$\gamma = \gamma_{\max} \cdot \frac{r}{R} \rightarrow \tau = \tau_{\max} \cdot \frac{r}{R} \leftarrow \text{NO SE CUMPLE.}$$

- Las tensiones tangenciales tampoco varían linealmente;
- Las τ dependen de más de una variable de posición;
- Las τ siempre serán tangentes al contorno;



- En los puntos más alejados del baricentro, no necesariamente terminan siendo los puntos de mayor tensión.



TORSIÓN EN BARRAS DE SECCIÓN TRANSVERSAL NO CIRCULAR

01 – INTORDUCCIÓN:

La determinación de las variables, tensiones y desplazamientos y deformaciones, en este tipo de barras con secciones no circulares es un problema “bastante” más complejo que los vistos hasta ahora;

No puede ser estudiado en la forma y metodología que hemos venido estudiando: SA. SF y ST en secciones circulares;

Repasando esta metodología, la misma era la siguiente:

- I. Se realizaba un ensayo del elemento y de la sollicitación a ser estudiado;
- II. Se observaba cómo era la deformación y se sacaban conclusiones de la misma, las cuales se transformaban en Hipótesis de Trabajo;
- III. De las conclusiones se observaban cómo era la variabilidad de las deformaciones;
- IV. Luego, mediante la Ley de Hooke, se relacionaban con las tensiones;
- V. Se utilizaban las Ecs de Equivalencia para poder establecer las relaciones entre Tensiones y Esfuerzos Internos.

Estos problemas son abordados por la “Teoría Matemática de la Elasticidad” y por Teorías “Ad-Hoc”.

Estas teorías escapan o se encuentran fuera del alcance de nuestra asignatura. Por lo tanto, no serán estudiadas.

Solamente se verán las conclusiones de dichos estudios y algunos aspectos considerados como “importantes” e “imprescindibles” para el entendimiento del comportamiento.

Acá, de un ensayo se observa que:

- i.- Las secciones NO se mantienen planas después de la deformación por torsión, por lo tanto, se alabea;
- ii.- Las secciones NO mantienen su forma;

