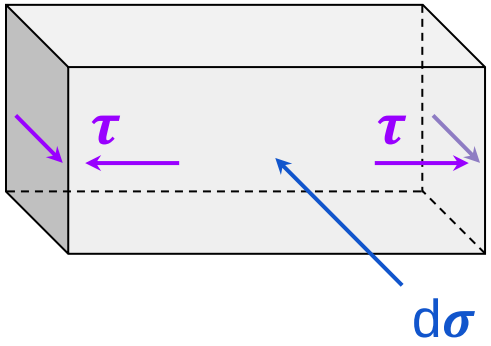
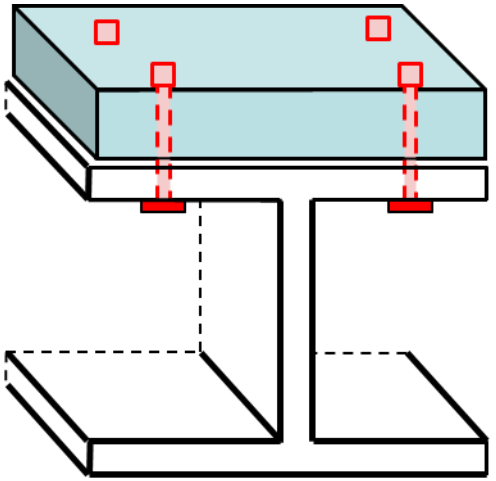
Solicitación por Corte (Flexión Variable)



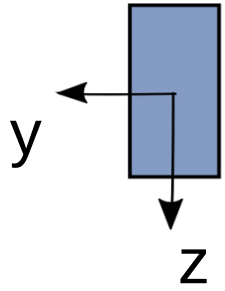


Constanza Ruffinelli – Tania Poletilo – Manuela Medina – Bautista Chesta

Universidad de Buenos Aires Estabilidad II flopez@fi.uba.ar / aterlisky@fi.uba.ar

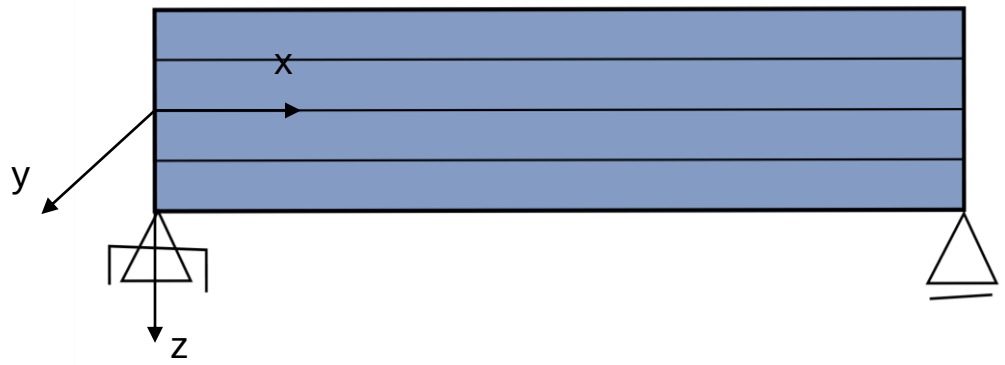
Repaso teórico

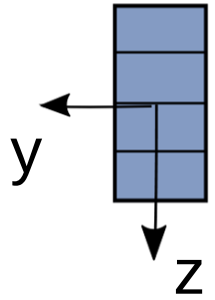
1.

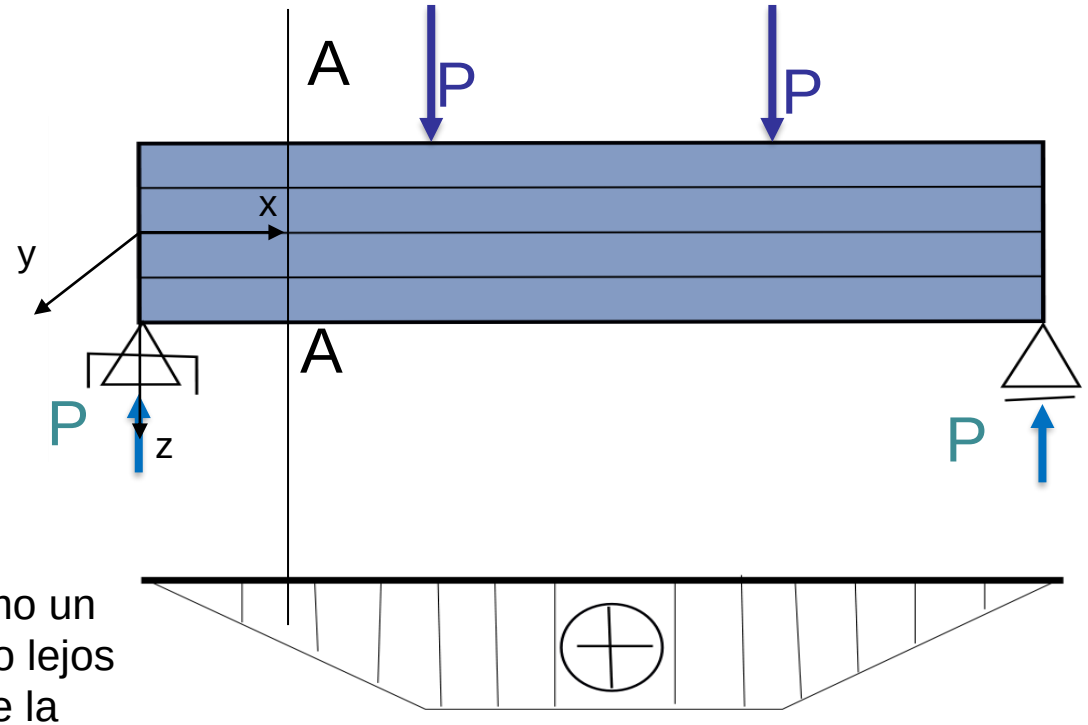


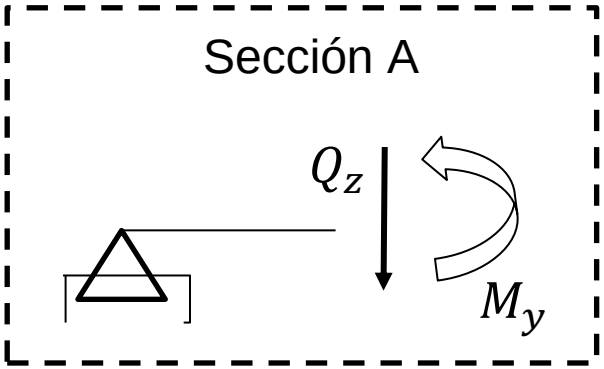
El Jy de la sección total es mucho más grande que 4 veces el Jy de las partes!

2.









