



**UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE ESTABILIDAD**



ESTABILIDAD II "A" – 64.02 (EIIA-64.02) y ESTABILIDAD II – 84.03 (EII-84.03)

**TRABAJO PRACTICO N° 06:
"SOLICITACIÓN POR TORSIÓN AXIL EN RÉGIMEN ELÁSTICO - ST"**

EJERCICIOS OBLIGATORIOS:

- Ejercicio N°1: figura 01.03 y 01.04
- Ejercicio N°2
- Ejercicio N°6: figura 06.01
- Ejercicio N°7
- Ejercicio N°9

NOTAS PRELIMINARES:

En todos los esquemas y dibujos que se realicen, deberán indicarse los valores característicos;

EJERCICIO N° 01: Para los siguientes esquemas estructurales indicados en las Figuras N° 01.01 a 01.04, se pide:

01.01 – Reacciones de vínculo externo;

01.02 – Determinar la función momento torsor, $M_T = M_T(x)$, a lo largo del eje de las estructuras y dibujar el diagrama de esfuerzos normales, verificando además, la correspondencia entre función diagrama;

01.03 – Idem 01.02 pero para la función tensión tangencial máxima y su diagrama, $\tau = \tau(x)$;

01.04 – Dibujar los diagramas de las tensiones tangenciales para 3 diámetros de la sección "D";

01.05 – Idem 01.02 pero para la función giros absolutos y su diagrama, $\theta = \theta(x)$;

01.06 – Idem 01.02 pero para la función giros absolutos específicos o curvatura de torsión, $\chi = \chi(x)$;

01.07 – Especificar de manera particular los giros absolutos para las secciones "B", "C" y "D";

01.08 – Hallar los giros relativos entre las secciones "C" y "D";

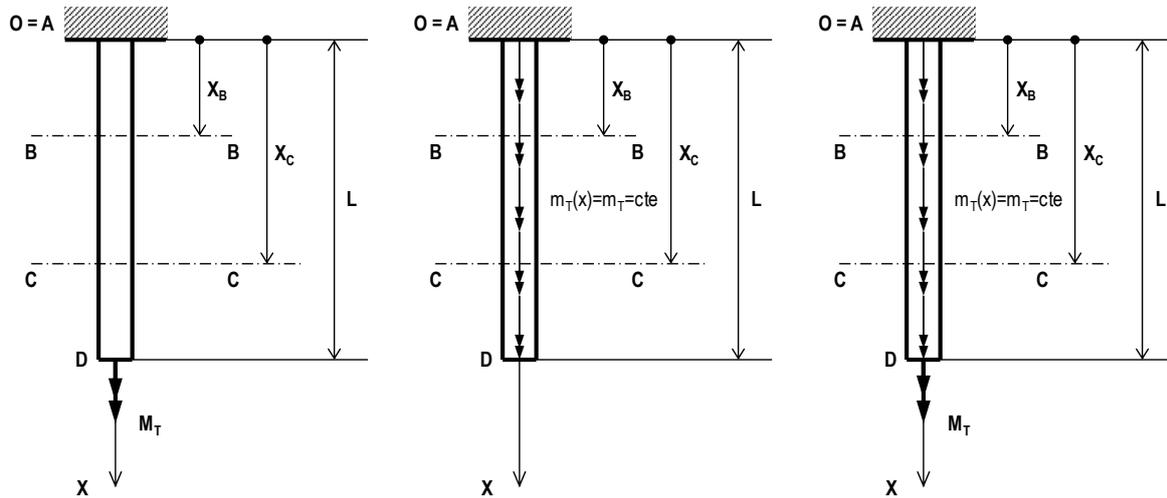
01.09 – Verificar en todos los casos la sección más solicitada.

05.06.01-ST	TP N° 06: Solicitación por Torsión en Régimen Elástico – ST	0	2018	2°	Todos	Pág.: 1
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de: 11



ESTABILIDAD II "A" – 64.02 (EIIA-64.02) y ESTABILIDAD II – 84.03 (EII-84.03)

EJERCICIOS N° 01.01 - 01.02 - 01.03 - FIGURAS N° 01.01 - 01.02 - 01.03:



DATOS:

L = 2,00 m
 $X_B = 0,80$ m
 $X_C = 1,40$ m

Sección Circular
D = 2 1/2 pulg

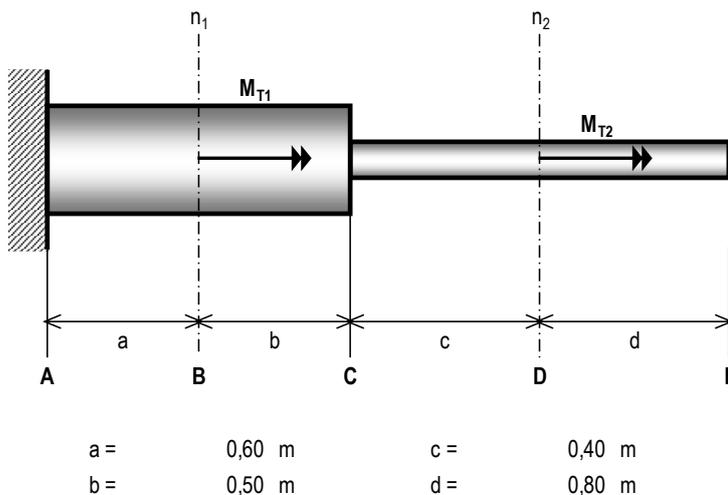
Sección Anular
D = 4 pulg
t = 1/2 pulg

Material: ACERO
E = 2,10E+04 kN/cm²
 $\mu = 0,25$
G = ??? kN/cm²
Calidad: F-24 / CS = 1,6

Causa: FUERZA
 $M_T = 50,0$ kN.m
 $m_T = 20,0$ kN/m/m

$\tau_{ADM} = \sigma_{ADM} / (3)^{1/2}$

EJERCICIO N° 01.01 - FIGURA N° 01.04:



$M_{T1} = 3,60$ kN.m
 $M_{T2} = 1,25$ kN.m
 $D_1 = 3,0''$
 $e_1 = 3/8''$
 $D_2 = 2,0''$
 $e_2 = 1/4''$

$\tau_{ADM} = 8,50$ kN/cm²
Secciones circulares huecas

Material: ACERO
E = 2,10E+04 kN/cm²
 $\mu = 0,25$
G = ??? kN/cm²

1" = 25,4mm = 2,54cm



ESTABILIDAD II "A" – 64.02 (EIIA-64.02) y ESTABILIDAD II – 84.03 (EII-84.03)

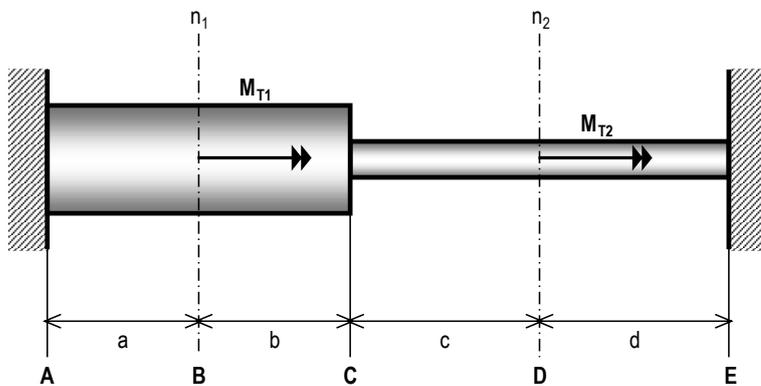
EJERCICIO N° 02: Para el esquema estructural de la Figura N° 02, conformada por dos barras colineales en cuanto a su eje, se pide, resolviendo por "Inspección" y por el "Método de las Incógnitas Estáticas" y la aplicación del "TTV":

02.01 – Calcular las reacciones de vínculo;

02.02 – Trazar los diagramas de características, de tensiones tangenciales máximas, de giros absolutos y de la curvatura de torsión o giros específicos;

02.03 – Verificar las secciones en cuanto a su resistencia indicando cuáles cumplen los requisitos indicados y cuáles no.

EJERCICIO N° 02 - FIGURA N° 02:



a = 0,60 m c = 0,40 m
 b = 0,50 m d = 0,80 m

$M_{T1} = 3,60 \text{ kN.m}$
 $M_{T2} = 1,25 \text{ kN.m}$
 $D_1 = 3,0''$
 $e_1 = 3/8''$
 $D_2 = 2,0''$
 $e_2 = 1/4''$