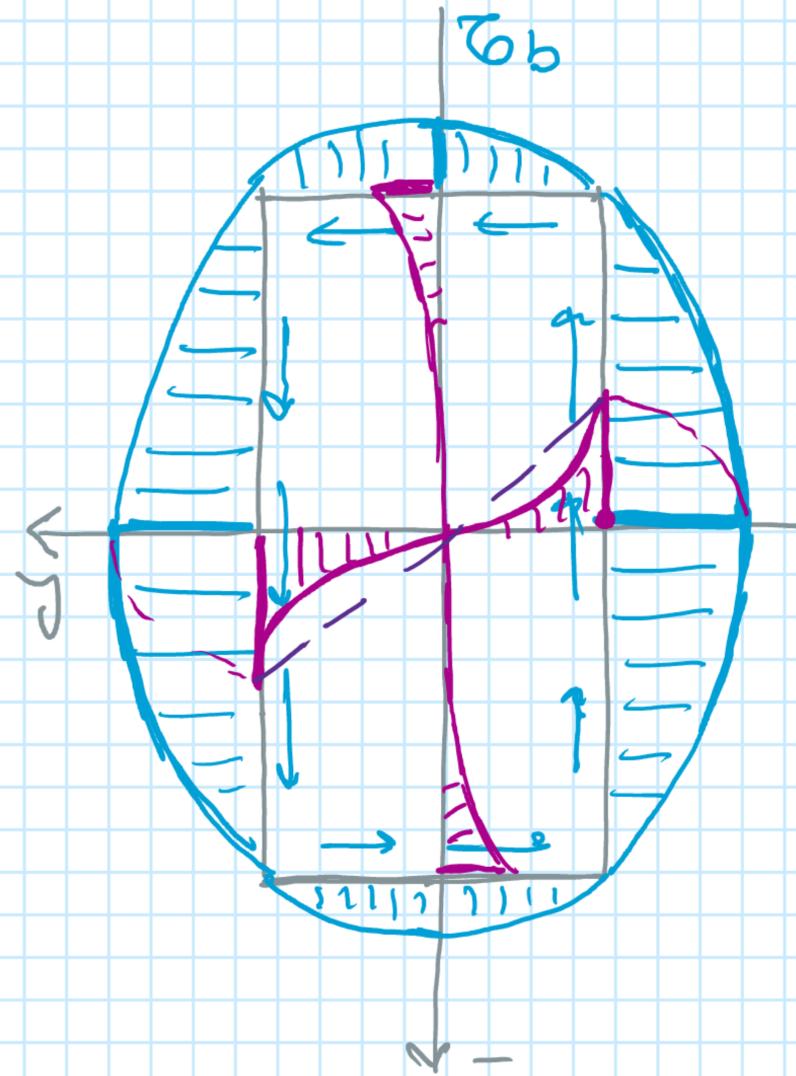
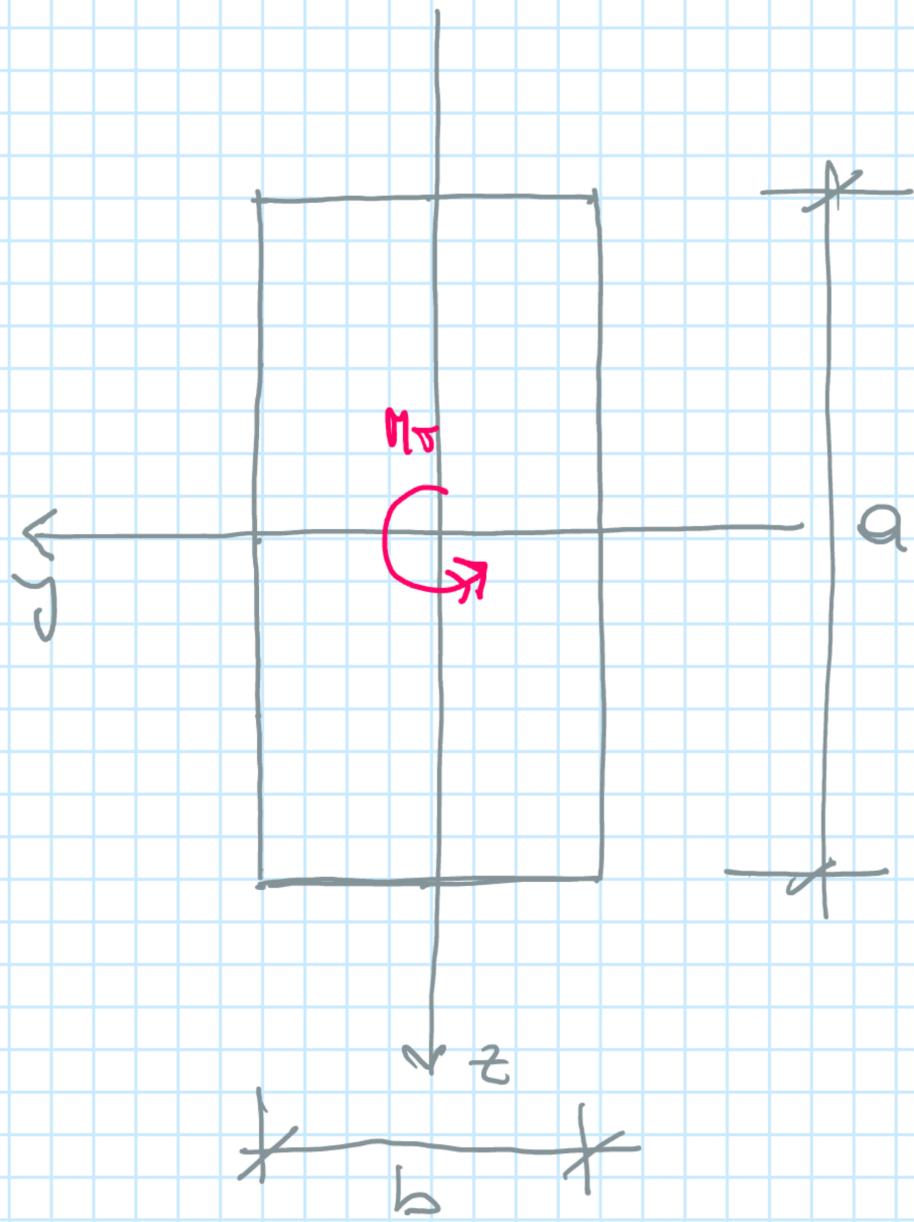
02 – CONSIDERACIONES – PARTICULARIDADES – OBSERVACIONES Y CONCLUSIONES DE LOS ESTUDIOS:

- I.- Deberá estudiarse y cuantificarse no sólo los giros relativos entre las secciones, sino también, las distorsiones locales para cada sección. Precisamente, las distorsiones locales caracterizan el alabeo. De esta última consideración se desprende que también deberá estudiarse el alabeo relativo entre las secciones;
- II.- En barras de secciones cuadradas, las secciones que giran 90° ó 180° suelen mantener su forma;
- III.- En consonancia con la precisión anterior, se observa que para el resto de las secciones, se podrá presentar que algunas líneas se mantengan rectas después de la deformación por torsión;
- IV.- Para el resto de las líneas que pueden trazarse en cualquier sección, las mismas se terminan curvando cuando la barra se deforma;
- V.- Las distorsiones no tienen una relación lineal entre ellas, y por consiguiente, si es aplicable la “Ley de Hooke”, lo que es lo mismo que decir que el material se encuentra trabajando dentro del período elástico, las tensiones tampoco poseen una relación lineal entre ellas;
- VI.- Para una sección transversal de una barra cuadrada o rectangular, es un error considerar que las tensiones tangenciales variarán en forma lineal con su distancia al eje de la misma;
- VII.- Las tensiones tangenciales no van a depender de un solo parámetro (r : radio, por ejemplo); sino que van a depender de las 2 coordenadas de un punto de la sección (y_P ; z_P);
- VIII.- Las tensiones en el contorno de una sección cualquiera van a tener la dirección de la tangente a la misma;
- IX.- En las secciones transversales cuadradas o rectangulares, en los vértices de las mismas las tensiones tangenciales son nulas.

03.08.02 - APLICACIÓN A SECCIONES RECTANGULARES:

FIJBA - EII-84.03-2021-2C - 03.04-CL-ST-01 - ST-02 - 2021.10-26

martes, 26 de octubre de 2021 11:54

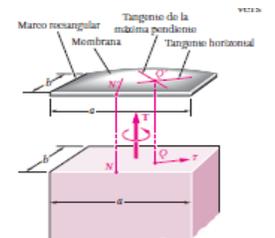
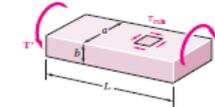
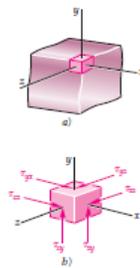
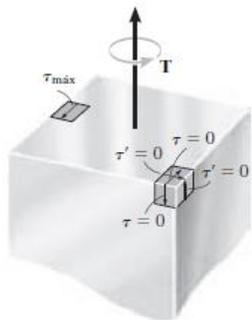
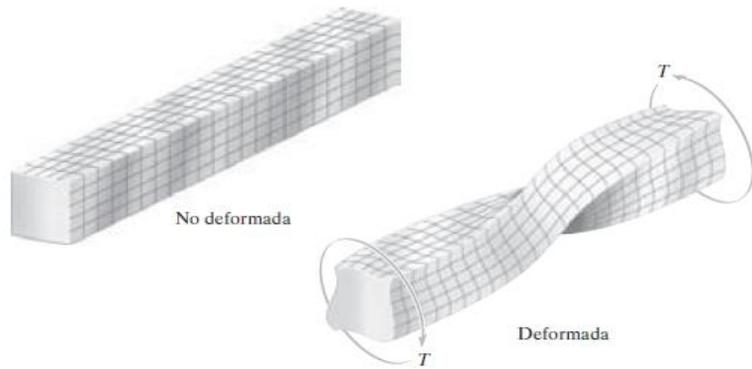


$$\left. \begin{array}{l} a \rightarrow \infty \\ b \rightarrow 0 \end{array} \right\} \frac{a}{b} \rightarrow \infty$$

$$\tau_a = \tau_{max} = \frac{M_T(x)}{\alpha \cdot a \cdot b^2} ; \quad \alpha = f\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$\tau_b = \eta \cdot \tau_a = \eta \cdot \tau_{max} ; \quad \eta = f\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$\phi(x) = \frac{M_T(x)}{\beta \cdot G \cdot a b^3} ; \quad \beta = f\left(\frac{a}{b}\right)$$