Tomo un punto lejos de la discontinuidad

$$M_{y\,max} = \frac{P.L}{3}$$

Si estas 4 tablas están unidas, trabajan como única sección

⇨ Analicemos la fuerza que aparece en estas uniones entre tablas

Fig.1

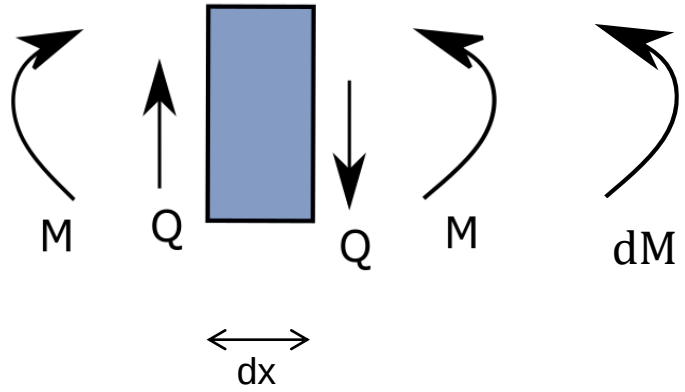
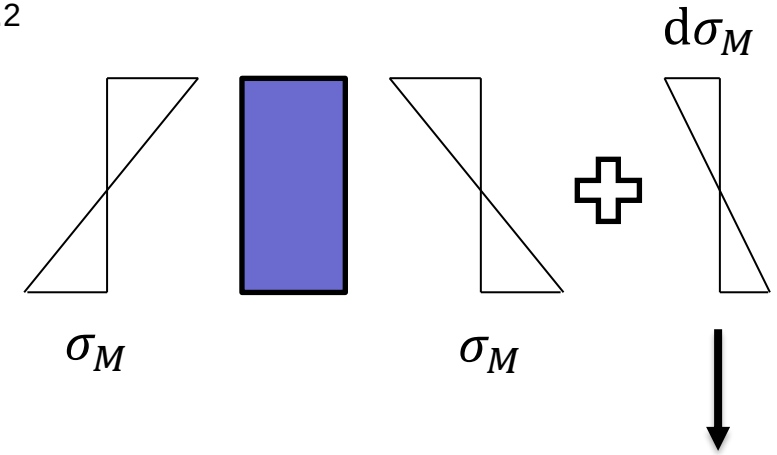


Fig.2



El τ es el que equilibra

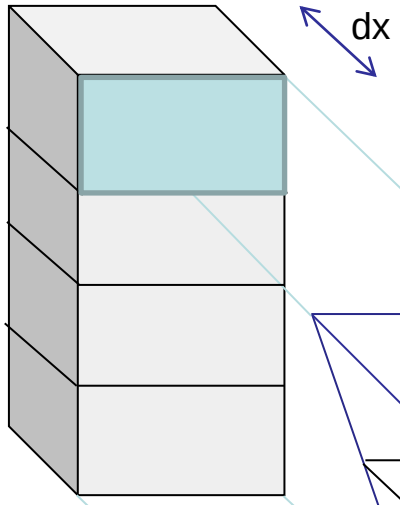
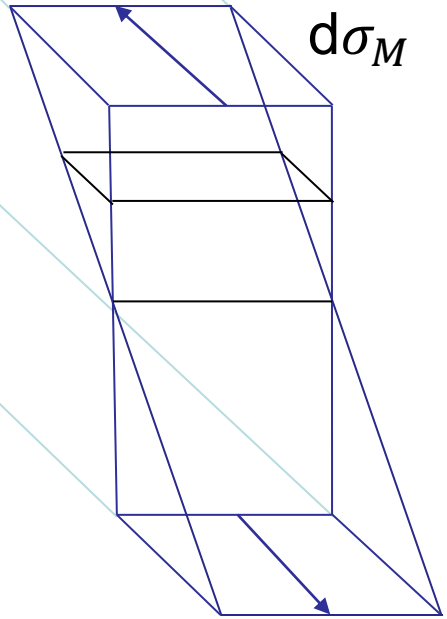
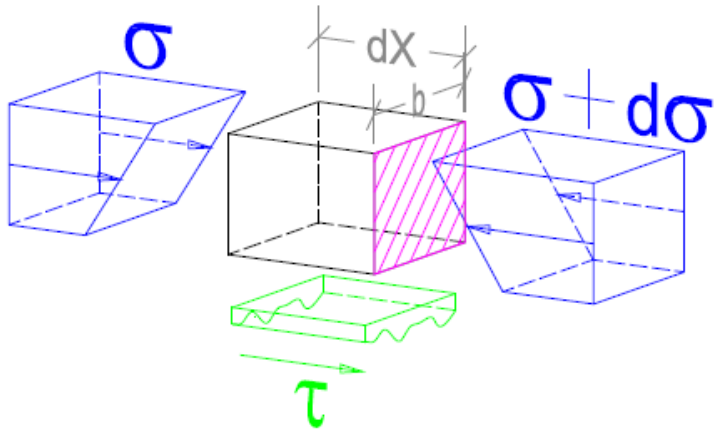
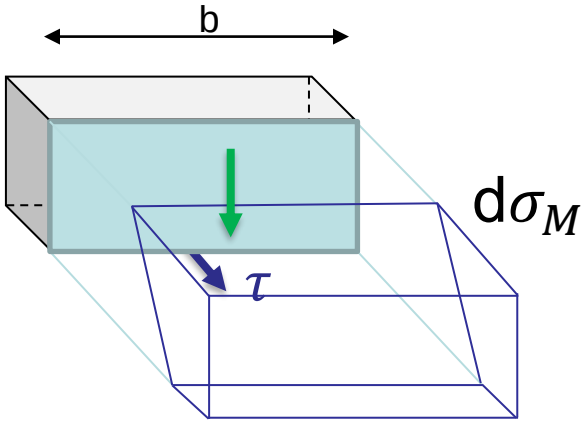


Fig.3 : Vista en 3D de la Fig.2







Aparece una tensión tangencial τ en la cara de abajo para equilibrar la compresión $d\sigma_M$.

Lo calculo con Jouravski

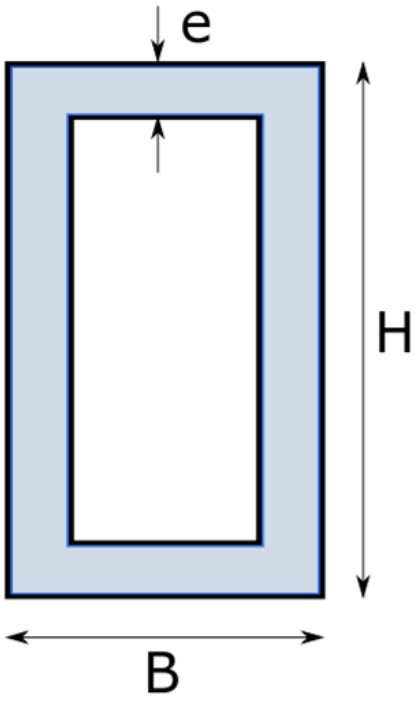
(Zhuravski, Žuravskij Jourawski, Журáвский) (/ʒwravski/)

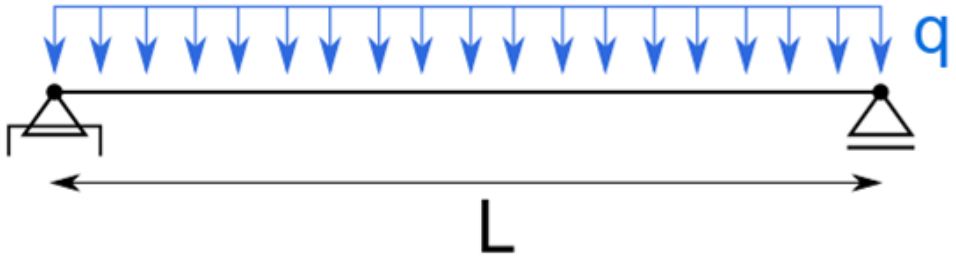
$$\tau = \frac{Q \cdot S^*}{J \cdot b}$$

Por Cauchy lo llevo a la sección celeste

Es importante recordar que si τ concurre a la arista entonces τ también, y ambos tienen el mismo módulo

Ejercicio 1: Realizar el diagrama y flujo de tensiones con sus valores, en la sección más solicitada.





