

**TRABAJO PRACTICO N° 06:**  
**“ESTADO DE TENSIÓN - ET”**

**EJERCICIOS OBLIGATORIOS:**

- Ejercicio N°02
- Ejercicio N°03 figura 03.01
- Ejercicio N°05.02
- Ejercicio N°06.01
- Ejercicio N°07.02

**EJERCICIOS N° 01:** Para el estado de tensión de un punto dado de un cuerpo, se pide:

- 01.01 – Clasificar el estado de tensión mediante la determinación de los invariantes e interpretar el resultado;
- 01.02 – Determinar vectorialmente y en módulo los siguientes vectores:  $\rho_\alpha$ ,  $\sigma_\alpha$  y  $\tau_\alpha$  para un plano pasante por el punto, cuya normal n, forma ángulos  $\alpha'$  y  $\beta'$  con los ejes coordenados x e y respectivamente;
- 01.03 - Determinar las tensiones principales;
- 01.04 - Determinar las direcciones principales 1, 2 y 3 calculando los cosenos directores de los planos principales;
- 01.05 - Verificar con el tensor principal hallado, los valores de  $\sigma$  y  $\tau$ , asociados al plano “X”;
- 01.06 - Calcular  $\rho$ ,  $\sigma$  y  $\tau$  en un plano cuya normal forma ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  con los ejes 1 y 2 respectivamente;
- 01.07 - Calcular los ángulos que forma  $\rho$  con los ejes principales;
- 01.08 – Descomponer los dos tensores de tensiones calculados, el correspondiente a la terna (O;X;Y;Z) y el determinado en base a la terna principal, en los tensores esférico y desviador.

DATOS:

|                          |                          |             |     |
|--------------------------|--------------------------|-------------|-----|
| $\tau_{XY} = \sigma_X =$ | 80 (MN/m <sup>2</sup> )  | $\alpha' =$ | 30° |
| $\tau_{ZX} = \sigma_Z =$ | 40 (MN/m <sup>2</sup> )  | $\beta' =$  | 80° |
| $\sigma_Y =$             | -10 (MN/m <sup>2</sup> ) | $\alpha =$  | 40° |
| $\tau_{YZ} =$            | 80 (MN/m <sup>2</sup> )  | $\beta =$   | 70° |

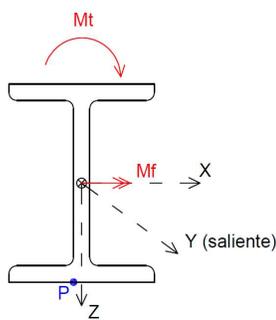


**EJERCICIO N° 02:** Para cada uno de los estados de tensión mostrados a través de cubos elementales, se pide:

- 02.01 - Dibujar los cubos elementales en los puntos indicados con el estado de tensión asociado, indicando claramente las tensiones generadas con dirección y sentido;
- 02.02 - Escribir el tensor de tensiones;
- 02.03 - Calcular los invariantes;
- 02.04 - Clasificar el estado de tensión en función de los invariantes y mediante la obtención del tensor principal;
- 02.05 - Calcular las tensiones y las direcciones principales, y representarlas a través de un esquema 3D;
- 02.06 - Representar todo lo calculado precedentemente por medio de las Circunferencias de Mohr, indicando todos los elementos característicos (polos, trazas, tensiones actuantes en terna – (0;X;Y;Z) – y tensiones principales);

**EJERCICIO N° 02 - FIGURA N° 02:**

**EJERCICIO N° 02.01:**

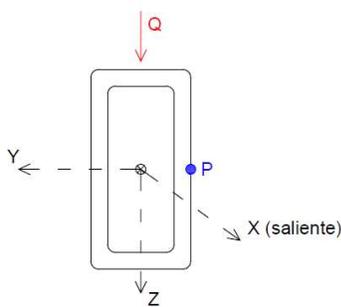


**FIG. N° 02.01**

IPN sometido a momento flector y corte. En el punto P, las tensiones generadas por cada esfuerzo son las indicadas a continuación.

$$|Tensión_{Mf}| = |Tensión_{Vf}| = 50.0 \text{ MN/m}^2$$

**EJERCICIO N° 02.02:**

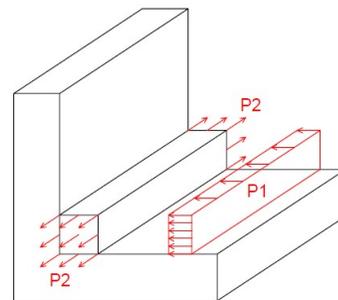


**FIG. N° 02.02**

Sección rectangular hueca sometida a corte. En el punto P, las tensiones generadas por el corte es la indicada a continuación.

