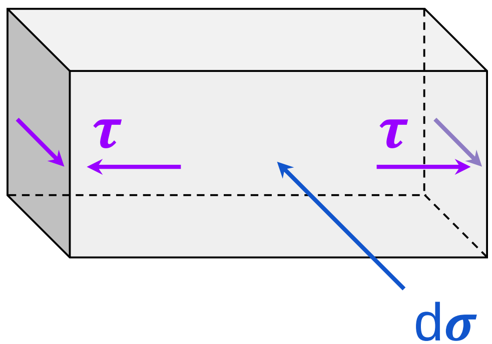
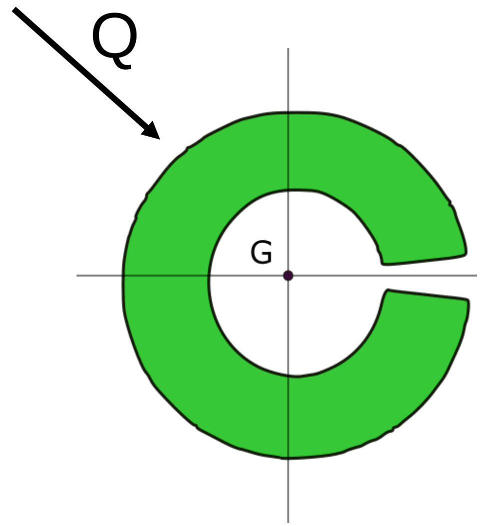
Solicitación por Corte (Flexión Variable)