Datos:

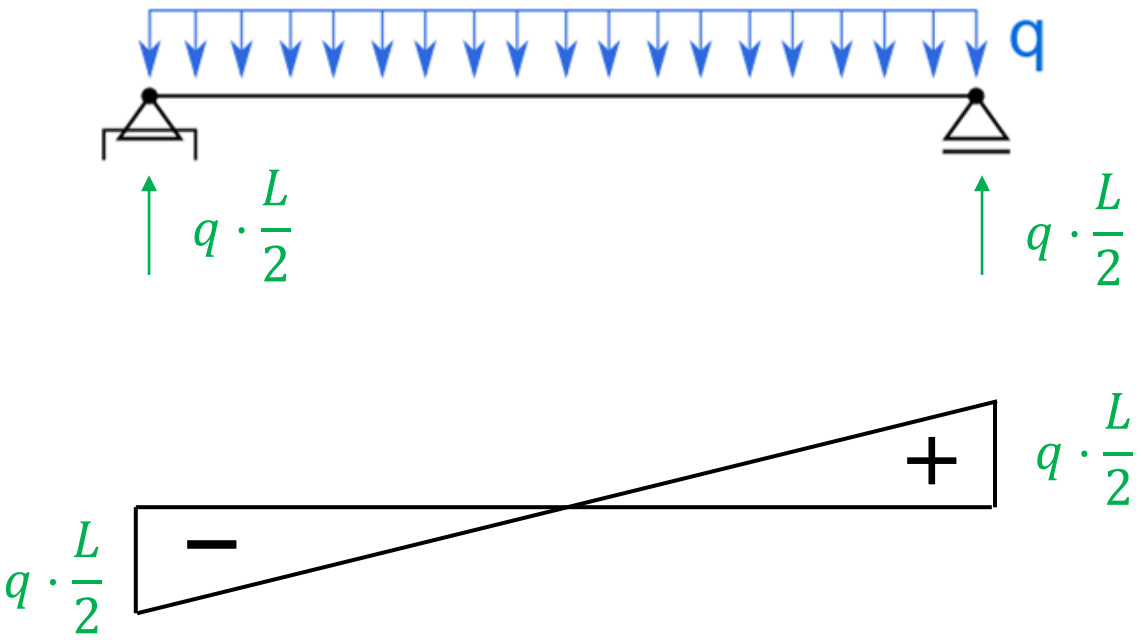
$e = 1\ cm$ $\quad L = 10\ m$

$H = 10\ cm$ $\quad q = 10\ kN/m$

$B = 5\ cm$

Resolución:

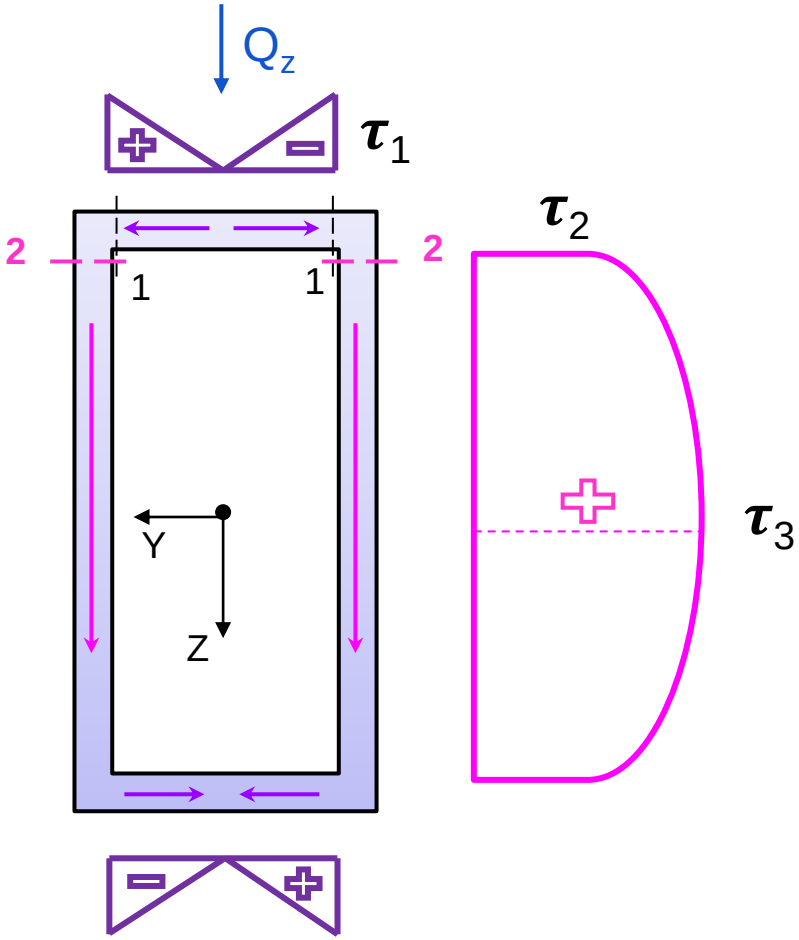
Diagrama de características



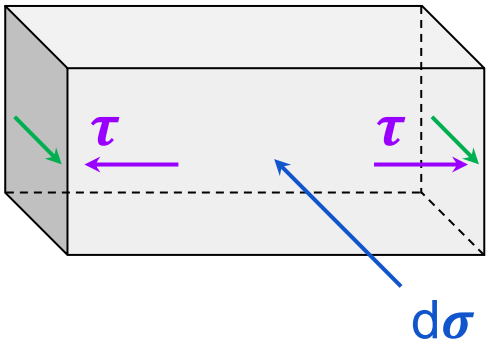
Sección más solicitada

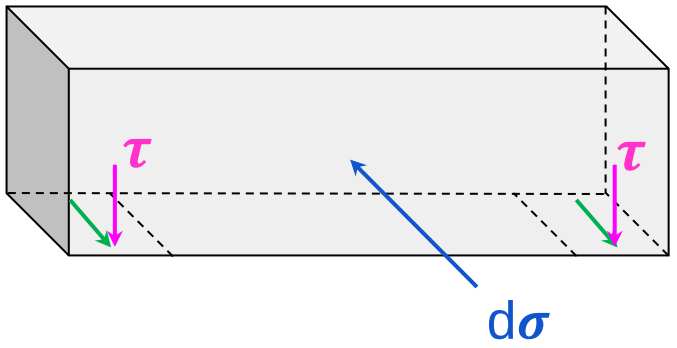
$$Q_z = q \cdot \frac{L}{2} = 50\ kN$$

En primer lugar trazamos cualitativamente el flujo de tensiones y los diagramas de tensiones