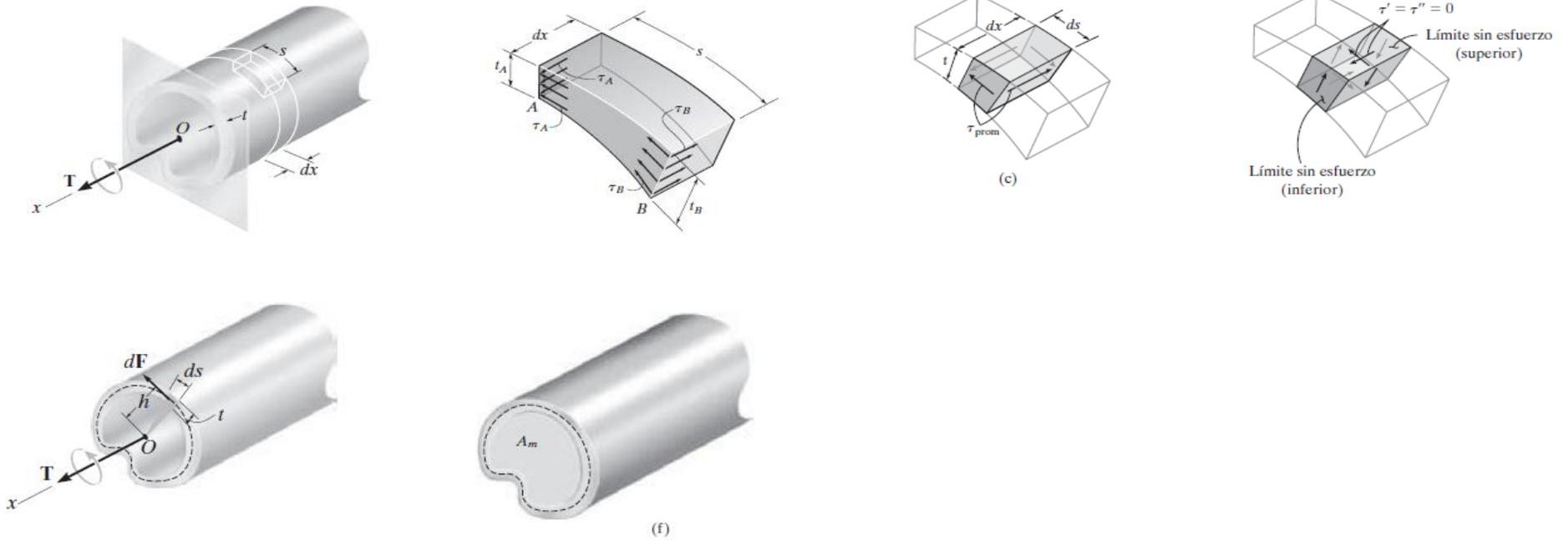


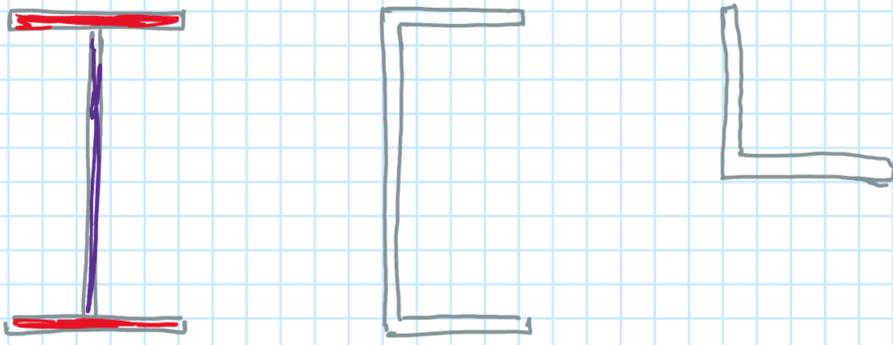
Tabla 2

a/b	1	1.5	1.75	2	2.5	3	4	6	8	10	∞
α	0,208	0,231	0,239	0,246	0,258	0,267	0,282	0,299	0,307	0,313	0,333
β	0,141	0,196	0,214	0,229	0,249	0,263	0,281	0,299	0,307	0,313	0,333
η	1,000	0,859	0,820	0,795	0,766	0,753	0,745	0,743	0,742	0,742	0,742