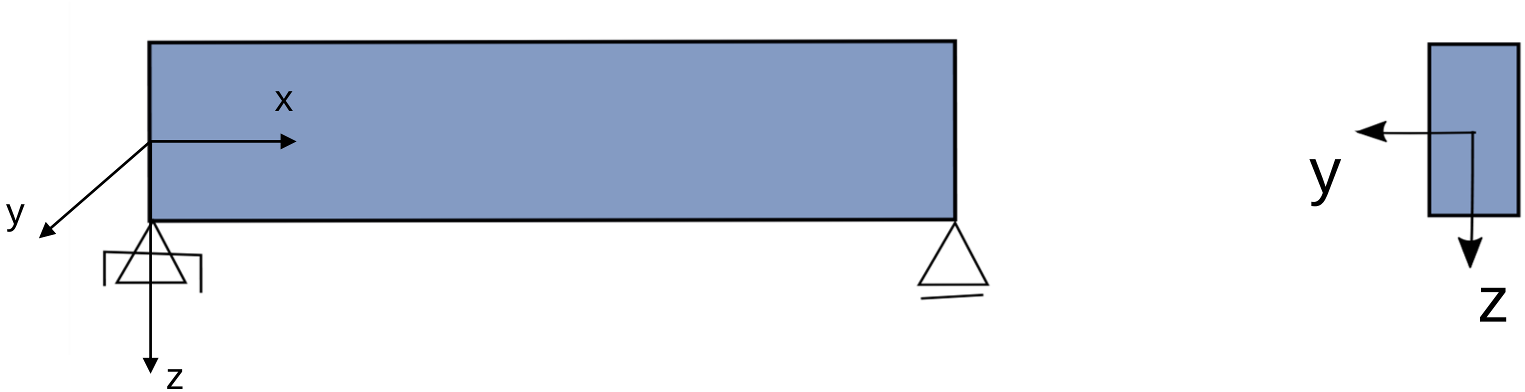




Constanza Ruffinelli – Tania Poletilo – Manuela Medina – Bautista Chesta

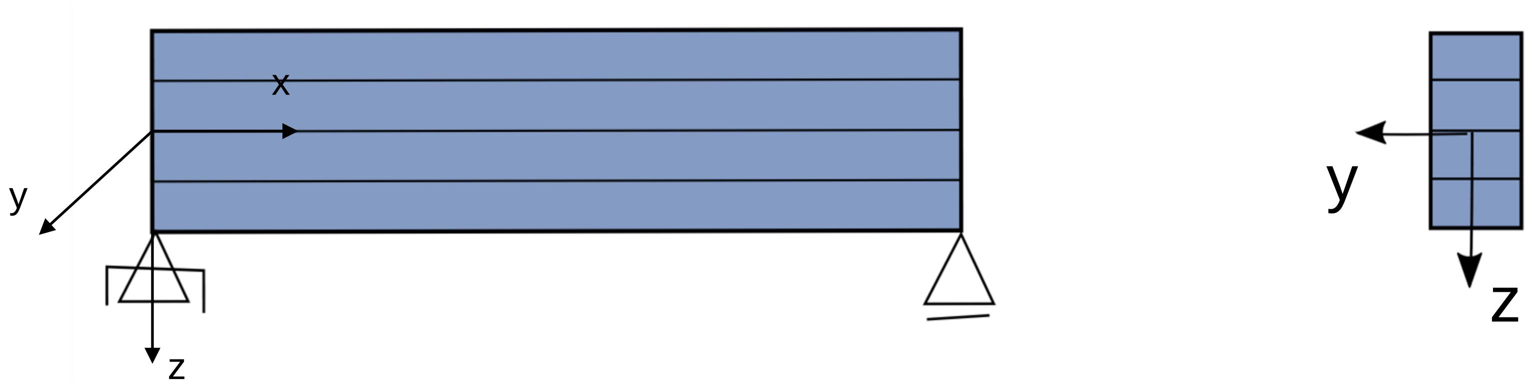
Repaso teórico

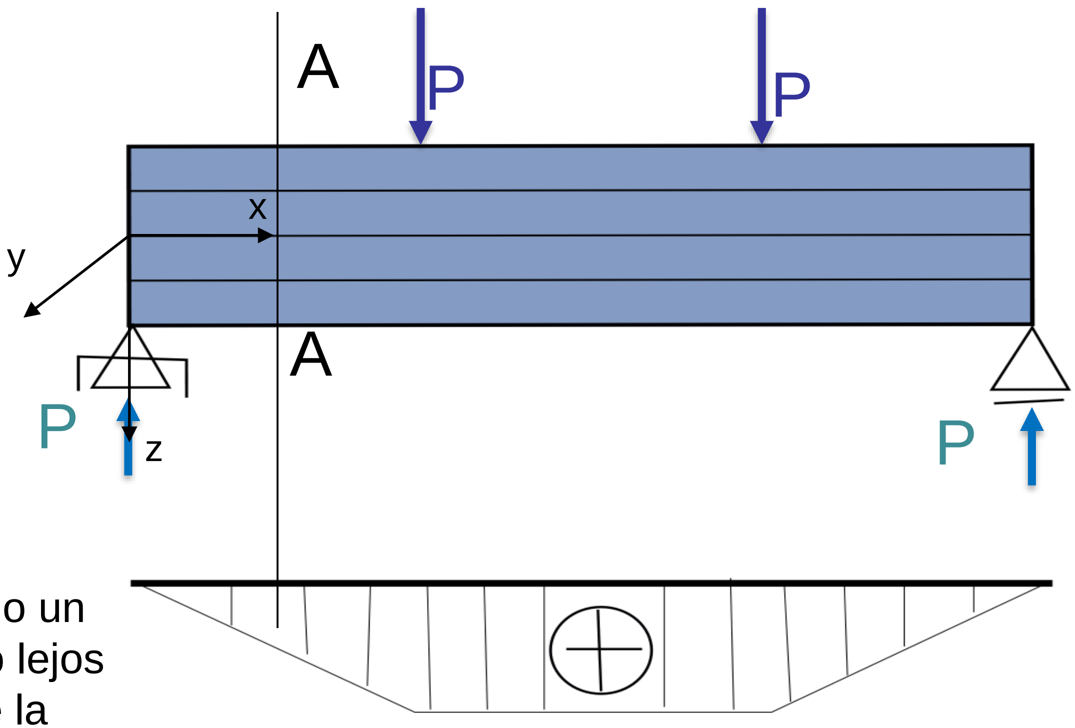
1.

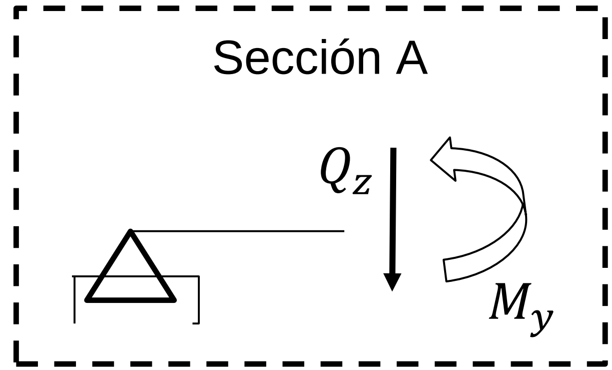


El Jy de la sección total es mucho más grande que 4 veces el Jy de las partes!

2.







Tomo un punto lejos de la discontinuidad

$$M_{y\,max} = \frac{P.L}{3}$$

Si estas 4 tablas están unidas, trabajan como única sección

Analicemos la fuerza que aparece en estas uniones entre tablas

Fig.1

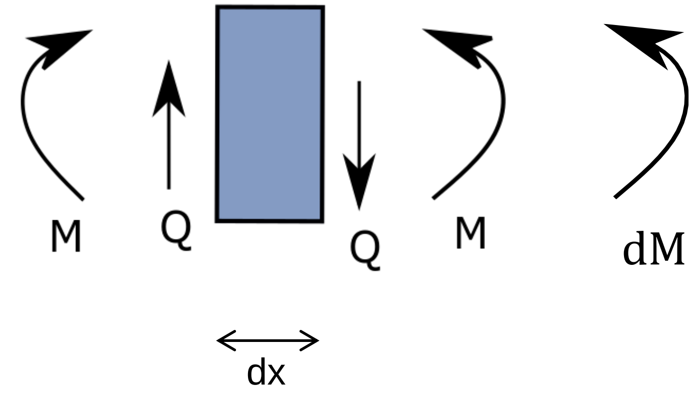
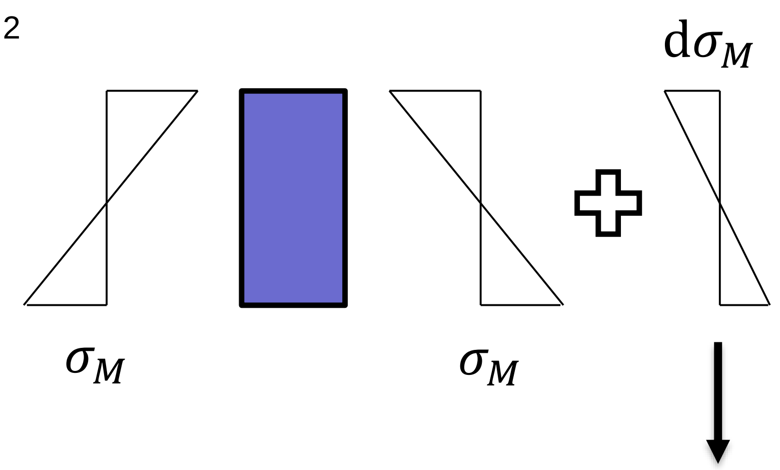