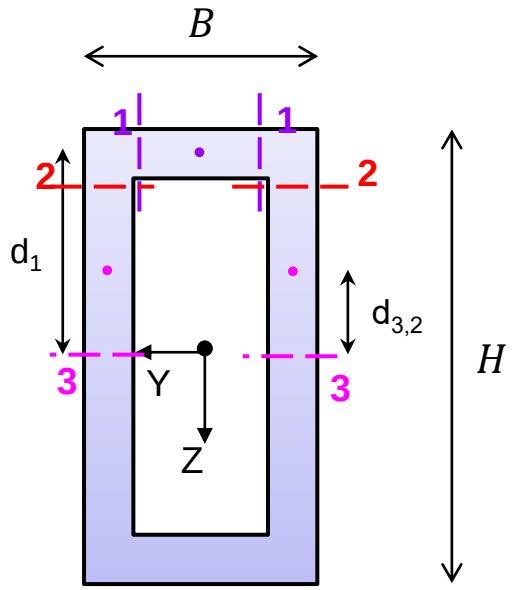


Si cortamos en la sección 1-1 podemos analizar cómo será el flujo de tensiones





Calculamos τ_1, τ_2 y τ_3



$$\tau = \frac{Q_z \cdot S^*}{J_y \cdot b}$$

$$J_y = \frac{B \cdot H^3}{12} - \frac{(B-2e)\cdot(H-2e)^3}{12} = 288\ cm^4$$

$$S^* = A \cdot d$$

Momentos estáticos

1-1

$$A_1 = (B-2e)\cdot e = 3\ cm^2$$

$$d_1 = \frac{H}{2} - \frac{e}{2} = 4{,}5\ cm$$

$$S_1 = A_1 \cdot d_1 = 13{,}5\ cm^3$$

2-2

$$A_2 = B \cdot e = 5\ cm^2$$

$$d_2 = \frac{H}{2} - \frac{e}{2} = 4{,}5\ cm$$

$$S_2 = A_2 \cdot d_2 = 22{,}5\ cm^3$$

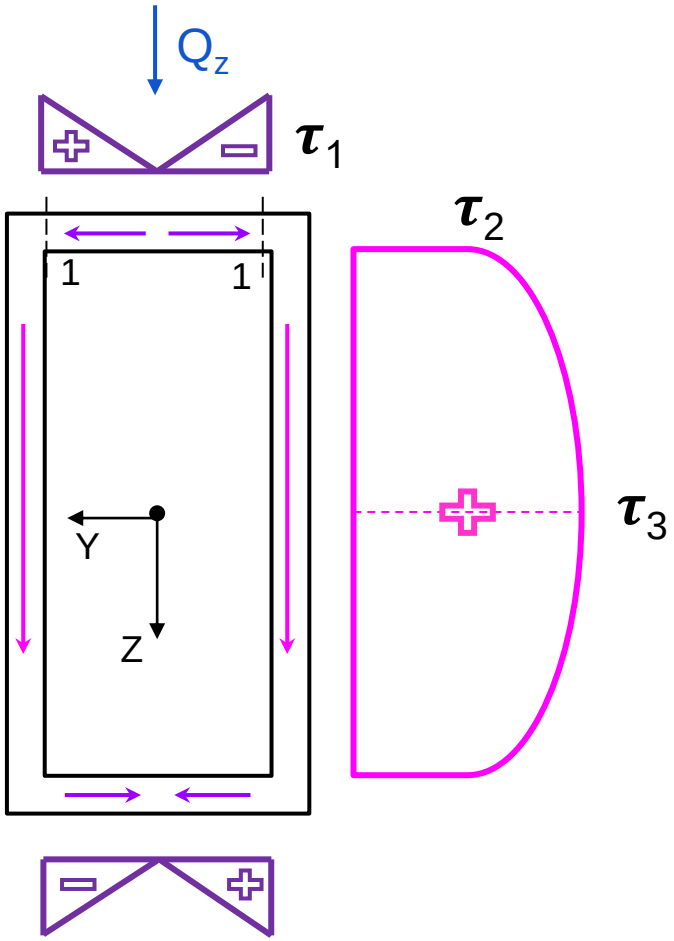
3-3

$$A_{3,2} = \left(\frac{H}{2} - e\right)\cdot e = 4\ cm^2$$

$$d_{3,2} = \frac{\frac{H}{2} - e}{2} = 2\ cm$$

$$S_3 = S_2 + 2 \cdot A_{3,2} \cdot d_{3,2} = 38{,}5\ cm^3$$

Tensiones tangenciales



$$\tau_1 = \frac{Q \cdot S_1}{J_y \cdot b} = \frac{50\ kN \cdot 13{,}5\ cm^3}{288\ cm^4 \cdot 2\ cm} \qquad b = 2\ e = 2\ cm$$

$$\tau_1 = 1{,}17\ \frac{kN}{cm^2}$$

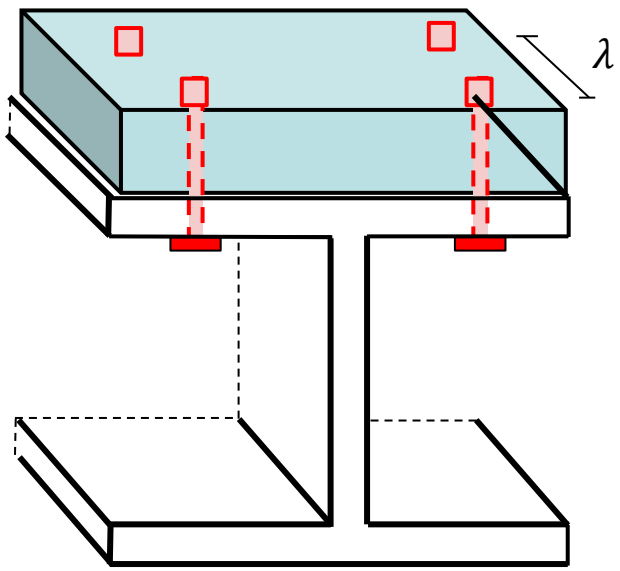
$$\tau_2 = \frac{Q \cdot S_2}{J_y \cdot b} = \frac{50\ kN \cdot 22{,}5\ cm^3}{288\ cm^4 \cdot 2\ cm} \qquad b = 2\ e = 2\ cm$$

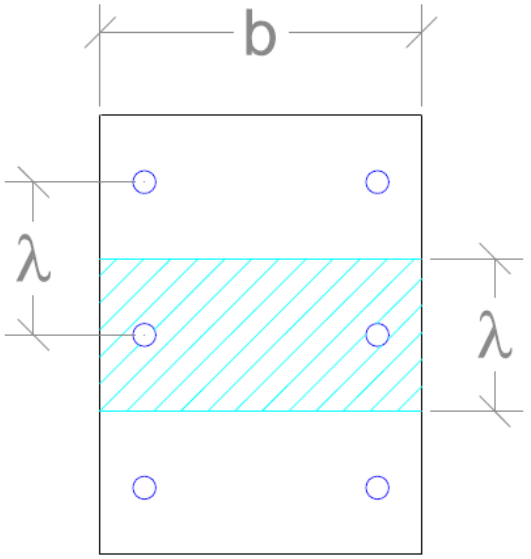
$$\tau_2 = 1{,}95\ \frac{kN}{cm^2}$$

$$\tau_3 = \frac{Q \cdot S_3}{J_y \cdot b} = \frac{50\ kN \cdot 38{,}5\ cm^3}{288\ cm^4 \cdot 2\ cm} \qquad b = 2\ e = 2\ cm$$

$$\tau_3 = 3{,}33\ \frac{kN}{cm^2}$$

Uniones y bulones





F_s: Fuerza que solicita a la unión $[Fuerza]$

S: de la sección que resbala $[Longitud\text{^}3]$

J: de toda la sección $[Longitud\text{^}4]$

λ: Separación entre bulones $[Longitud]$

$$F_s = \frac{Q \cdot S}{J} \cdot \lambda \qquad F_s = q \cdot \lambda$$

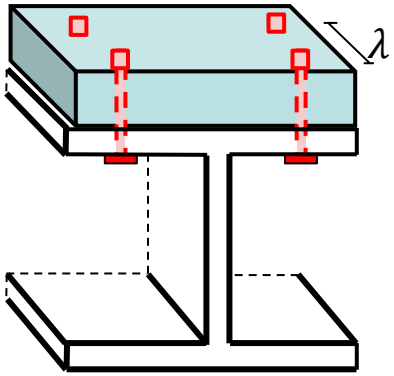
$$q = \frac{Q \cdot S}{J} = \int \tau \, db$$

q: Flujo de corte $[\frac{Fuerza}{Longitud}]$

Uniones y bulones

$$F_s = \frac{Q \cdot S}{J} \cdot \lambda$$

$$F_R = \tau_{adm} \cdot A_b \cdot \eta = \tau_{adm} \cdot \frac{\pi \cdot D_b^2}{4} \cdot \eta$$