$\tau_{ADM} = 8,50 \text{ kN/cm}^2$
 Secciones circulares huecas

Material: ACERO

$E = 2,10E+04 \text{ kN/cm}^2$

$\mu = 0,25$

$G = ??? \text{ kN/cm}^2$

$1'' = 25,4\text{mm} = 2,54\text{cm}$

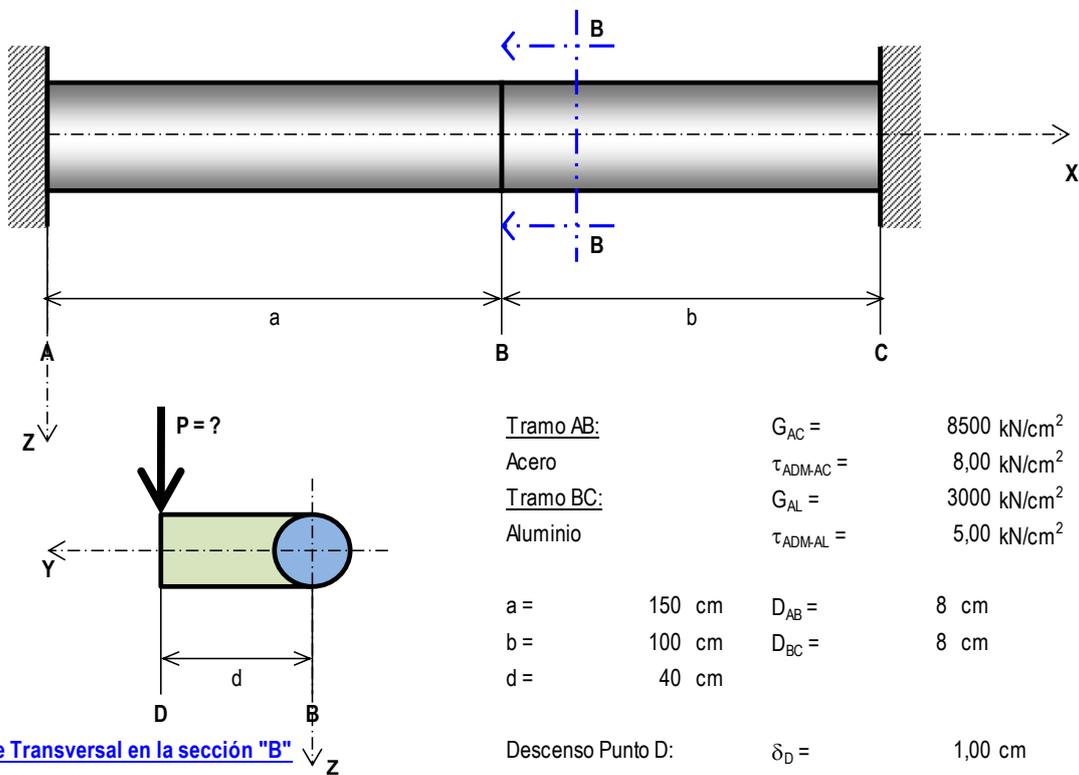
05.06.01-ST	TP N° 06: Solicitación por Torsión en Régimen Elástico – ST	0	2018	2°	Todos	Pág.: 3
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de: 11



EJERCICIO N° 03: Para la estructura de la Figura N° 03, la cual tiene aplicada una carga "P" de manera excéntrica que produce torsión en las barras y el consiguiente descenso de la planchuela BD, se pide:

- 03.01 – Determinar el valor de la carga "P" que produce un descenso del punto "D" especificado;
- 03.02 – Con el valor determinado de "P", trazar los diagramas de características, de tensiones tangenciales máximas, de giros absolutos y de la curvatura de torsión o giros específicos;
- 03.05 – Verificar los elementos estructurales a resistencia.

EJERCICIO N° 03 - FIGURA N° 03:



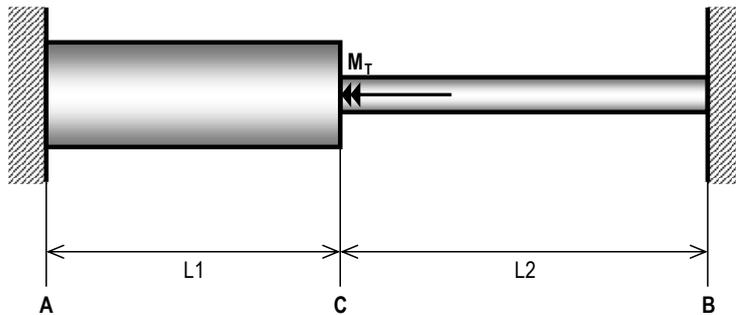


EJERCICIO N° 04: Para la estructura de la Figura N° 04, conformada por dos barras colineales de dos materiales distintos y de secciones circulares huecas, a la cual se le ha aplicado un momento torsor en la sección "C", se pide:

04.01 – Determinar las reacciones de vínculo;

04.02 – Determinar el M_T admisible de la estructura, trazar los diagramas de esfuerzos internos, de tensiones tangenciales máximas, de giros absolutos y de giros específicos a lo largo de la estructura.