Fig.2



El τ es el que equilibra

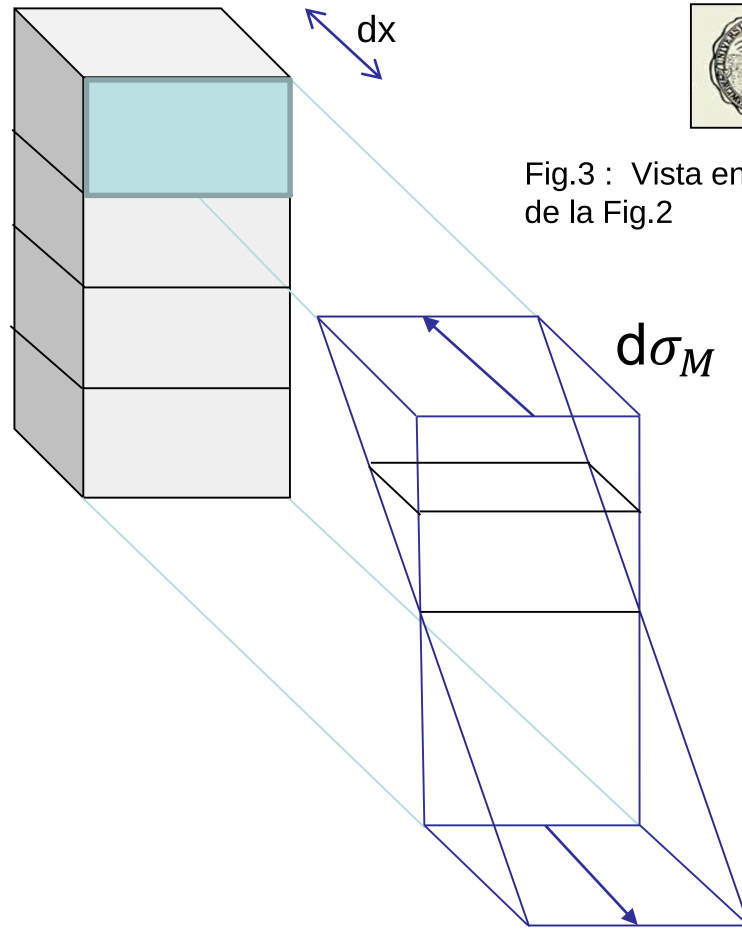
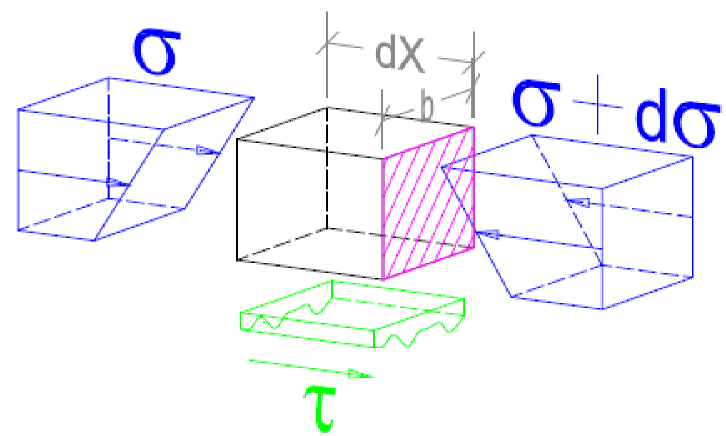
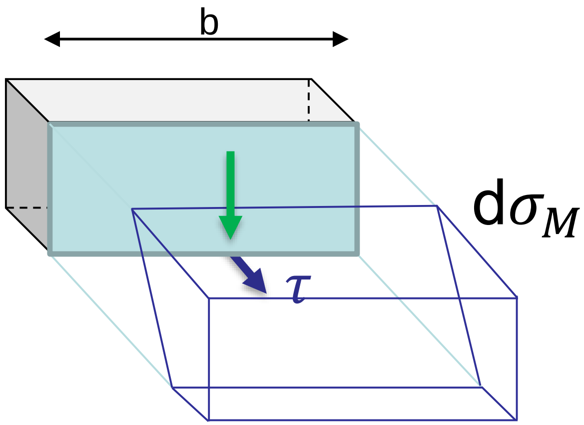


Fig.3 : Vista en 3D de la Fig.2





Aparece una tensión tangencial τ en la cara de abajo para equilibrar la compresión $d\sigma_M$.

Lo calculo con Jouravski

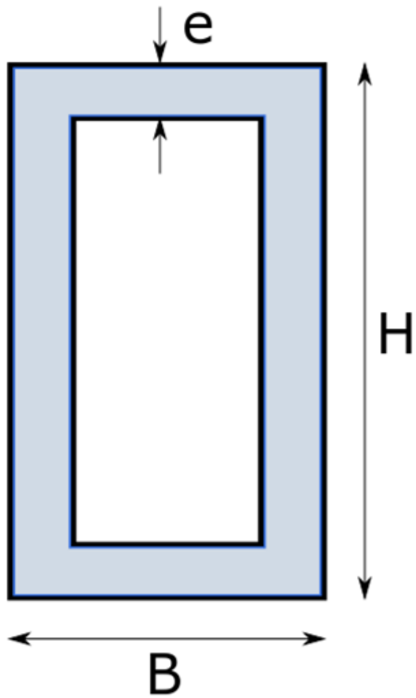
(Zhuravski, Žuravskij Jourawski, Журáвский) (/ʒwravski/)

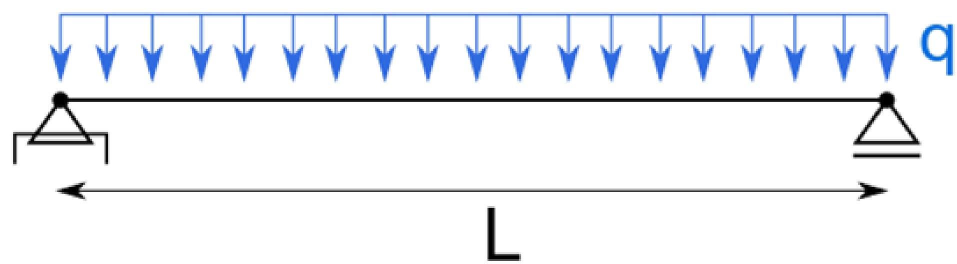
$$\tau = \frac{Q \cdot S^*}{J \cdot b}$$

Por Cauchy lo llevo a la sección celeste

Es importante recordar que si τ concurre a la arista entonces τ también, y ambos tienen el mismo módulo

Ejercicio 1: Realizar el diagrama y flujo de tensiones con sus valores, en la sección más solicitada.





Datos:

$e = 1\ cm$

$H = 10\ cm$

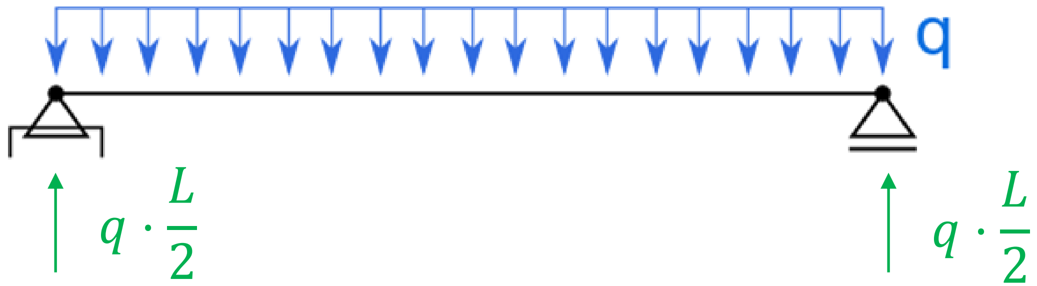
$B = 5\ cm$

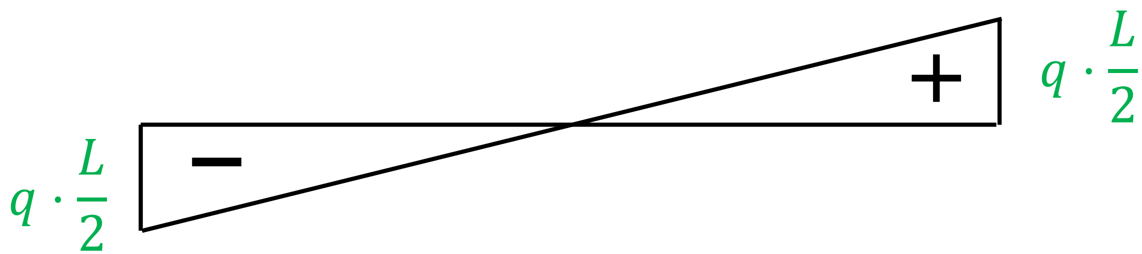
$L = 10\ m$

$q = 10\ kN/m$

Resolución:

Diagrama de características

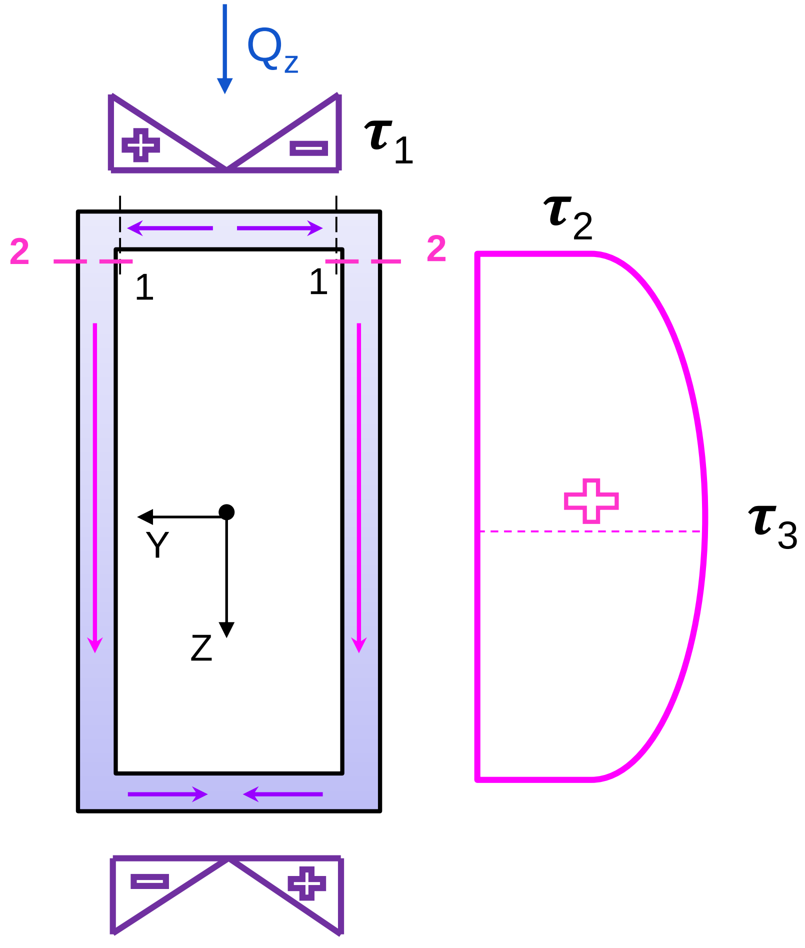




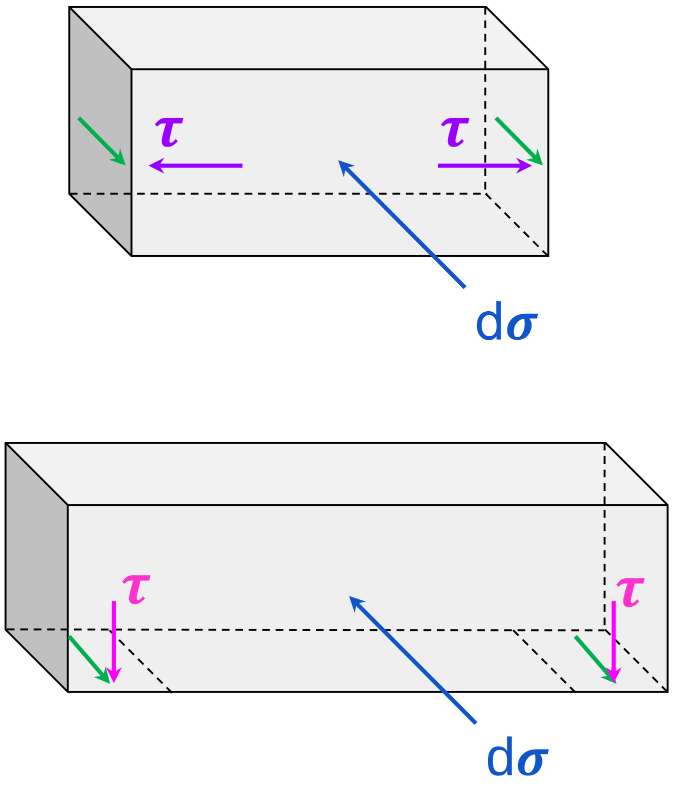
Sección más solicitada

$$\boxed{Q_z = q \cdot \frac{L}{2} = 50\ kN}$$

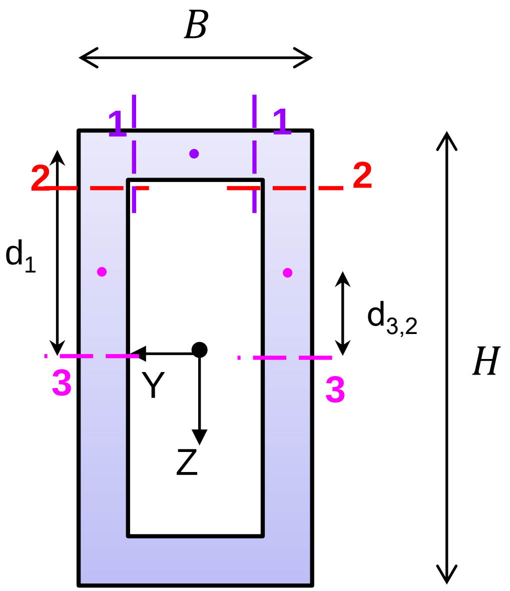
En primer lugar trazamos cualitativamente el flujo de tensiones y los diagramas de tensiones