F_R: Fuerza que resiste la unión $[Fuerza]$

τ_{adm}: τ_{adm} del bulón $[Fuerza/Longitud\text{^}2]$

A_b: Área del bulón $[Longitud\text{^}2]$

$\boldsymbol{\eta}$: Planos de corte $[-]$

D_b : Diámetro Bulón $[Longitud]$

$$F_S \leq F_R$$

$$\frac{Q \cdot S}{J} \cdot \lambda \leq \tau_{adm} \cdot \frac{\pi \cdot D_b^2}{4} \cdot \eta$$

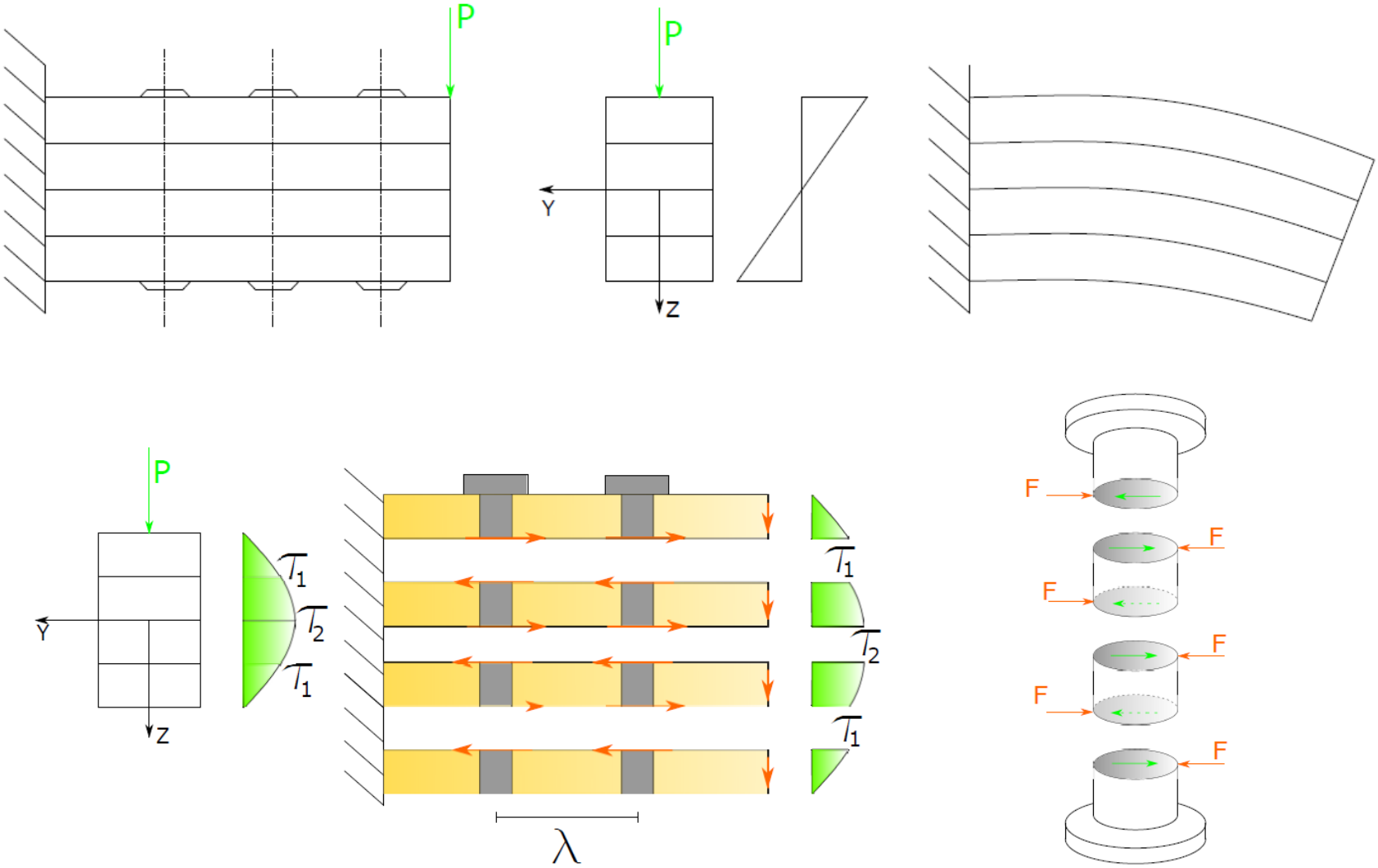
$$\frac{4 \cdot Q \cdot S}{\pi \cdot \eta \cdot J \cdot \tau_{adm}} \cdot \lambda \leq D_b^2$$

Por lo general λ se define como una cantidad de diámetros de bulón.

Por ejemplo: $\lambda \approx 15 D_b$

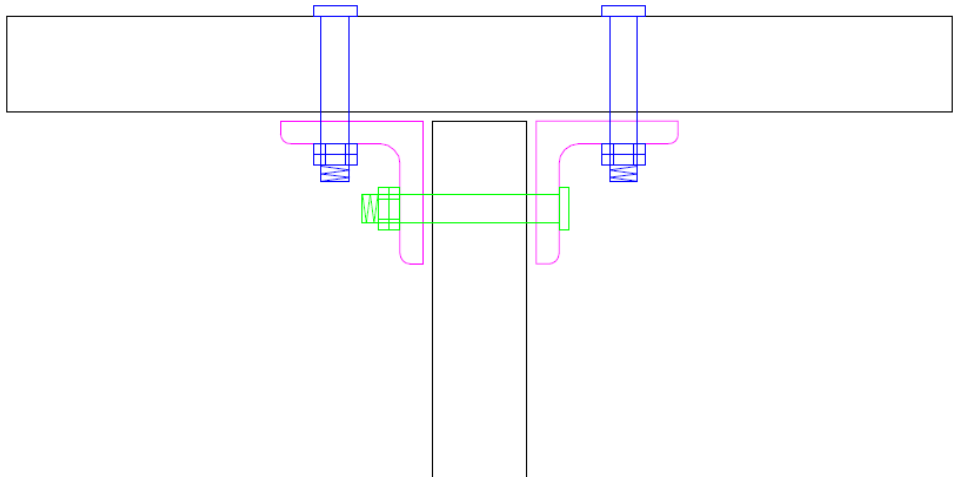
$$\boxed{\frac{4 \cdot Q \cdot S}{\pi \cdot \eta \cdot J \cdot \tau_{adm}} \cdot 15 \leq D_b}$$

Uniones y bulones



Uniones y bulones - Planos de corte

$$\frac{Q \cdot S}{J} \cdot \lambda \leq \tau_{adm} \cdot A_b \cdot \eta$$

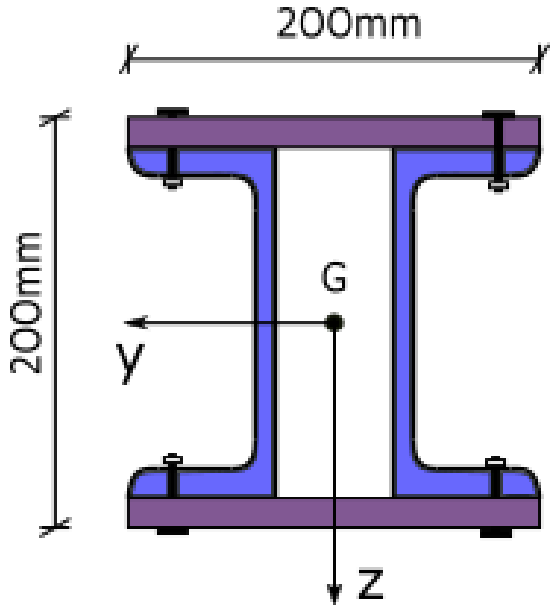


¿Cómo calculamos los bulones azules? ¿Cómo calculo el S y cuanto vale η?

¿Cómo calculamos el bulón verde? ¿Cómo calculo el S y cuanto vale η?