$$|Tensión_Q| = 50.0 \text{ kN/m}^2$$

**EJERCICIO N° 02.03:**



**FIG. N° 02.03**

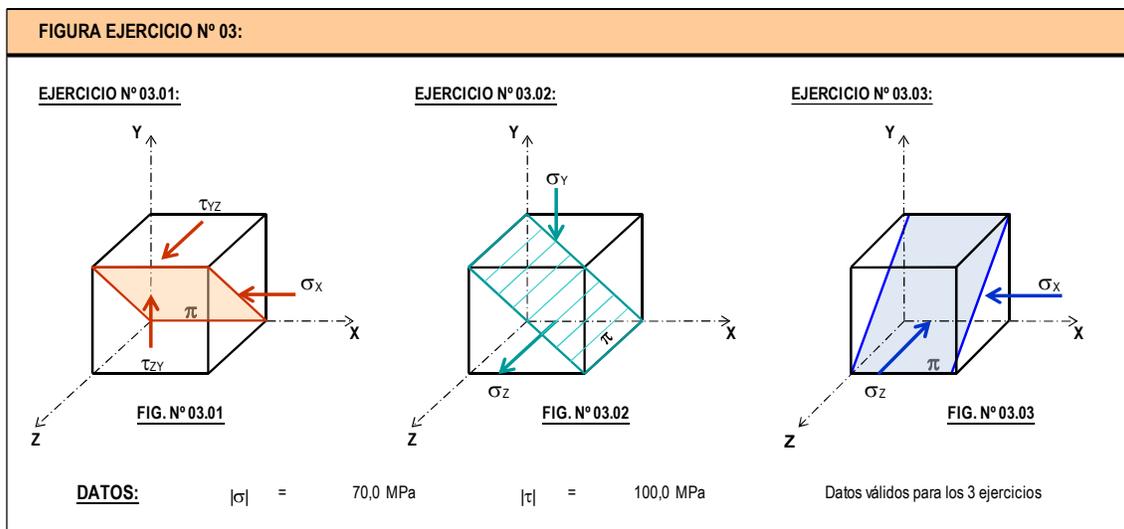
Barra de sección cuadrada apoyada sobre muros infinitamente rígidos sometida a P1 y P2. Despreciar rozamiento.

$$|P_1| = |P_2| = 50.0 \text{ MN/m}^2$$

|          |                                      |      |      |          |        |         |
|----------|--------------------------------------|------|------|----------|--------|---------|
| 05.06-ET | TP N° 06: Estado de Tensión - ET     | 0    | 2022 | 1        | Todos  | Pág.: 2 |
| TP N°    | CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION | REV. | AÑO  | CUATRIM. | CURSOS | de: 7   |

**EJERCICIO N° 03:** Para cada uno de los cubos elementales de la figura N° 03, se pide:

- 03.01 – Determinar el tensor de tensiones correspondiente a cada cubo elemental indicado;
- 03.02 – Clasificar el estado de tensión;
- 03.03 – Determinar las tensiones principales;
- 03.04 – Determinar los cosenos directores de las direcciones principales referidos a la terna de las figuras;
- 03.05 – Calcular las tensiones tangenciales máximas en función de las tensiones principales;
- 03.06 – Representar todo lo calculado precedentemente por medio de las Circunferencias de Mohr, indicando todos los elementos característicos (polos, trazas, tensiones actuantes en terna – (0;X;Y;Z) – y tensiones principales);
- 03.07 – Calcular las tensiones asociadas al plano sombreado de cada cubo elemental



**EJERCICIO N° 04:** En un punto de un sólido se sabe que Z es una dirección principal siendo  $\sigma_z = 0$ , la correspondiente tensión principal. Conociendo  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  se pide determinar:

- 04.01 - Las otras dos tensiones principales y direcciones principales;
- 04.02 - El vector tensión  $\rho$  y sus componentes  $\sigma$  y  $\tau$  en un plano de eje sostén Z, y cuya normal forme un ángulo  $\alpha'_n = 30^\circ$  con el eje X (tomado de X a Y);
- 04.03 - La tensión tangencial máxima, en los infinitos planos pasantes por el punto y las direcciones de las normales a los planos en que actúan (y las tensiones normales respectivas asociadas a ellos).