Si cortamos en la sección 1-1 podemos analizar cómo será el flujo de tensiones



Calculamos $\boldsymbol{\tau}_1$, $\boldsymbol{\tau}_2$ y $\boldsymbol{\tau}_3$



$$\tau = \frac{Q_z \cdot S^*}{J_y \cdot b}$$

$$J_y = \frac{B \cdot H^3}{12} - \frac{(B-2e)\cdot(H-2e)^3}{12} = 288\ cm^4$$

$$S^* = A \cdot d$$

Momentos estáticos

1-1

$$A_1 = (B-2e)\cdot e = 3\ cm^2$$

$$d_1 = \frac{H}{2} - \frac{e}{2} = 4{,}5\ cm$$

$$S_1 = A_1 \cdot d_1 = 13{,}5\ cm^3$$

2-2

$$A_2 = B \cdot e = 5\ cm^2$$

$$d_2 = \frac{H}{2} - \frac{e}{2} = 4{,}5\ cm$$

$$S_2 = A_2 \cdot d_2 = 22{,}5\ cm^3$$

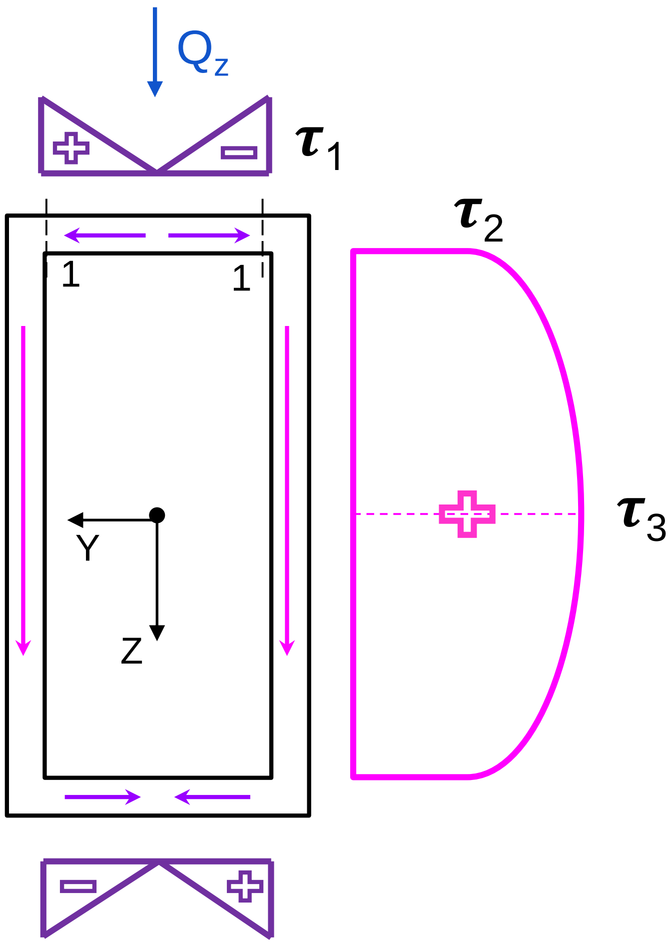
3-3

$$A_{3,2} = \left(\frac{H}{2} - e\right)\cdot e = 4\ cm^2$$

$$d_{3,2} = \frac{\frac{H}{2} - e}{2} = 2\ cm$$

$$S_3 = S_2 + 2\cdot A_{3,2}\cdot d_{3,2} = 38{,}5\ cm^3$$

Tensiones tangenciales



$$\tau_1 = \frac{Q \cdot S_1}{J_y \cdot b} = \frac{50\ kN \cdot 13{,}5\ cm^3}{288\ cm^4 \cdot 2\ cm} \qquad b = 2\,e = 2\ cm$$

$$\boxed{\tau_1 = 1{,}17\,\frac{kN}{cm^2}}$$

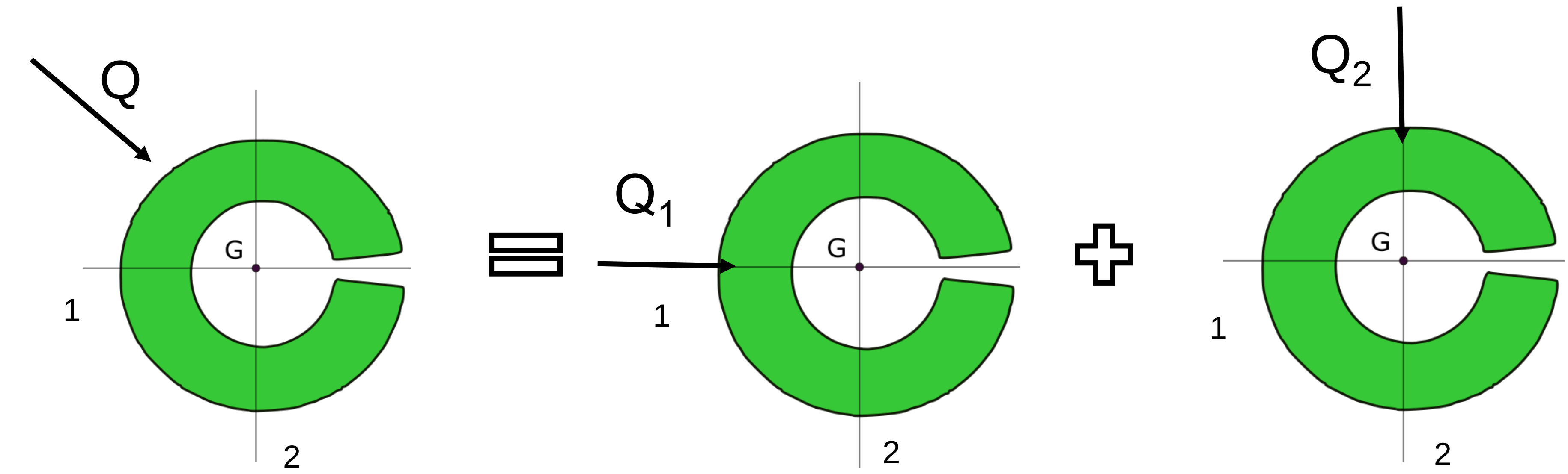
$$\tau_2 = \frac{Q \cdot S_2}{J_y \cdot b} = \frac{50\ kN \cdot 22{,}5\ cm^3}{288\ cm^4 \cdot 2\ cm} \qquad b = 2\,e = 2\ cm$$

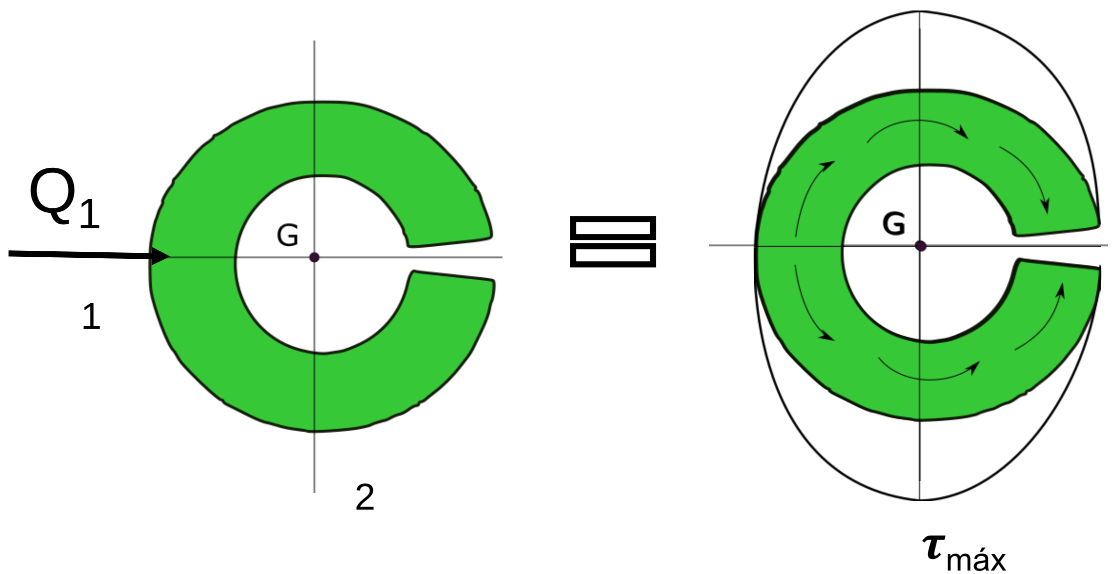
$$\boxed{\tau_2 = 1{,}95\,\frac{kN}{cm^2}}$$