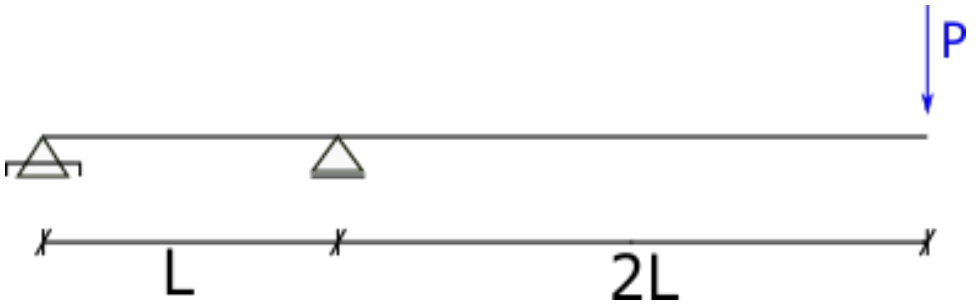
Ejercicio 2:

1. Determinar el diámetro de los bulones (ϕ) para una separación de bulones de $\lambda = 10\ \phi$
2. Realizar esquemáticamente el diagrama de tensiones y flujo de tensiones tangenciales (sin valores)
3. Calcular la máxima tensión tangencial y aclarar a qué punto corresponde



Platabandas espesor: 10mm

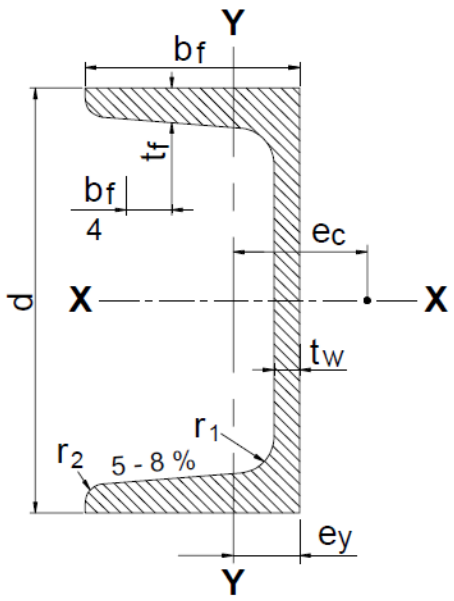
UPN 180



$\tau_{adm} = 100\ MPa$ $P = 10\ kN$ $L = 5m$

ϕ [mm]	1.8	2.0	2.2	2.4	2.7	3.0	3.4	4.1	4.5
Calibre	12	13	14	15	16	17	18	19	20

UPN 180



$d = 180\ mm$

$b_f = 70\ mm$

$t_f = 11\ mm$

$t_w = 8\ mm$

$e_y = 1{,}92\ mm$

$e_c = 3{,}75\ mm$

$A = 28\ cm^2$

$J_x = 1350\ cm^4$

$J_y = 114\ cm^4$

$J_t = 8{,}91\ cm^4$

$S_{Mx} = 89{,}6\ cm^3$

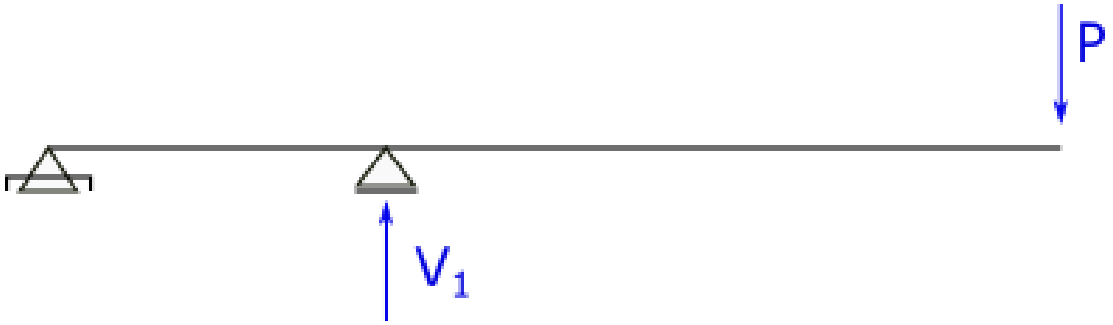
$S_{My} = 24{,}04\ cm^3$

S_M: Momento estático de media sección

Aclaración: En la tabla CIRSOC aparece como “Q”

¿Que resuelvo primero? ¿Por qué?

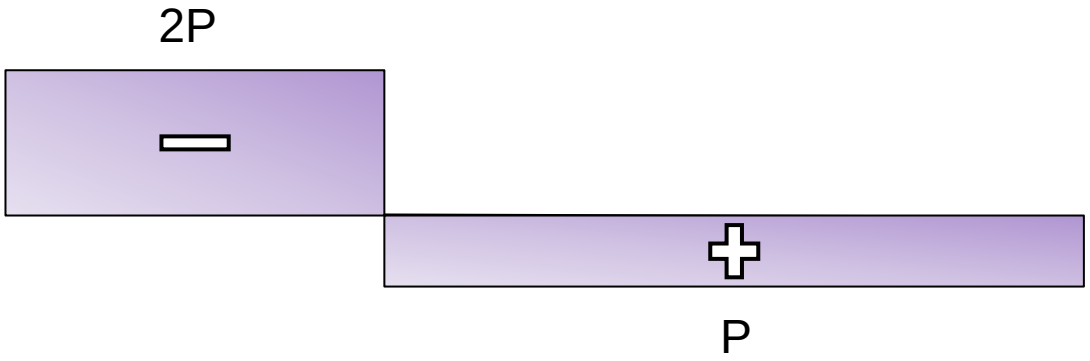
Diagramas de características ----→ ¿Cuales necesito calcular?



Calculo momentos desde el apoyo fijo

$$V_1 \cdot L - 3L \cdot P = 0$$

$$V_1 = 3P$$



Q_Z

Sección más solicitada ⟹ $Q_z = -2P$

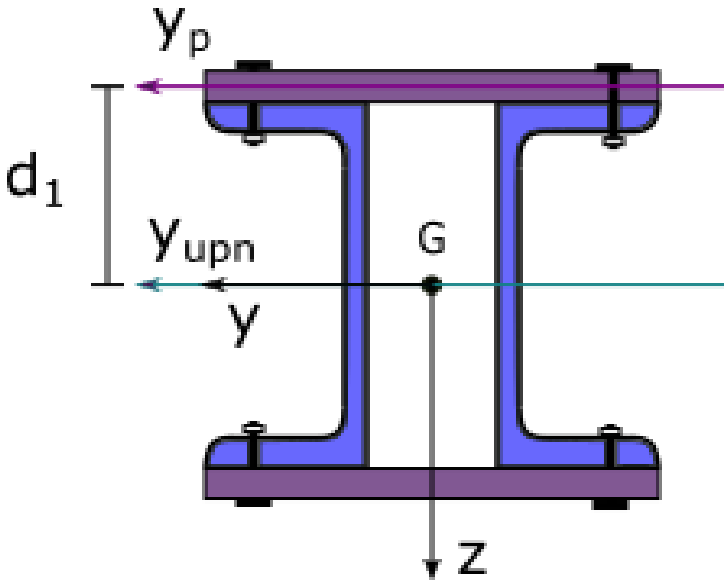
Fórmula de Jouravski-Colignon

$$\tau = \frac{Q \cdot S}{J_{EN} \cdot b}$$

Como el Q es en “z”, el eje neutro es el “y”

$$\tau = \frac{Q_z \cdot S^*}{J_y \cdot b}$$

Por lo tanto, de las características de la sección compuesta sólo debo calcular el J_y



Como el eje principal “y” del UPN y de la sección compuesta es el mismo no hay que utilizar para éste el teorema de Steiner (no confundir con la distancia a “z”)

$$J_y = 2 \cdot \left(J_{y,p} + A_p \cdot {d_1}^2\right) + 2 \cdot J_{y,UPN}$$

$$J_{y,p} = \frac{e^3 \cdot l}{12} \qquad A_p = e \cdot l \qquad d_1 = \frac{d}{2} + \frac{e}{2}$$

$$J_y = 2 \cdot \left[\frac{(10mm)^3 \cdot 200mm}{12} + 10mm \cdot 200mm \cdot \left(\frac{180mm}{2} + \frac{10mm}{2}\right)^2\right] + 2 \cdot 1350cm^4 \Rightarrow J_y = 6313{,}33cm^4$$

Dimensionamiento de los bulones

Los bulones deben evitar el resbalamiento entre la platabanda y los perfiles. La fuerza solicitante producida por el corte debe ser menor a la fuerza que resisten los bulones

$$F_R > F_S$$

$$\tau_{adm} \cdot A_b \cdot \eta > \frac{Q \cdot S}{J} \cdot \lambda$$

¡Observación!