**DATOS:**             $\sigma_x = \text{IDEM EJ N° 01}$              $\sigma_y = \text{IDEM EJ N° 01}$              $\tau_{xy} = \sigma_x / 2$

|          |                                      |      |      |          |        |         |
|----------|--------------------------------------|------|------|----------|--------|---------|
| 05.06-ET | TP N° 06: Estado de Tensión - ET     | 0    | 2022 | 1        | Todos  | Pág.: 3 |
| TP N°    | CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION | REV. | AÑO  | CUATRIM. | CURSOS | de: 7   |

**EJERCICIO N° 05:** Para cada uno de los estados tensionales que se indican por medio de la siguiente tabla de datos, se pide:

- 05.01 – Para los ítems 05.01 y 05.02, dibujar los cubos elementales en los puntos indicados con el estado de tensión asociado, indicando claramente las tensiones generadas con dirección y sentido;
- 05.02 – Determinar el tensor de tensiones correspondiente a cada estado;
- 05.03 – Dibujar el cubo elemental mostrando las tensiones actuantes;
- 05.04 – Clasificar el estado de tensión;
- 05.05 – Determinar las tensiones principales;
- 05.06 – Determinar los cosenos directores de las direcciones principales referidos a la terna de las figuras;
- 05.07 – Calcular las tensiones,  $\rho_\pi$ ,  $\sigma_\pi$  y  $\tau_\pi$ , asociadas al plano que se indica a través de los cosenos directores de su normal

| VARIABLE    | EJ. N° 05.01 | EJ. N° 05.02 | EJ. N° 05.03 |
|-------------|--------------|--------------|--------------|
| $\sigma_x$  | 50           | $\text{¿?}$  | 0            |
| $\sigma_y$  | 50           | $\text{¿?}$  | 80           |
| $\sigma_z$  | 50           | $\text{¿?}$  | 80           |
| $\tau_{xy}$ | 0            | $\text{¿?}$  | 0            |
| $\tau_{xz}$ | 0            | $\text{¿?}$  | 0            |
| $\tau_{yz}$ | 0            | $\text{¿?}$  | 80           |
| $\alpha$    | 80°          | $\text{¿?}$  | 90°          |
| $\beta$     | 35°          | 90°          | 45°          |
| $\gamma$    | $\text{¿?}$  | 28°          | $\text{¿?}$  |

Las unidades de las tensiones están expresadas en “MPa”.

EJ. N°05.02: El Titanic se encuentra a aproximadamente 4000 metros de profundidad en algún punto del océano atlántico entre el Reino Unido y Estados Unidos. Suponiendo que tiene un largo de 269 metros y una altura de 53 metros, ¿cuál será la mayor diferencia de tensión entre 2 puntos pertenecientes a su estructura? ¿Por qué sería correcto afirmar que todos los puntos se encuentran sometidos al mismo estado tensional? Resolver este punto para ese estado de tensiones.



**EJERCICIO N° 06:** La tensión en un punto interior de un cuerpo es la suma de los dos estados representados en las siguientes figuras. Se requiere que se determine para cada caso:

- 06.01 - El estado de tensión resultante (tensor de tensiones total) expresado en la terna que se indica en cada caso;
- 06.02 - Las tensiones principales del estado resultante de tensiones;
- 06.03 - Las direcciones principales del estado resultante de tensiones.

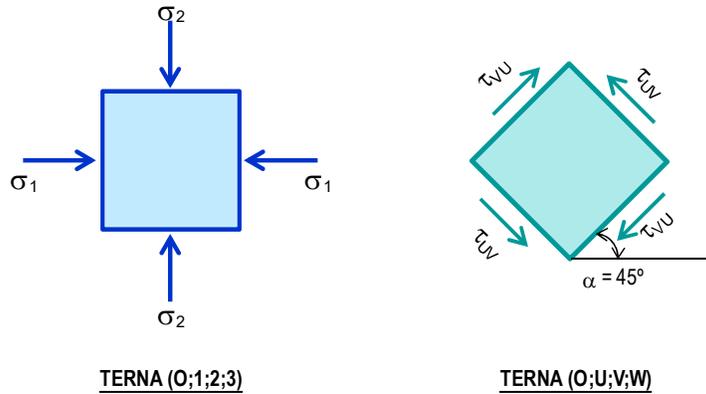
**EJERCICIO N° 06.01 - FIGURA N° 06.01:**

El estado de tensión resultante deberá expresarse en la terna (O; X; Y; Z); así como todas las determinaciones requeridas.