$$\tau_3 = \frac{Q \cdot S_3}{J_y \cdot b} = \frac{50\ kN \cdot 38{,}5\ cm^3}{288\ cm^4 \cdot 2\ cm} \qquad b = 2\,e = 2\ cm$$

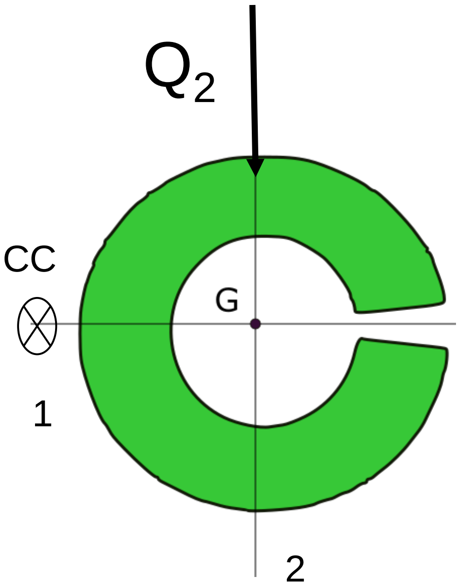
$$\boxed{\tau_3 = 3{,}33\,\frac{kN}{cm^2}}$$

Centro de corte



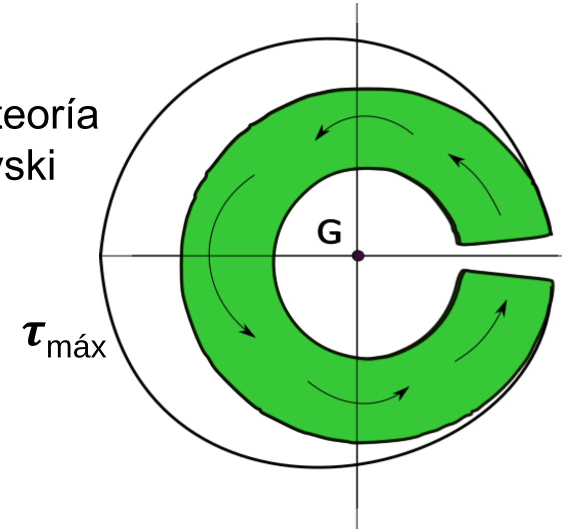


Como el corte está en dirección de un eje de simetría pasa por el centro de corte y por lo tanto no se generan tensiones adicionales



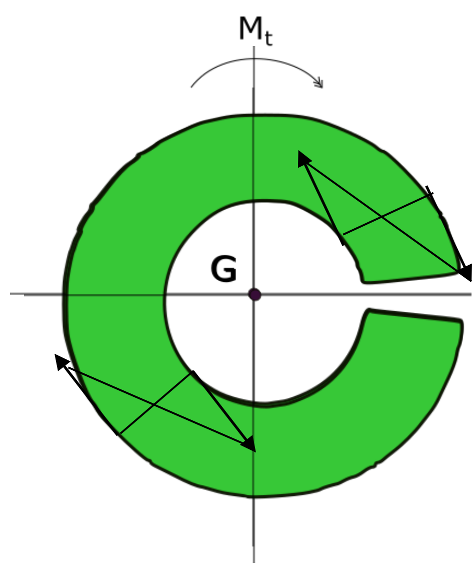
Si aplico la teoría de Jouravski

=



Aquí se ve que si integramos las tensiones tangenciales, la ecuación de equivalencia del Momento torsor no se cumple.
Entonces debemos añadir una torsión.

+



Le sumamos: $Mt = \int \tau \cdot r \, dA$

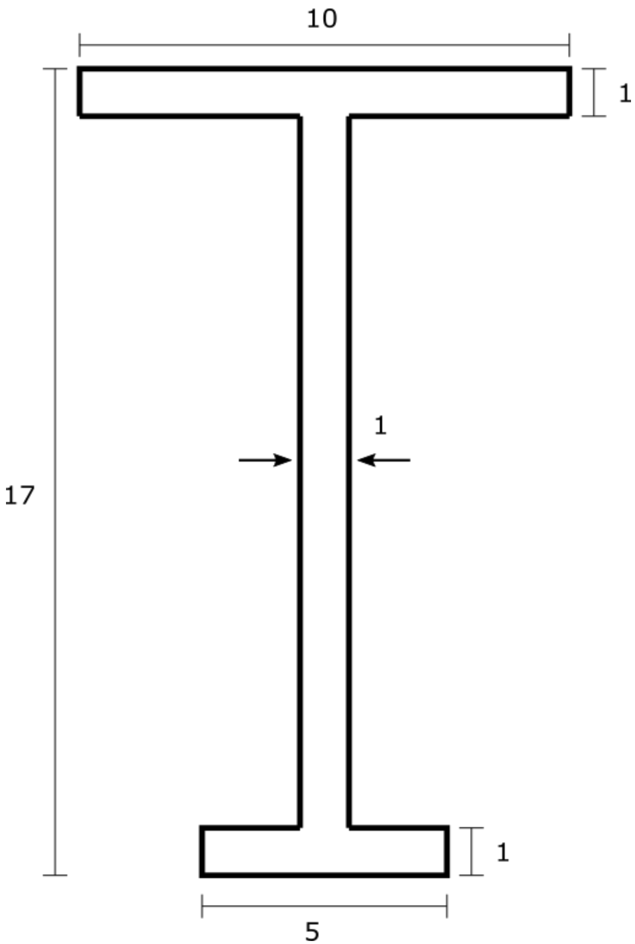
$Mt = Q \cdot dcc$ y la dirección se determina para que, respecto del baricentro, el momento torsor sea 0.