EJERCICIO N° 04 - FIGURA N° 04:



MATERIAL 1: "Bronce"	
$D_1 =$	100 mm
$t_1 =$	10 mm
$L_1 =$	1000 mm
$\tau_{ADMBr} =$	5,00 kN/cm ²
$G_{Br} =$	4.600,00 kN/cm ²
MATERIAL 2: "Aluminio"	
$D_2 =$	100 mm
$t_2 =$	10 mm
$L_2 =$	1000 mm
$\tau_{ADMAI} =$	5,00 kN/cm ²
$G_{Al} =$	4.600,00 kN/cm ²



EJERCICIO N° 05: Para la estructura de la Figura N° 05, materializada mediante tres (3) croquis, y para las siguientes tres (3) causas deformantes:

- a - $\Delta T > 0$;
- b - $\Delta T < 0$;
- c - MB;

se pide:

- 05.01 – Los esfuerzos en las bielas "1", detallando si las mismas quedan traccionadas o comprimidas;
- 05.02 – La reacción de vínculo en el empotramiento de la sección "A";
- 05.03 – Trazar los diagramas de momentos torsores en la barra AB, de tensiones tangenciales máximas, de giros absolutos, y de giros específicos (curvatura de torsión);
- 05.04 – Calcular y detallar claramente el giro absoluto de la sección "B";
- 05.05 – Para cada caso de causa deformante, calcular los alargamiento y/o acortamientos de las bielas.

EJERCICIO N° 05 - FIGURA N° 05.01: VISTA LATERAL

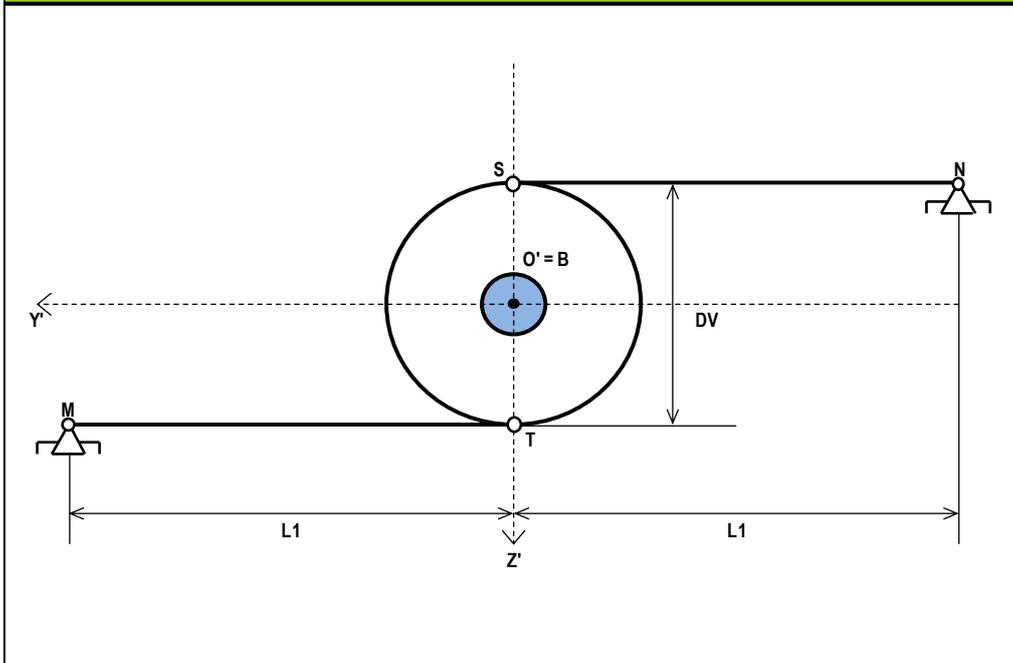
BARRA "B"	
L =	2,00 m
D =	16,00 cm
d =	10,00 cm
E =	2,10E+04 kN/cm ²
G =	8,00E+03 kN/cm ²
α =	1,20E-05 1/°C

BIELAS "1"	
L1 =	2,00 m
d1 =	2,00 cm
E =	2,10E+04 kN/cm ²
G =	8,00E+03 kN/cm ²
α =	1,20E-05 1/°C
ΔT1 =	+40,00 °C
ΔT2 =	-30,00 °C
MB =	40,00 kN.m