03.08.03 - APLICACIÓN A PERFILES ABIERTOS:

FIUBA - EIL-84.03-2021-2C - 03.04.CI-ST-01 - ST-02 - 2021-10-26

martes, 26 de octubre de 2021 12:07



$$\frac{a}{b} = \frac{l}{t} \rightarrow \text{do } \sigma \rightarrow \infty$$

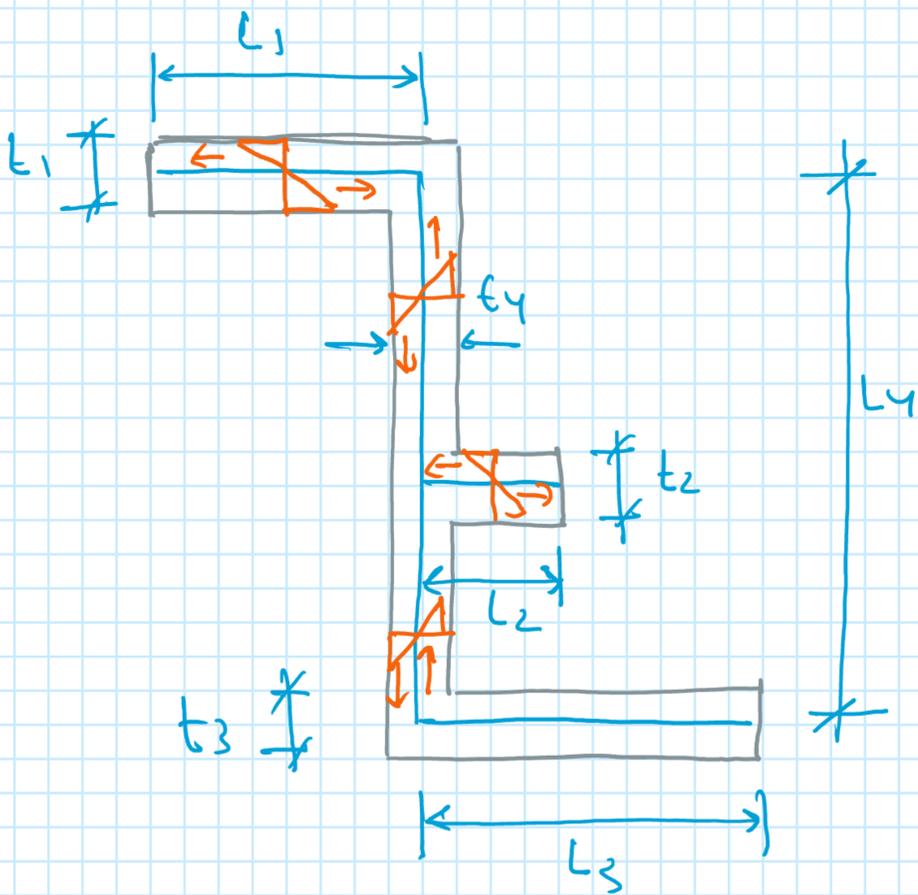
$$\frac{b}{a} = \frac{l}{t} \rightarrow \infty ; \alpha \rightarrow \frac{1}{3}$$

$$\tau = \frac{M_t}{\alpha \cdot a b^2} \cdot \frac{b}{b} = \frac{M_t}{\alpha a b^3}$$

$$\tau_i = \frac{M_t}{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^n l_i t_i^3} t_i$$