| DATOS        |           |                             |              |
|--------------|-----------|-----------------------------|--------------|
| $\sigma_0 =$ | 60,00 MPa | $\text{Ang}(XU) = \mu =$    | $30,0^\circ$ |
|              |           | $\text{Ang}(YV) = \nu =$    | $30,0^\circ$ |
|              |           | $\text{Ang}(ZW) = \omega =$ | $0,0^\circ$  |



**EJERCICIO N° 06.02 - FIGURA N° 06.02:**



**DATOS:**  $|\sigma_1| = |\sigma_2| = |\tau_{UV}|$

El estado de tensión resultante deberá expresarse en la terna (O; X; Y; Z); así como todas las determinaciones requeridas.

**EJERCICIOS N° 07:** Para el estado de tensión de un punto dado de un cuerpo, se pide determinar y calcular:

- 07.01 – Escribir el tensor de tensiones y representarlo gráficamente mediante un cubo elemental de tensiones;
- 07.02 – Clasificar el estado de tensión;
- 07.03 - Determinar las tensiones principales;
- 07.04 - Determinar las direcciones principales 1, 2 y 3 calculando los cosenos directores de los planos principales;
- 07.05 - Calcular  $\rho$ ,  $\sigma$  y  $\tau$  para un plano  $\pi$  cuya normal forma ángulos  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$  y  $\gamma = 90^\circ$  con los ejes X, Y y Z respectivamente;
- 07.06 – Realizar la representación del estado tensional mediante la construcción de Mohr considerando al mismo como un estado plano.
- 07.07 – Determinar con ambas construcciones las tensiones correspondientes al plano  $\pi$  del punto 07.05;
- 07.08 – Verificar analíticamente los valores obtenidos para el plano  $\pi$  del punto 07.05, pero referido a la terna principal;
- 07.09 – Descomponer el tensor de tensiones en un tensor esférico y en uno desviador;
- 07.10 – Calcular las tensiones octaédricas y representarlas gráficamente.

Nota: La normal del plano octaédrico forma el mismo ángulo con las tres direcciones principales ( $1/\sqrt{3}$ ,  $1/\sqrt{3}$ ,  $1/\sqrt{3}$ )

**DATOS:**

|               |                          |                           |                          |
|---------------|--------------------------|---------------------------|--------------------------|
| $\sigma_x =$  | -60 (MN/m <sup>2</sup> ) | $\sigma_y =$              | 60 (MN/m <sup>2</sup> )  |
| $\tau_{xy} =$ | -40 (MN/m <sup>2</sup> ) | $\tau_{yx} =$             | -40 (MN/m <sup>2</sup> ) |
| $\sigma_z =$  | 0 (MN/m <sup>2</sup> )   | $\tau_{xz} = \tau_{zx} =$ | 0 (MN/m <sup>2</sup> )   |

|          |                                      |      |      |          |        |         |
|----------|--------------------------------------|------|------|----------|--------|---------|
| 05.06-ET | TP N° 06: Estado de Tensión - ET     | 0    | 2022 | 1        | Todos  | Pág.: 6 |
| TP N°    | CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION | REV. | AÑO  | CUATRIM. | CURSOS | de: 7   |

**EJERCICIOS N° 08:** Demostrar teóricamente las siguientes consignas:

08.01 - Demostrar que si  $\sigma_1 \neq \sigma_2 = \sigma_3$ ; las tensiones correspondientes a planos normales al plano en que actúa  $\sigma_1$ , resultan iguales entre sí e iguales a  $\sigma_2 = \sigma_3$ .

08.02 - Demostrar que si  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ; las tensiones en los infinitos planos que pasan por el punto son iguales entre sí e iguales a las tensiones principales.

08.03 - Demostrar que si  $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ; en los infinitos planos restantes existen tensiones tangenciales.

08.04 - Para un estado hidrostático de tensiones se pide representarlo a través de las circunferencias de Mohr, indicando las ubicaciones de los centros de las circunferencias fundamentales de Mohr, sus radios y sus extremos, y las tensiones tangenciales máximas y mínimas.

08.05 - Ídem "08.04" pero para un estado de tensión de equitracción.

|          |                                      |      |      |          |        |         |
|----------|--------------------------------------|------|------|----------|--------|---------|
| 05.06-ET | TP N° 06: Estado de Tensión - ET     | 0    | 2022 | 1        | Todos  | Pág.: 7 |
| TP N°    | CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION | REV. | AÑO  | CUATRIM. | CURSOS | de: 7   |