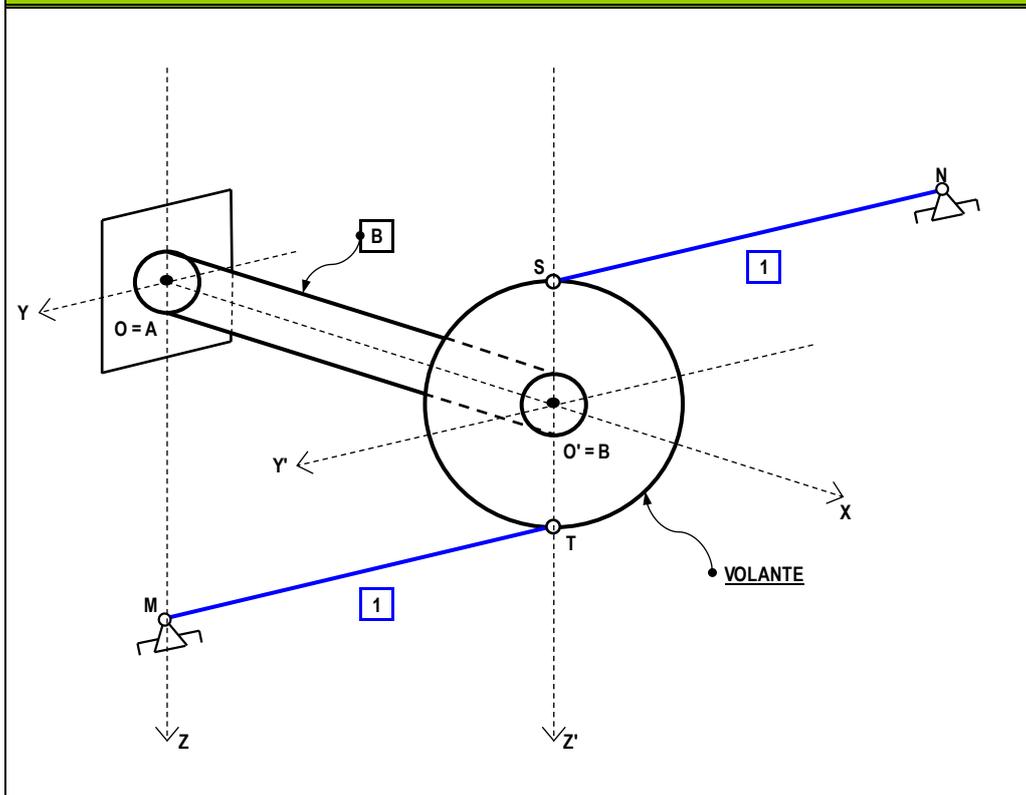
VOLANTE "V"	
DV =	40,00 cm



EJERCICIO N° 05 - FIGURA N° 05.02: VISTA FRONTAL



EJERCICIO N° 05 - FIGURA N° 05.03: VISTA AXONOMÉTRICA

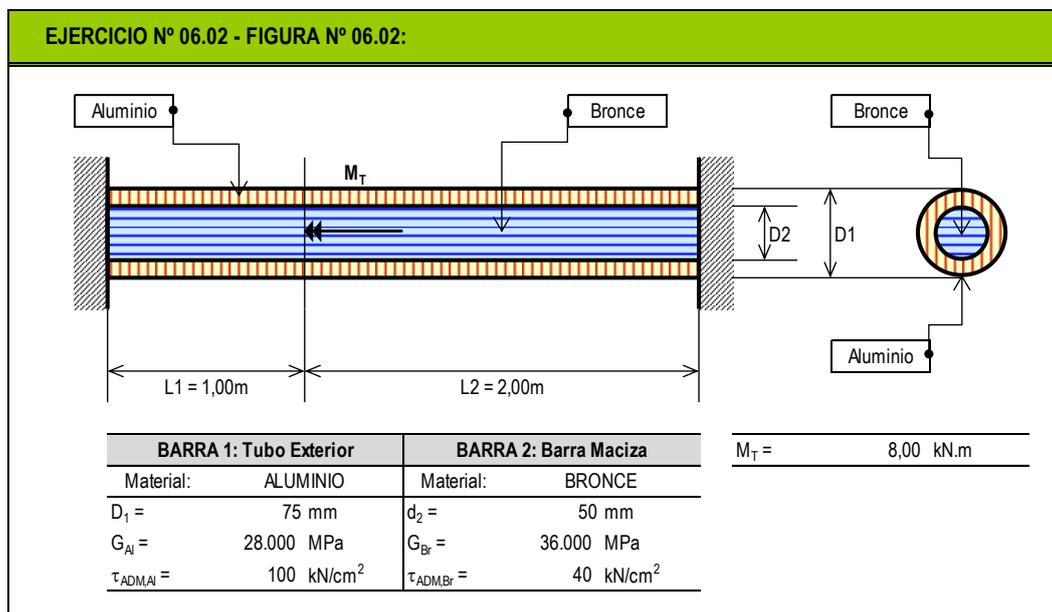
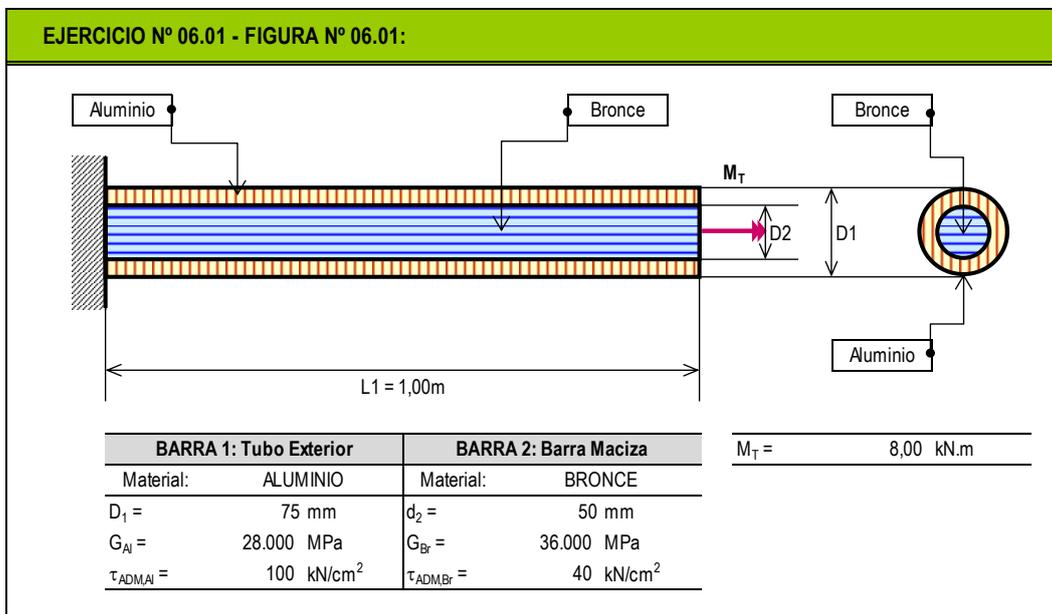