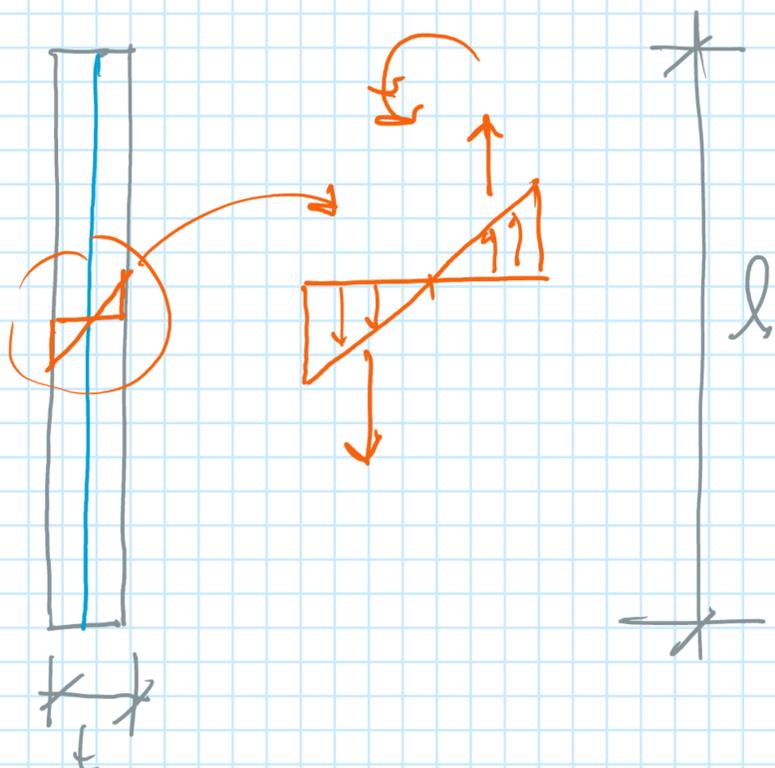
$$\frac{1}{3} \sum_{i=1}^n l_i t_i^3 = I_T = \text{momento de torsión}$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_T}{I_T} \cdot t_{\max}$$



$$I_T = \frac{1}{3} [l_1 t_1^3 + l_2 t_2^3 + l_3 t_3^3 + l_4 t_4^3]$$

$$\phi(x) = \frac{M_T}{G I_T} \cdot x(L)$$



$$\frac{l}{t} \rightarrow \infty$$

TEORÍA

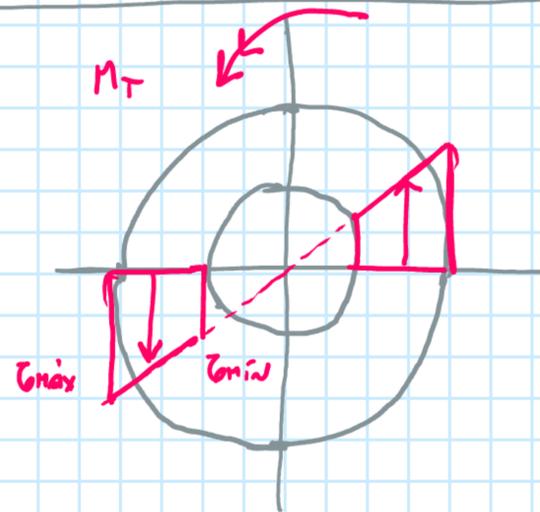
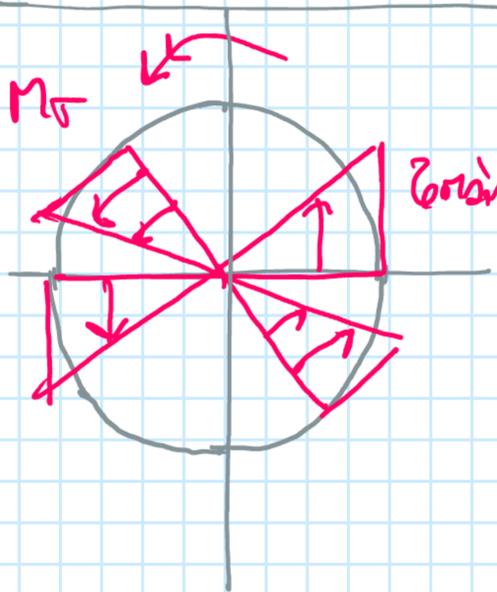
APLICACIÓN

