



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE ESTABILIDAD



ESTABILIDAD II – 84.03

TRABAJO PRACTICO N° 06:
“ESTADO DE TENSIÓN - ET”

NOTAS PRELIMINARES:

- I) - Todos los datos y resultados deberán ser representados mediante esquemas de cubos elementales asociados a los puntos;
- II) – En todos los esquemas y dibujos que se realicen, deberán indicarse los valores característicos;
- III) – Cuando en alguna figura no se indique alguna(s) tensión(es), la(s) mismas deberán considerarse nulas;
- IV) – Cuando se pida determinar una tensión, la misma deberá ser determinada tanto su vector como su módulo.

EJERCICIOS OBLIGATORIOS:

- Ejercicio N°1
- Ejercicio N°2 figura 02.01
- Ejercicio N°3 figura 03.02
- Ejercicio N°4
- Ejercicio N°9

EJERCICIOS N° 01: Para el estado de tensión de un punto dado de un cuerpo, se pide:

- 01.01 – Clasificar el estado de tensión mediante la determinación de los invariantes e interpretar el resultado;
- 01.02 – Determinar vectorialmente y en módulo los siguientes vectores: ρ_α , σ_α y τ_α para un plano pasante por el punto, cuya normal n , forma ángulos α', β', γ' con los ejes coordenados x, y, z respectivamente;
- 01.03 - Determinar las tensiones principales;
- 01.04 - Determinar las direcciones principales 1, 2 y 3 calculando los cosenos directores de los planos principales;
- 01.05 - Verificar con el tensor principal hallado, los valores de σ y τ , asociados al plano “X”;
- 01.06 – Calcular ρ , σ y τ en un plano cuya normal forma ángulos α y β con los ejes 1 y 2 respectivamente;
- 01.07 - Calcular los ángulos que forma ρ con los ejes principales;
- 01.08 – Descomponer los dos tensores de tensiones calculados, el correspondiente a la terna (O;X;Y;Z) y el determinado en base a la terna principal, en los tensores esférico y desviador.

DATOS:

$\tau_{XY} = \sigma_X =$	80 (MN/m ²)	$\alpha' =$	30°
$\tau_{ZX} = \sigma_Z =$	40 (MN/m ²)	$\beta' =$	80°
$\sigma_Y =$	-10 (MN/m ²)	$\alpha =$	40°
$\tau_{YZ} =$	80 (MN/m ²)	$\beta =$	70°

05.06-ET	TP N° 06: Estado de Tensión - ET	0			Todos	Pág.: 1
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de: 7



EJERCICIO N° 02: Para cada uno de los estados de tensión mostrados a través de cubos elementales, se pide:

02.01 - Escribir el tensor de tensiones;

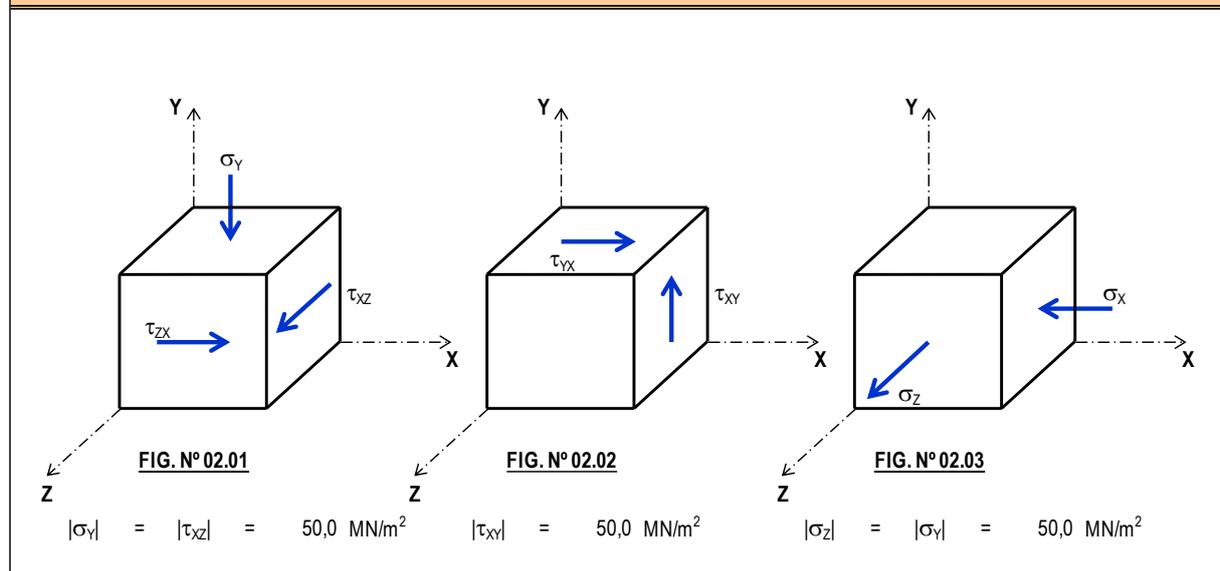
02.02 - Calcular los invariantes;