05.06.01-ST	TP N° 06: Solicitación por Torsión en Régimen Elástico – ST	0	2018	2°	Todos	Pág.: 7
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de: 11



EJERCICIO N° 06: Para las estructuras de la Figura N° 06, conformada en el primer caso por una barra empotrada en un extremo y libre en el otro, y constituida por dos materiales totalmente solidarios; mientras que el segundo caso es barra bi-empotrada, también constituida por dos materiales que se encuentra totalmente solidarios en toda su longitud. Se pide para cada caso:

- 06.01 – Verificar si es posible aplicar un momento torsor de $M_T = 8,00 \text{ kN.m}$ que cumpla los requisitos de resistencia;
- 06.02 – Si es posible, trazar el diagrama de momentos torsores internos para cada material y para el total de la estructura;
- 06.03 – Para la o las secciones analizadas, trazar los diagramas de tensiones tangenciales para cada material;
- 06.04 – Trazar los diagramas de tensiones tangenciales máximas para cada material a lo largo del eje de la estructura;
- 06.05 – Trazar los diagramas de ángulos absolutos de torsión y de ángulos específicos a lo largo del eje de la barra.





UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE ESTABILIDAD



ESTABILIDAD II "A" – 64.02 (EIIA-64.02) y ESTABILIDAD II – 84.03 (EII-84.03)

EJERCICIO N° 07: Se construyen tres piezas estructurales del mismo material y calidad, pero con distintas secciones transversales; cuyos datos se indican a continuación:

- a – Perfil doble "T" HEB 200 (= IPB 200);
- b - sección circular hueca o anular con una relación espesor / diámetro exterior $t / D = 0,05$; es decir, del 5%;
- c – ídem anterior pero considerándola abierta, mediante un corte infinitésimo en su sección;

<u>MATERIAL:</u> ACERO	$E = 21.000\text{kN/cm}^2$	$\mu = 0,25$	$G = ???$
<u>CALIDAD:</u> F-24	$\tau_{ADM} = 8,50\text{kN/cm}^2$		

Tomando como sección base o de referencia a la del perfil doble "T" (HEB200 = IPB200), se pide:

07.01 – Si se aplica un momento torsor $M_T = 1\text{kN.m}$ a las tres secciones; determinar las tensiones tangenciales máximas a las cuales estarán solicitadas cada sección si se adopta como premisa que las dos secciones circulares, la cerrada y la abierta, tienen el mismo área de la sección transversal. Las tensiones tangenciales serán calculadas mediante las siguientes teorías o consideraciones:

- I. Como sección abierta para el perfil doble "T";
- II. Como sección circular hueca y aplicando la Teoría de Coulomb";
- III. Como sección simplemente conexa y aplicando la Teoría de Bredt;
- IV. Como sección circular hueca abierta y aplicando la Teoría de Saint Venant.

07.02 – Para las secciones determinadas en 07.01, y para cada una de las cuatro teorías, determinar los momentos torsores admisibles que son capaces de soportar cada sección;

07.03 – Determinar los porcentajes de capacidad de cada una, tomando primero como sección patrón a la sección circular hueca mediante la Teoría de Coulomb; y luego se hará lo mismo pero considerando como sección patrón a la del perfil doble "T".