DIAGRAMAS DE TENSIONES

COULOMB

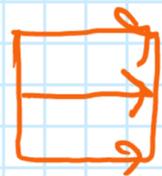
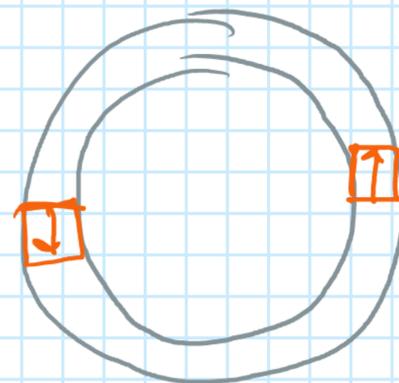
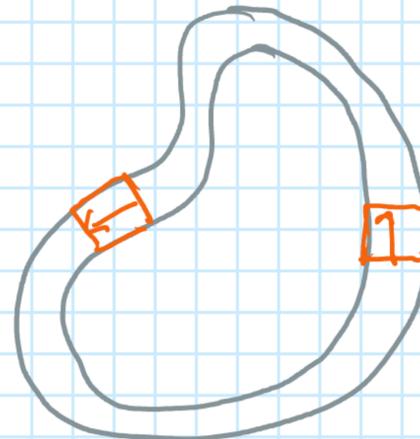
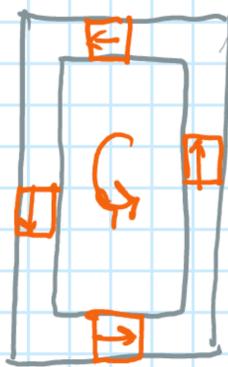
SECCIONES CIRCULARES

- ↳ MACIZAS
- ↳ HUECAS



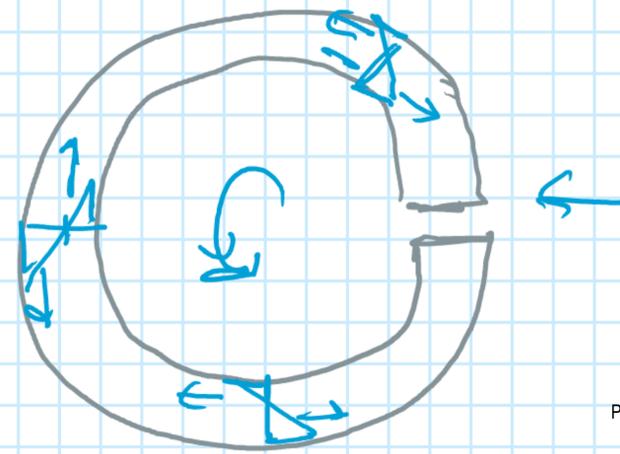
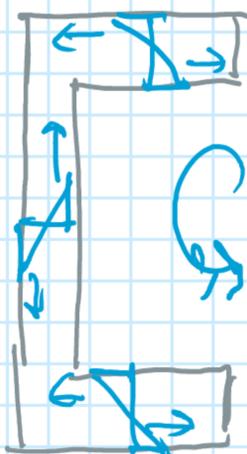
BIAZZI

SECCIONES TUBULARES
SIMPLEMENTE CONEXAS
DE PEQUEÑO
ESPEZOR.



SAINT
VENANT

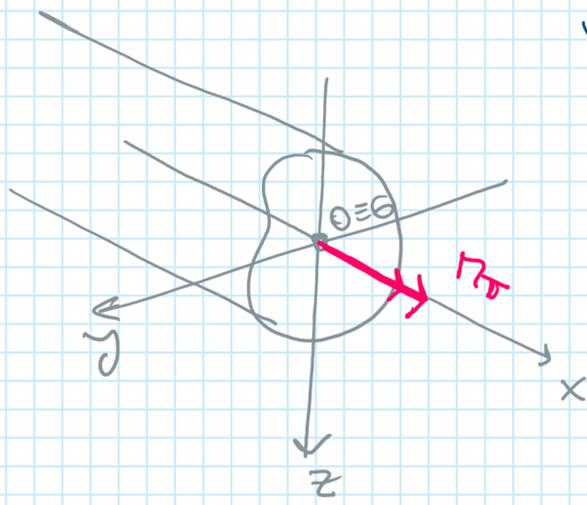
ABERTAS
OTRAS



03.10 - CLASIFICACIÓN DE LA TORSIÓN:

martes, 26 de octubre de 2021 12:29

- TORSIÓN SIMPLE: todas las secciones \rightarrow están sometidas a esfuerzos a tensión. $M_T \neq 0$.
- TORSIÓN PURA: $M_T = 0$



Jámbos $\rightarrow G \equiv C_c$ (centro de corte).