02.03 - Clasificar el estado de tensión en función de los invariantes y mediante la obtención del tensor principal;

02.04 - Calcular las tensiones principales y las direcciones principales, y representarlas a través de un esquema 3D;

02.05 - Representar todo lo calculado precedentemente por medio de las Circunferencias de Mohr, indicando todo los elementos característicos (polos, trazas, tensiones actuantes en terna – (0;X;Y;Z) – y tensiones principales);

EJERCICIO N° 02 - FIGURA N° 02:



EJERCICIO N° 03: Para cada uno de los cubos elementales de la figura N° 03, se pide:

03.01 – Determinar el tensor de tensiones correspondiente a cada cubo elemental indicado;

03.02 – Clasificar el estado de tensión;

03.03 – Determinar las tensiones principales;

03.04 – Determinar los cosenos directores de las direcciones principales referidos a la terna de las figuras;

03.05 – Calcular las tensiones tangenciales máximas en función de las tensiones principales;

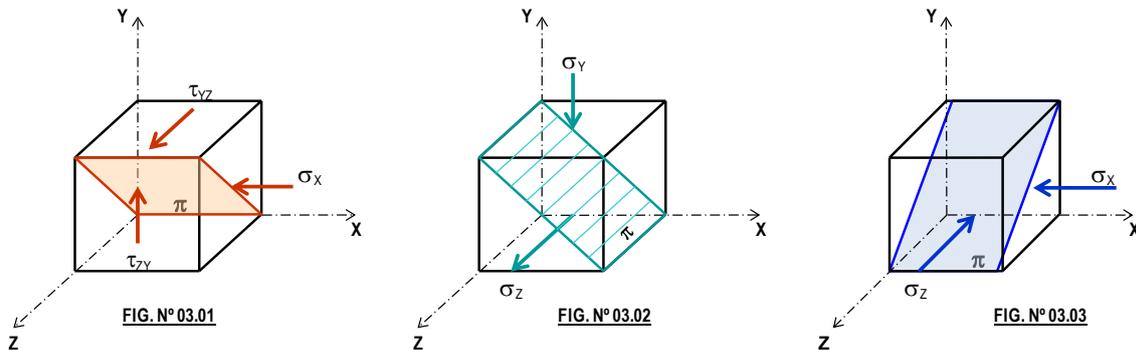
03.06 – Representar todo lo calculado precedentemente por medio de las Circunferencias de Mohr, indicando todo los elementos característicos (polos, trazas, tensiones actuantes en terna – (0;X;Y;Z) – y tensiones principales);

03.07 – Calcular las tensiones asociadas al plano sombreado de cada cubo elemental y verificarlo mediante la circunferencia de Mohr construida en el inciso 03.07.

05.06-ET	TP N° 06: Estado de Tensión - ET	0			Todos	Pág.: 2
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de: 7



FIGURA EJERCICIO N° 03:



DATOS: $|\sigma| = 70,0 \text{ MPa}$ $|\tau| = 100,0 \text{ MPa}$ Datos válidos para los 3 ejercicios

EJERCICIO N° 04: En un punto de un sólido se sabe que Z es una dirección principal siendo $\sigma_z = 0$, la correspondiente tensión principal. Conociendo σ_x , σ_y , τ_{xy} se pide analíticamente y mediante la construcción de Mohr, determinar:

- 04.01 - Las otras dos tensiones principales y direcciones principales;
- 04.02 - Las tensiones tangenciales máximas y mínimas para el haz de planos cuyo eje sostén es Z, y los planos donde dichas tensiones actúan respecto a 123, así como las tensiones normales asociadas a dichos planos;
- 04.03 - El vector tensión ρ y sus componentes σ y τ en un plano de eje sostén Z, y cuya normal forme un ángulo $\alpha'_n = 30^\circ$ con el eje X (tomado de X a Y);
- 04.04 - La tensión tangencial máxima y la tensión tangencial mínima, en los infinitos planos pasantes por el punto y las direcciones de las normales a los planos en que actúan (y las tensiones normales respectivas asociadas a ellos).

DATOS: $\sigma_x = \text{IDEM EJ N° 01}$ $\sigma_y = \text{IDEM EJ N° 01}$ $\tau_{xy} = \sigma_x / 2$

EJERCICIO N° 05: Para cada uno de los estados tensionales que se indican por medio de la siguiente tabla de datos, se pide:

- 05.01 – Determinar el tensor de tensiones correspondiente a cada estado;
- 05.02 – Dibujar el cubo elemental mostrando las tensiones actuantes;
- 05.03 – Clasificar el estado de tensión;
- 05.04 – Determinar las tensiones principales;
- 05.05 – Determinar los cosenos directores de las direcciones principales referidos a la terna de las figuras;
- 05.06 – Calcular las tensiones, ρ_π , σ_π y τ_π , asociadas al plano que se indica a través de los cosenos directores de su normal

05.06-ET	TP N° 06: Estado de Tensión - ET	0			Todos	Pág.: 3
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de: 7



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE ESTABILIDAD



ESTABILIDAD II – 84.03

VARIABLE	EJ. N° 05.01	EJ. N° 05.02	EJ. N° 05.03
σ_x	50	-60	0
σ_y	50	-60	80
σ_z	50	-60	80
τ_{xy}	0	0	0
τ_{xz}	0	0	0
τ_{yz}	0	0	80
α	80°	???	90°
β	35°	90°	45°
γ	???	28°	???

NOTAS PRELIMINARES:

V) - Las unidades de las tensiones están expresadas en “MPa”.

EJERCICIO N° 06: La tensión en un punto interior de un cuerpo es la suma de los dos estados representados en las siguientes figuras. Se requiere que se determine para cada caso:

06.01 - El estado de tensión resultante (tensor de tensiones total) expresado en la terna que se indica en cada caso;

06.02 - Las tensiones principales del estado resultante de tensiones;

06.03 - Las direcciones principales del estado resultante de tensiones.

05.06-ET	TP N° 06: Estado de Tensión - ET	0			Todos	Pág.: 4
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de: 7



EJERCICIO N° 06.01 - FIGURA N° 06.01:

El estado de tensión resultante deberá expresarse en la terna (O; X; Y; Z); así como todas las determinaciones requeridas.

DATOS			
$\sigma_0 =$	60,00 MPa	$\text{Ang}(XU) = \mu =$	30,0 °
		$\text{Ang}(YV) = v =$	30,0 °
		$\text{Ang}(ZW) = \omega =$	0,0 °

EJERCICIO N° 06.02 - FIGURA N° 06.02:

TERNAS (O; 1; 2; 3) **TERNAS (O; U; V; W)**

DATOS: $|\sigma_1| = |\sigma_2| = |\tau_{UV}|$

El estado de tensión resultante deberá expresarse en la terna (O; X; Y; Z); así como todas las determinaciones requeridas.



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE ESTABILIDAD



ESTABILIDAD II – 84.03

EJERCICIOS N° 07: Para el estado de tensión de un punto dado de un cuerpo, se pide determinar y calcular:

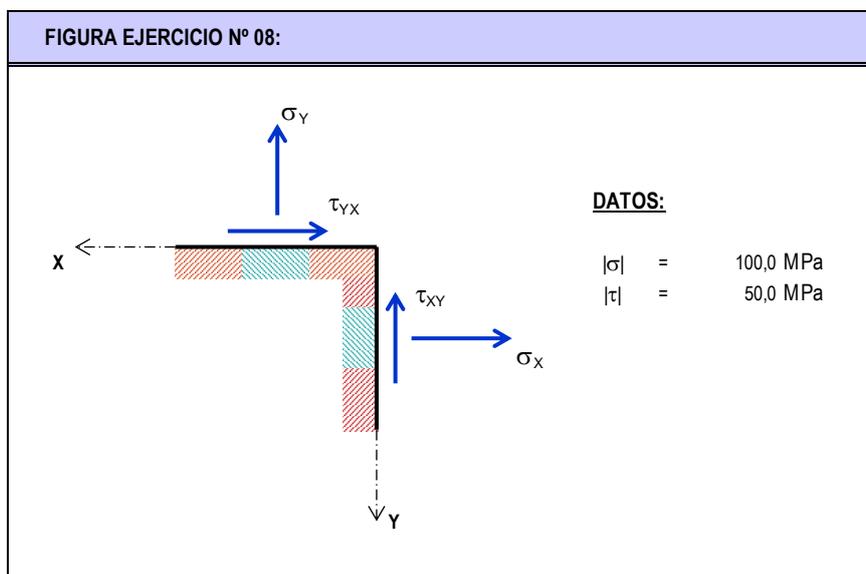
- 07.01 – Escribir el tensor de tensiones y representarlo gráficamente mediante un cubo elemental de tensiones;
- 07.02 – Clasificar el estado de tensión;
- 07.03 - Determinar las tensiones principales;
- 07.04 - Determinar las direcciones principales 1, 2 y 3 calculando los cosenos directores de los planos principales;
- 07.05 - Calcular ρ , σ y τ para un plano π cuya normal forma ángulos $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$ y $\gamma = 90^\circ$ con los ejes X, Y y Z respectivamente;
- 07.06 – Realizar la representación del estado tensional mediante la construcción de Mohr considerando al mismo como un estado plano en primer término;
- 07.07 – Determinar con ambas construcciones las tensiones correspondientes al plano π del punto 07.05;
- 07.08 – Verificar analíticamente los valores obtenidos para el plano π del punto 07.05, pero referido a la terna principal;
- 07.09 – Descomponer el tensor de tensiones en un tensor esférico y en uno desviador;
- 07.10 – Calcular las tensiones octaédricas y representarlas gráficamente.

DATOS:

$\sigma_x =$	-60 (MN/m ²)	$\sigma_y =$	60 (MN/m ²)
$\tau_{xy} =$	-40 (MN/m ²)	$\tau_{yx} =$	-40 (MN/m ²)
$\sigma_z =$	0 (MN/m ²)	$\tau_{xz} = \tau_{zx} =$	0 (MN/m ²)

EJERCICIO N° 08: Para el caso descrito en la figura N° 08, se pide:

- 08.01 – Calcular las tensiones principales y las máximas tensiones tangenciales utilizando las expresiones del estado plano;
- 08.02 – Encontrar las direcciones principales y las normales a los planos de tensión tangencial máxima;
- 08.03 – Realizar los gráficos de Mohr completos.



05.06-ET	TP N° 06: Estado de Tensión - ET	0			Todos	Pág.:	6
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de:	7



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE ESTABILIDAD



ESTABILIDAD II – 84.03

EJERCICIOS N° 09: Demostrar teóricamente las siguientes consignas:

09.01 - Demostrar que si $\sigma_1 \neq \sigma_2 = \sigma_3$; las tensiones correspondientes a planos normales al plano en que actúa σ_1 , resultan iguales entre sí e iguales a $\sigma_2 = \sigma_3$.

09.02 - Demostrar que si $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$; las tensiones en los infinitos planos que pasan por el punto son iguales entre sí e iguales a las tensiones principales.

09.03 - Demostrar que si $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$; en los infinitos planos restantes existen tensiones tangenciales.

09.04 - Para un estado hidrostático de tensiones se pide representarlo a través de las circunferencias de Mohr, indicando las ubicaciones de los centros de las circunferencias fundamentales de Mohr, sus radios y sus extremos, y las tensiones tangenciales máximas y mínimas.

09.05 - Ídem "09.04" pero para un estado de tensión de equitracción.

05.06-ET	TP N° 06: Estado de Tensión - ET	0			Todos	Pág.: 7
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de: 7