EJERCICIO N° 08: Se dispone de una chapa galvanizada de las siguientes dimensiones, 2 m x 0.68 m x 2 mm (largo x ancho x espesor, $l \times a \times t$). Se desea armar con ella un tubo de 0.20 m de diámetro alrededor del ancho de la misma y de largo igual al de la chapa. Se pide:

08.01 - Calcular el M_t que puede absorber el tubo considerado al mismo como cerrado, es decir, que sus extremos se encuentran unidos en toda su longitud;

08.02 – Ídem anterior pero abierto, es decir, se arma el tubo pero no se unen sus extremos;

08.03 – Para los dos casos anteriores, se pide calcular los ángulos absolutos de torsión " ϕ " y específico " θ ";

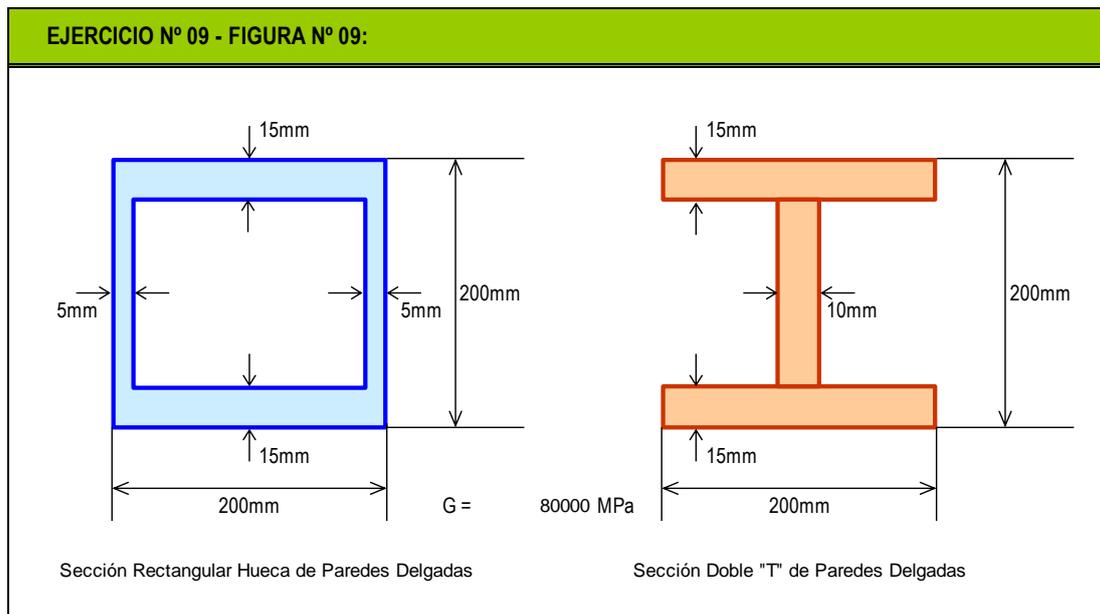
08.04 - Si se cerrara el tubo con remaches de 5 mm de diámetro ' \emptyset ', se desea saber ¿cuántos de éstos serán necesarios por metro para que el tubo se comporte a torsión como si estuviera cerrado? Se considerará para este cálculo que la fricción en la junta no absorbe fuerza de corte. Controlar que la separación λ entre remaches cumpla con los siguientes dos requisitos: $3\emptyset < \lambda < 6\emptyset$ y $6e < \lambda < 15e$

DATOS DEL EJERCICIO:							
$\tau_{adm} \text{ CHAPA} = 8,00 \text{ kN/cm}^2$		$\tau_{adm} \text{ REMACHE} = 12,60 \text{ kN/cm}^2$			$\sigma_{ap} = 26,00 \text{ kN/cm}^2$		
05.06.01-ST	TP N° 06: Solicitación por Torsión en Régimen Elástico – ST	0	2018	2°	Todos	Pág.:	9
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de:	11



EJERCICIO N° 09: Las secciones de la Figura N° 09 se corresponden a las secciones transversales de dos barras que se encuentran solicitadas por el mismo momento torsor: $M_T = 1,00\text{kN.m}$. Se pide:

- 09.01 – Determinar la tensión tangencial máxima en cada una de ellas;
- 09.02 – Calcular los giros específicos de torsión;
- 09.03 – Comparar ambos resultados, y establecer una relación entre capacidad portante y área de la sección transversal.



EJERCICIO N° 10: Una barra prismática de sección circular se encuentra solicitada a un momento torsor " M_T ". Se pide:

- 10.01 – Dimensionar a la misma considerando una sección circular maciza utilizando la "Teoría de Coulomb";
- 10.02 – Dimensionar a la barra pero considerando una sección circular hueca con la siguiente relación:
 $R_{EXT} / R_{INT} = 1,25$;
- 10.03 – Comparar para ambas secciones los diámetros exteriores, los ángulos específicos de torsión y el consumo de materiales.