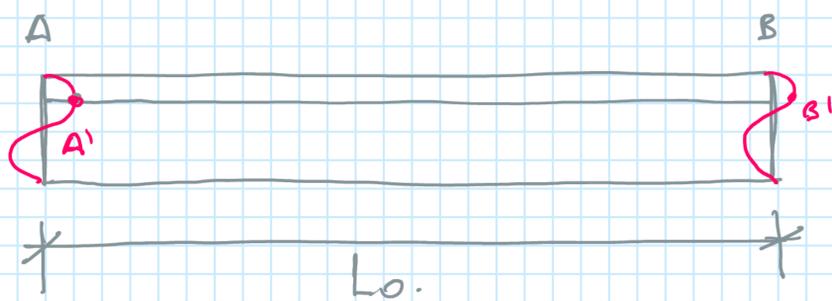
$\rightarrow G \equiv C_c \rightarrow M_T$ real.

$\rightarrow G \neq C_c \rightarrow M_x \rightarrow$ p/ crear una M_{Treal} actuando sobre la sección se someten a tensión o a compresión según en las fibras al C_c .

CLASIFICACIÓN:

- I) TORSIÓN UNIFORME \rightarrow EL ALARGO ROTATIVO ES DESPRECIABLE.
- II) TORSIÓN NO UNIFORME \rightarrow EL ALARGO ROTATIVO NO ES DESPRECIABLE.

ST



$\bar{A}\bar{B} = L_0 =$ fibra.

$\bar{A}'\bar{B}' = L_f$ de la fibra.

$\Delta L = L_f - L_0 \rightarrow$ si el alargamiento es despreciable \rightarrow ambas secciones se alargan lo mismo

TORSIÓN UNIFORME
TU

$$L_f \cong L_0 \rightarrow \Delta L \cong 0$$

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \epsilon \cong 0.$$

\rightarrow si el alargamiento no es despreciable \rightarrow ambas secciones se alargan distinto:

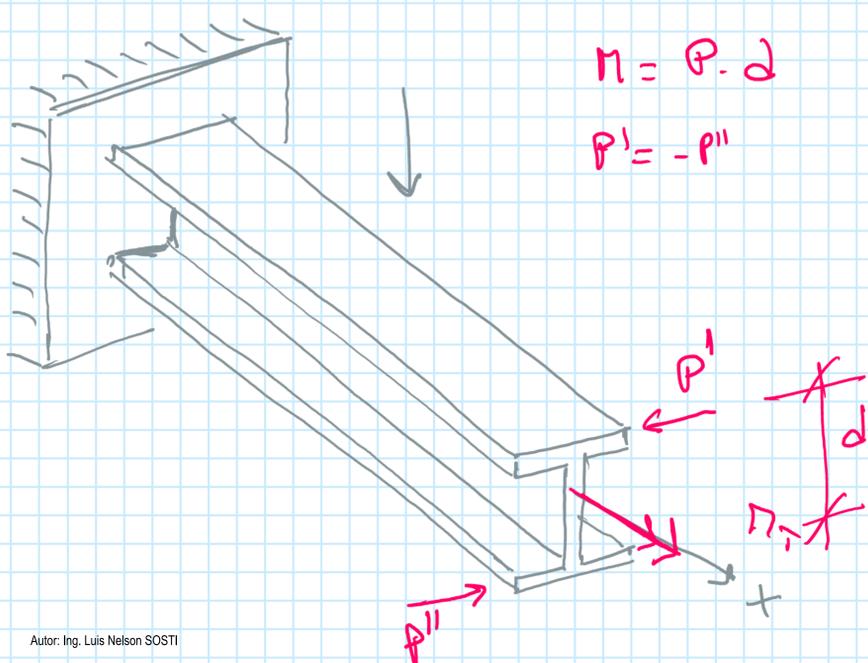
$$L_f \neq L_0 \rightarrow \Delta L \neq 0 \rightarrow \frac{\Delta L}{L_0} = \epsilon \neq 0$$

$$G_x = E \cdot \epsilon$$

TORSIÓN NO UNIFORME
TNU

$$TNU \equiv \underbrace{TU + TNU}_{\text{propio}}$$

ESTRUCTURAS ROTATIVAS.



$$M = P \cdot d$$

$$P' = -P''$$