Para calcular la distancia al centro de corte:

$$d_{cc} = \frac{\int \tau \cdot r \, dA}{Q_2}$$

Propiedad geométrica de la sección

Ejercicio 2: Calcular la posición del centro de corte



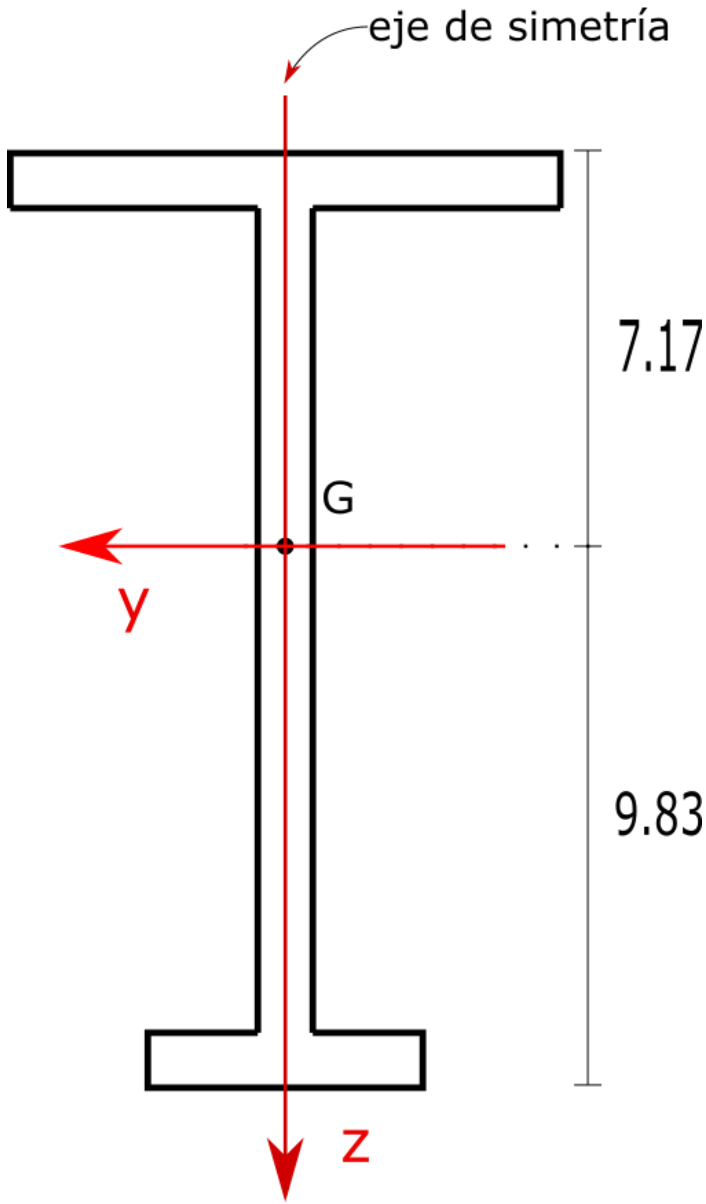
¡Observación!

El centro de corte es una propiedad geométrica de la sección, por lo tanto, NO depende de la solicitación.

Si la sección tiene un eje de simetría el centro de corte se hallará sobre este.

Unidades expresadas en cm

Determino el baricentro y los momentos de inercia respecto a los ejes principales



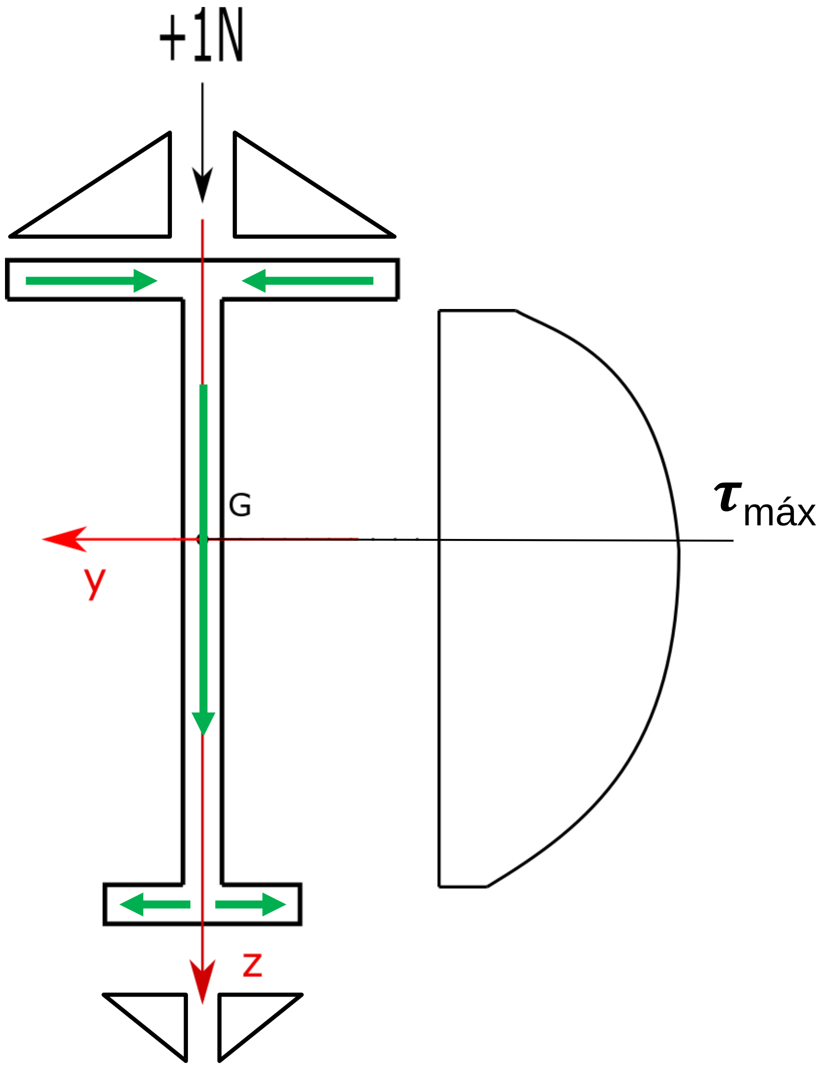
$$J_y = 1189{,}17\ cm^4$$

$$J_z = 95\ cm^4$$

¡Importante!