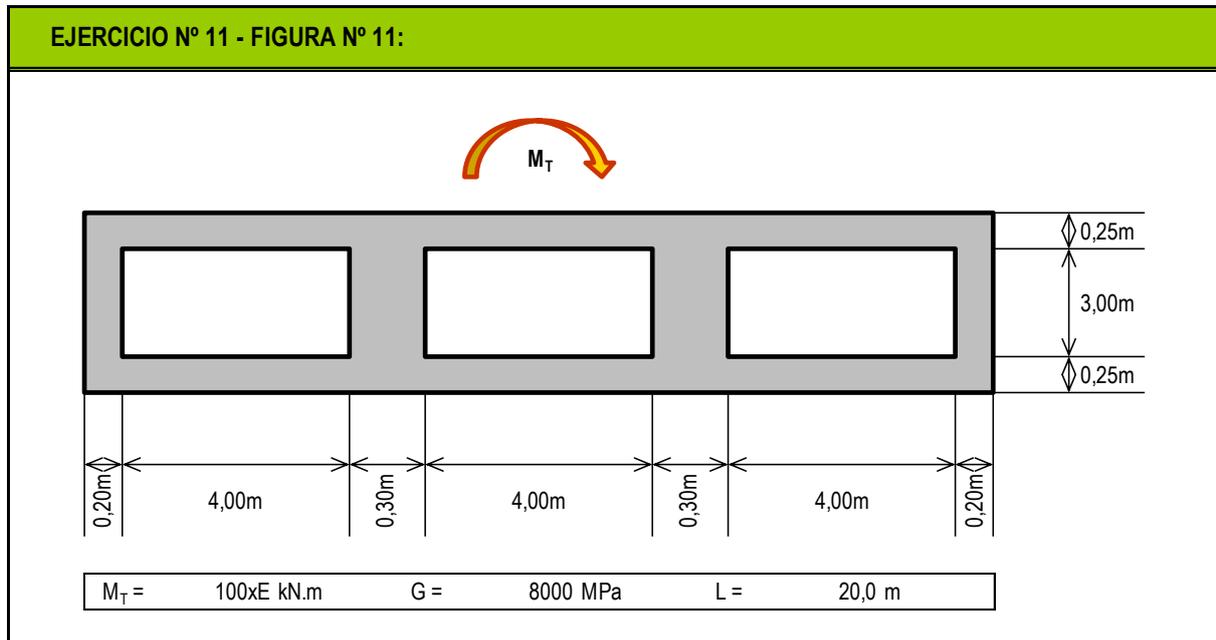
DATOS DEL EJERCICIO:			
$M_t = 250 \text{ kNm}$	$G = 80.000 \text{ MPa}$	$R_e/R_i = 1.25$	$\tau_{adm} = 10 \text{ kN/cm}^2$



EJERCICIO N° 11: Para la sección transversal de la Figura N° 11, solicitada a un momento torsor " M_T " constante a lo largo de toda la pieza, se requiere:

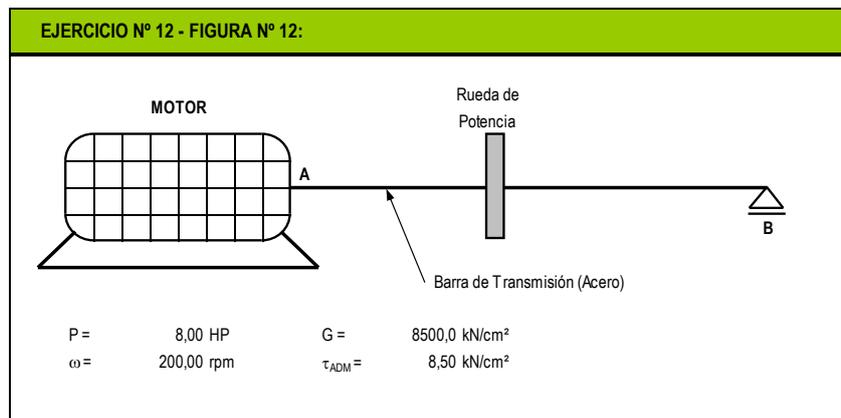
- 11.01 – Determinar las tensiones tangenciales en la sección transversal;
- 11.02 – El porcentaje del M_T que toma cada celda;
- 11.03 – El giro de un extremo respecto del otro.

EJERCICIO N° 11 - FIGURA N° 11:



EJERCICIO N° 12: La barra de acero de la Figura N° 12 está vinculada a un motor en su extremo "A", el cual transmite una potencia P. En su extremo "B", la barra está vinculada a un apoyo que le permite girar libremente alrededor de su eje y que colabora para sostenerla verticalmente. En el centro de la luz de la barra AB, se ha vinculado una rueda de transmisión de potencia, a la cual se le imprime una velocidad angular ω . Determinar el diámetro del eje en "mm" de tal manera que verifique la tensión admisible τ_{ADM} .

EJERCICIO N° 12 - FIGURA N° 12:



05.06.01-ST	TP N° 06: Solicitación por Torsión en Régimen Elástico – ST	0	2018	2°	Todos	Pág.: 11
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de: 11