Trabajaremos en módulo

Valores ya determinados:

$$Q_z = 2P = 20\ kN$$

$$\lambda = 10\ \emptyset$$

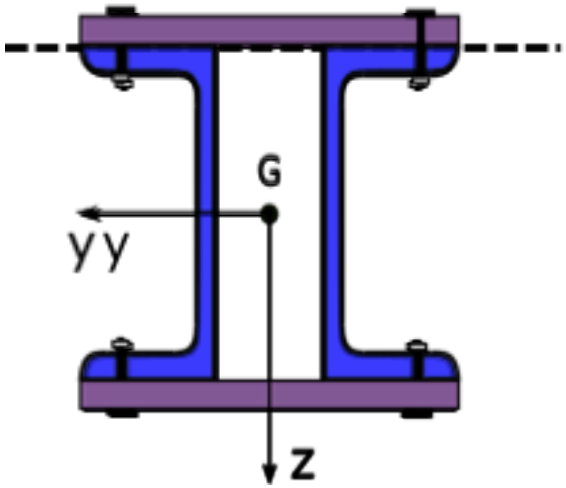
$$J_y = 6313{,}33\ cm^4$$

$$\tau_{adm} = 100\ MPa = 10\ \mathrm{kN}/cm^2$$

$$A_b = \frac{\pi \cdot \phi^2}{4}$$

⇒ Falta determinar S y η

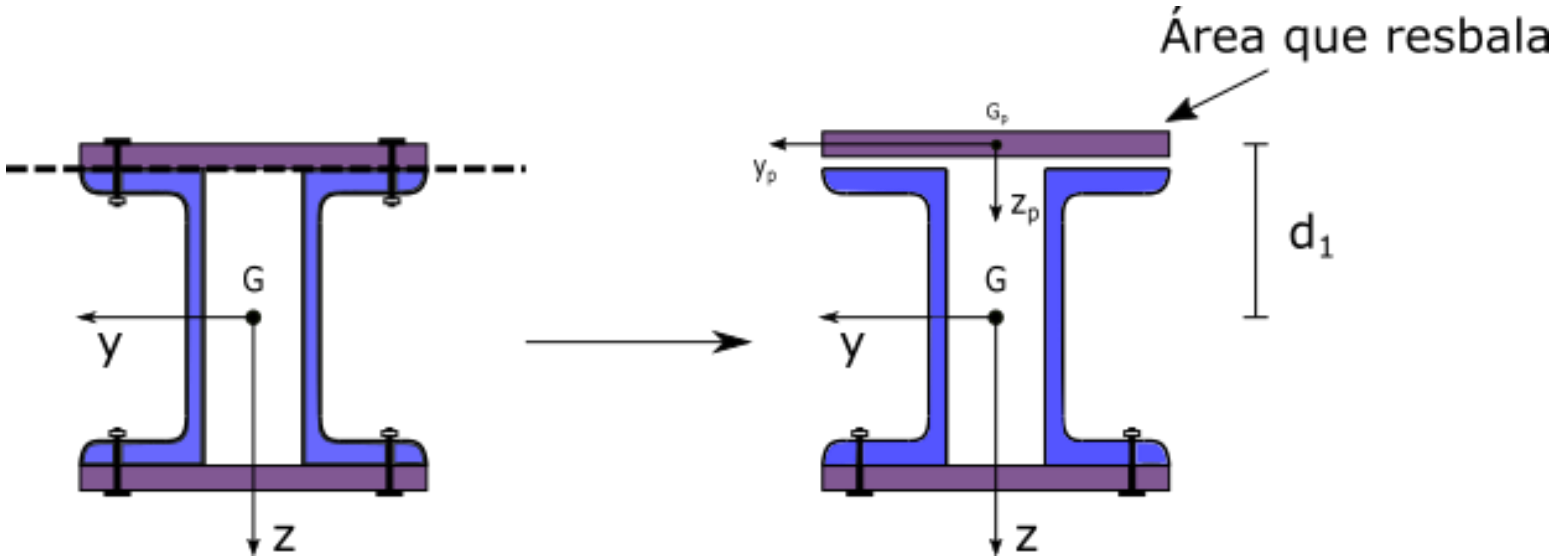
η



Son dos bulones, cada uno actuando una vez:

$$\eta = 2$$

S



$$S = A_p . d_1 = 10mm . 200mm . \left(\frac{180mm}{2} + \frac{10mm}{2}\right) = 190cm^3$$

$$\tau_{adm} \cdot A_b \cdot \eta > \frac{Q \cdot S}{J} \cdot \lambda$$

$$A_b > \frac{Q \cdot S}{J \cdot \tau_{adm} \cdot \eta} \cdot 10 \cdot \phi$$

$$\frac{\frac{\pi \cdot \phi^2}{4}}{\phi} > \frac{Q \cdot S}{J \cdot \tau_{adm} \cdot \eta} \cdot 10$$

Para el caso límite ⇒ $\phi_{lím} = \frac{Q \cdot S}{J \cdot \tau_{adm} \cdot \eta} \cdot \frac{10 \cdot 4}{\pi} = \frac{20\ kN \cdot 190\ cm^3 \cdot 40}{6313{,}33\ cm^4 \cdot 10 \frac{kN}{cm^2} \cdot 2 \cdot \pi}$

$\phi_{lím} = 3{,}832\ mm$ → Diámetros comerciales → $\phi = 3{,}4\ mm$

¿Cual elijo?

$\phi = 4{,}1\ mm$

Propuestas de diagramas de tensiones:

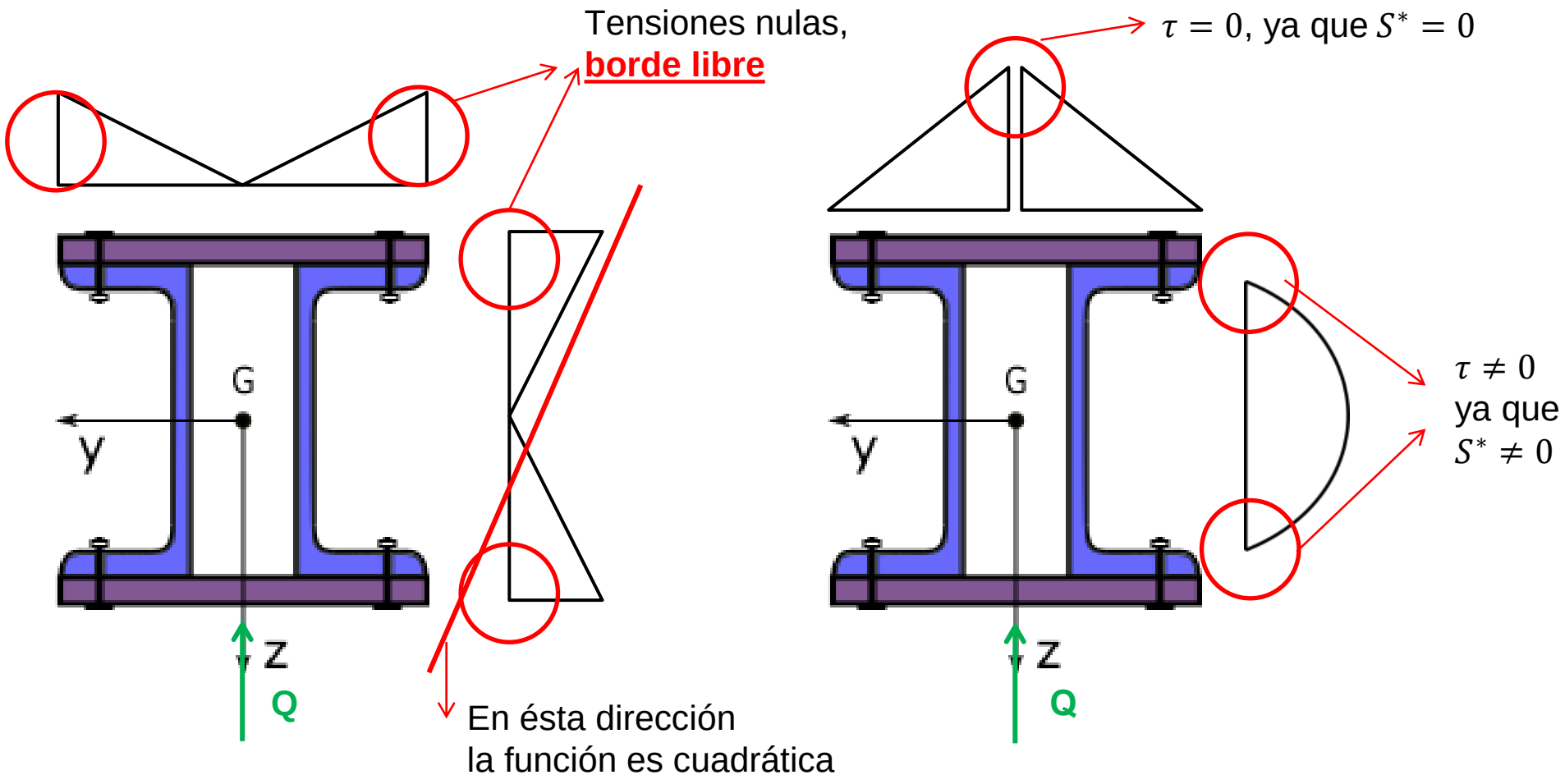
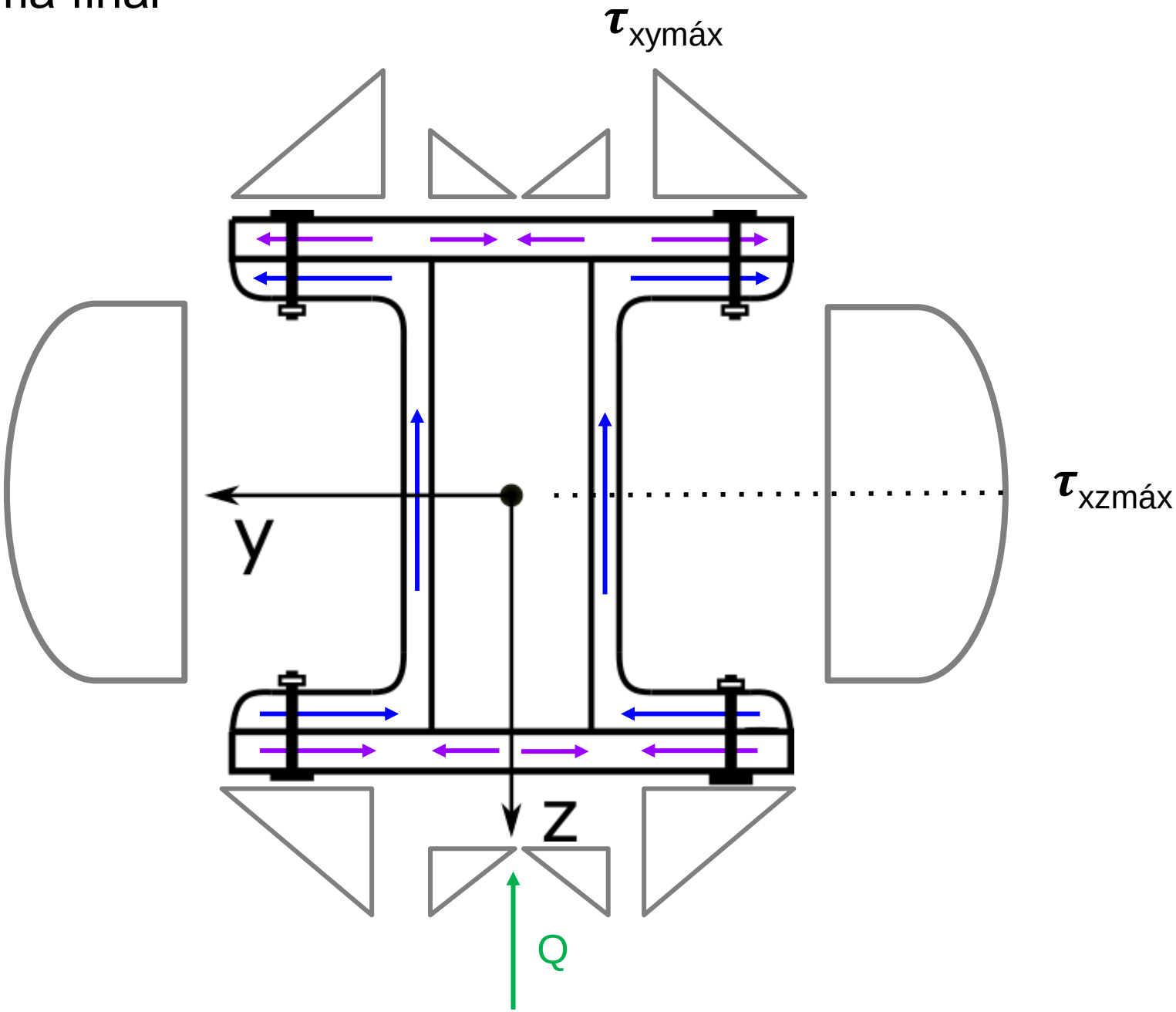


Diagrama final



Cálculo de la máxima tensión tangencial

Calculo los valores máximos $\tau_{xymáx}$ y $\tau_{xzmáx}$, y veo cuál es mayor

$$S_{xy} = (t_f + e) \cdot (b_f - t_w) \cdot \left(\frac{d}{2} + e - \frac{t_f + e}{2}\right) = 116{,}53\ cm^3$$

$$\tau_{xy} = \frac{Q \cdot S_{xy}}{J_y \cdot (t_f + e)} = 0{,}176\,\frac{kN}{cm^2}$$

$$S_{xz} = e \cdot l \cdot \left(\frac{d}{2} + \frac{e}{2}\right) + 2 \cdot S_{M,y} = 369{,}2 cm^3$$

$$\tau_{xz} = \frac{Q \cdot S_{xz}}{J_y \cdot 2 \cdot t_w} = 0{,}731\,\frac{kN}{cm^2}$$

$$\boxed{\tau_{máx} = 0{,}731\,\frac{kN}{cm^2}}$$

¡Observación!

En general, la tensión máxima se encuentra en concordancia con el eje neutro, ya que en éste punto se maximiza el momento estático.
Igualmente se recomienda verificar ambos