Recordar el término de Steiner al calcular los momentos de inercia

Distancia en "y" (d_{cc}^{y})



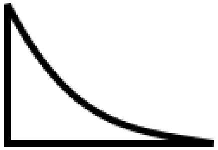
Como las tensiones de las alas se anulan entre sí, no se forma ninguna cupla que genere momento, por lo tanto la distancia al centro de corte en la dirección "y" es cero. Esto ocurre porque el eje "z" es el eje de simetría de la sección

$$\boxed{d_{cc}^{y} = 0}$$

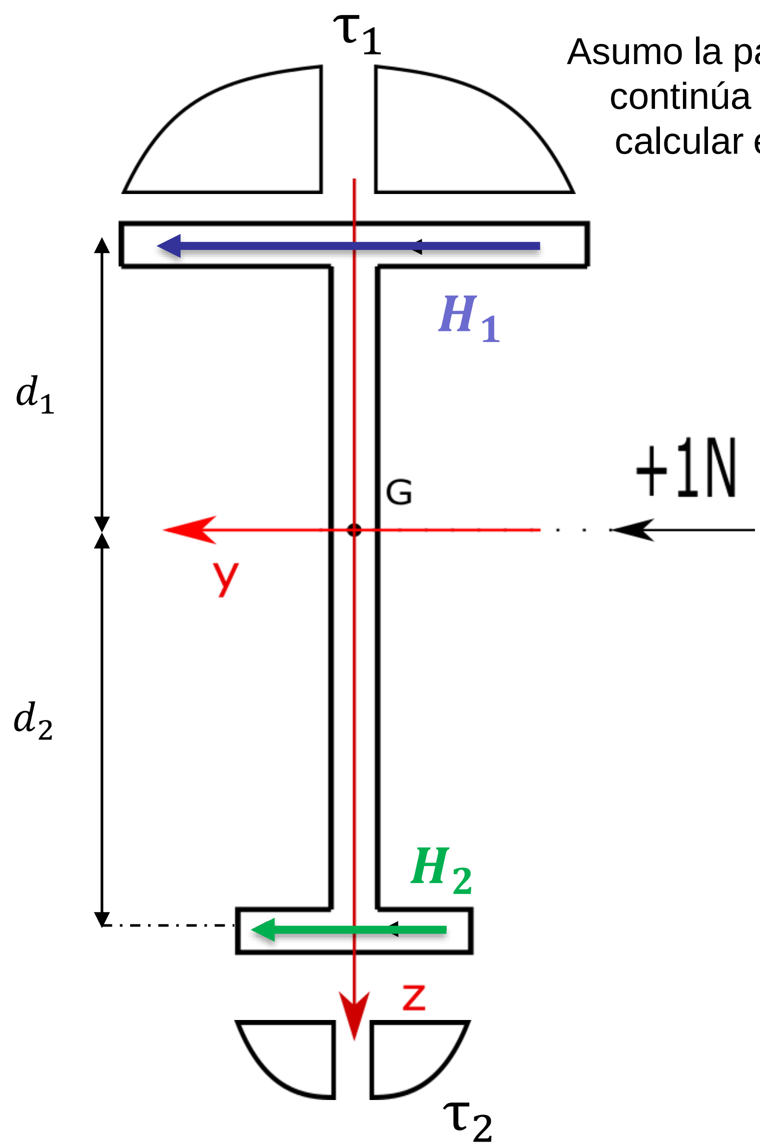
¡Observación!

Si aumenta el área y disminuye la distancia la parábola es:

Si aumenta el área y la distancia la parábola es:



Distancia en "z" (d_{cc}^{z})



Asumo la parábola continúa para calcular el cc

$$H_1 = \int \tau_1 \, dA = \int \tau_1 \, dy \cdot 1\,cm$$

$$\tau_1(y) = \frac{Q \cdot S}{J \cdot b} = \frac{N \cdot S(y)}{95\,cm^4 \cdot 1\,cm}$$

$$S(y) = (5cm - y) \cdot 1cm \cdot \left(y + \frac{5cm - y}{2} \right) = \frac{25cm^2 - y^2}{2} \cdot 1cm$$

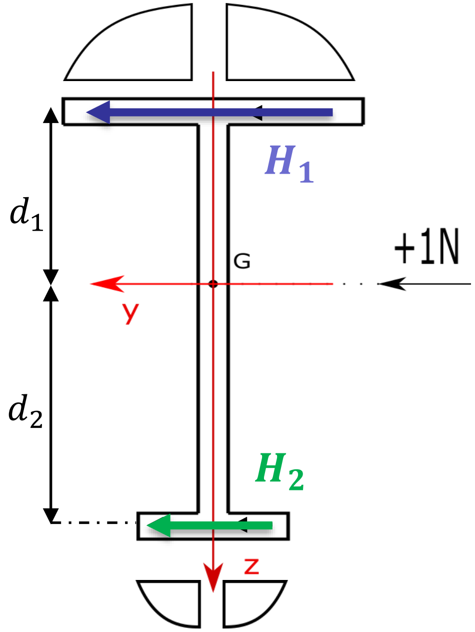
$$\boxed{\tau_1(y) = \frac{N \cdot (25\,cm^2 - y^2)}{95\,cm^4 \cdot 2}}$$

$$M_{T_{H1}} = d_1 \cdot H_1$$

$$d_1 = (7{,}17 - 0{,}5)cm$$

$$H_1 = 2 \int_0^5 \tau_1(y) dy \cdot 1\,cm$$

$$\boxed{M_{T_{H_1}} = (7{,}17\,cm - 0{,}5\,cm) \cdot \underbrace{2 \int_0^5 \tau_1(y)\,dy \cdot 1\,cm}_{H_1 = 0{,}877\,N}}$$



$$\tau_2(y) = \frac{Q \cdot S}{J \cdot b} = \frac{N \cdot (6{,}25\ cm^2 - y^2)}{95\ cm^4 \cdot 2}$$

$$M_{T_{H_2}} = (9{,}83\ cm - 0{,}5\ cm) \cdot 2 \underbrace{\int_0^{2{,}5} \tau_2(y)\, dy \cdot 1\ cm}_{H_2 = 0.11\ N}$$

Necesito que $H_2 + H_1 = 1N$
(no es igual a 1 ya que hay zonas donde no puedo calcular τ)

$$Q \cdot d_{Cc} = H_2 \cdot (9{,}83\ cm - 0{,}5\ cm) - H_1 \cdot (7{,}17\ cm - 0{,}5\ cm) = -4{,}8\ N\ cm$$

$$N \cdot d_{Cc} = -4{,}8\ N\ cm$$
$$d_{Cc} = -4{,}8\ cm$$

$$\Rightarrow \boxed{\boldsymbol{d^z_{cc}} = \boldsymbol{-4,8}\ \mathrm{cm}}$$

Ubico el Cc de manera que tomando momento respecto al centro de corte hacia el baricentro, equilibra el momento que generan las tensiones.

Traslado Q al Cc de manera que genere un Mt equivalente al Mt que generan las tensiones.