TRABAJO PRACTICO Nº 06:
"ESTADO DE TENSIÓN, ESTADO DE DEFORMACIÓN Y TEORÍA DE ESTADOS LÍMITES - ET, ED y TEL"

EJERCICIOS OBLIGATORIOS:

- Ejercicio N°01
- Ejercicio N°03
- Ejercicio N°08
- Ejercicio N°13
- Ejercicio N°16
- Ejercicio N°17
- Ejercicio N°23
- Ejercicio N°24

EJERCICIOS Nº 01: Para el estado de tensión de un punto dado de un cuerpo, se pide:

- **a.** Clasificar el estado de tensión mediante la determinación de los invariantes e interpretar el resultado;
- **b.** Determinar vectorialmente y en módulo los siguientes vectores: 〉〈, ⌠〈 y ∣〈 para un plano pasante por el punto, cuya normal n, forma ángulos 〈' y ®' con los ejes coordenados x e y respectivamente;
- **c.** Determinar las tensiones principales;
- **d.** Determinar las direcciones principales 1, 2 y 3 calculando los cosenos directores de los planos principales;
- **e.** Verificar con el tensor principal hallado, los valores de ⌠ y ∣, asociados al plano "X";
- **f.** Calcular 〉, ⌠ y ∣ en un plano cuya normal forma ángulos 〈 y ® con los ejes 1 y 2 respectivamente;
- **g.** Calcular los ángulos que forma 〉 con los ejes principales;
- **h.** Descomponer los dos tensores de tensiones calculados, el correspondiente a la terna (O;X;Y;Z) y el determinado en base a la terna principal, en los tensores esférico y desviador.

DATOS:

$\tau_{XY} = \sigma_X =$	80 (MN/m^2)	$\alpha' =$	30°
$\tau_{ZX} = \sigma_Z =$	40 (MN/m^2)	$\beta' =$	80°
$\sigma_Y =$	-10 (MN/m^2)	$\alpha =$	40°
$\tau_{YZ} =$	80 (MN/m^2)	$\beta =$	70°

EJERCICIO Nº 02: Para cada uno de los estados de tensión mostrados a través de cubos elementales, se pide:

- **a.** Dibujar los cubos elementales en los puntos indicados con el estado de tensión asociado, indicando claramente las tensiones generadas con dirección y sentido;
- **b.** Escribir el tensor de tensiones;
- **c.** Calcular los invariantes;
- **d.** Clasificar el estado de tensión en función de los invariantes y mediante la obtención del tensor principal;
- **e.** Calcular las tensiones y las direcciones principales, y representarlas a través de un esquema 3D;
- **f.** Representar todo lo calculado precedentemente por medio de las Circunferencias de Mohr, indicando todos los elementos característicos (polos, trazas, tensiones actuantes en terna – (0;X;Y;Z) – y tensiones principales);

EJERCICIO Nº 02.01:

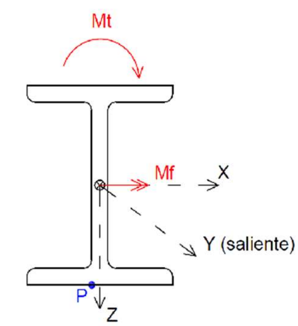


FIG. Nº 02.01

IPN sometido a momento flector y corte. En el punto P, las tensiones generadas por cada esfuerzo son las indicadas a continuación.

$|Tensión_M| = |Tensión_M| = 50.0$ MN/m^2

EJERCICIO Nº 02.02:

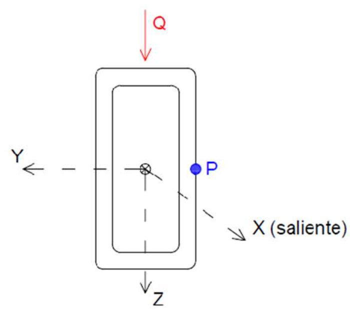


FIG. Nº 02.02

Sección rectangular hueca sometida a corte. En el punto P, las tensiones generadas por el corte es la indicada a continuación.

$|Tensión_Q| = 50.0$ kN/m^2

EJERCICIO Nº 02.03:

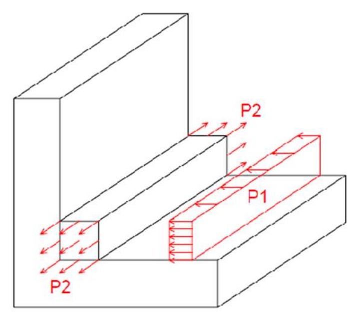


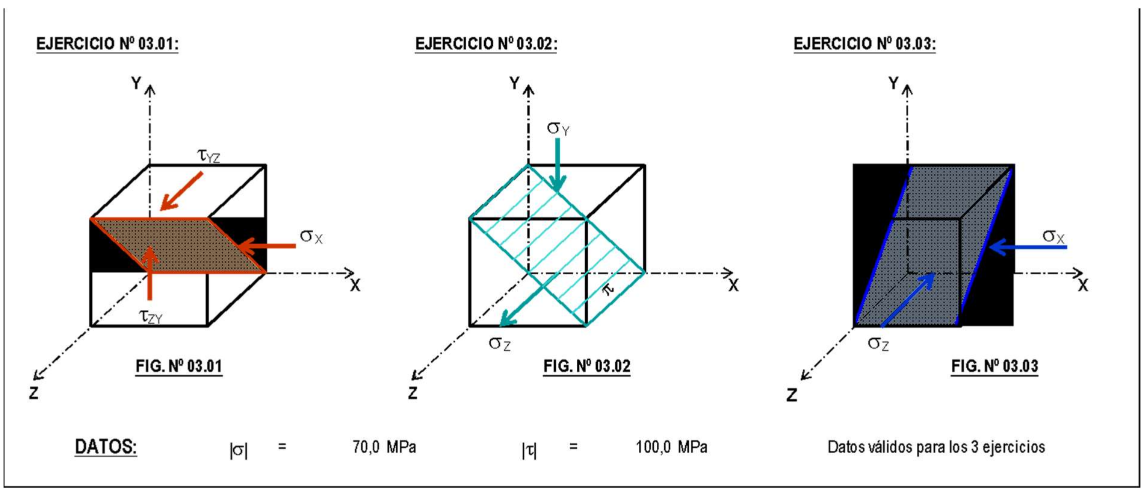
FIG. Nº 02.03

Barra de sección cuadrada apoyada sobre muros infinitamente rígidos sometida a P1 y P2. Despreciar rozamiento.

$|P_1| = |P_2| = 50.0$ MN/m^2

EJERCICIO Nº 03: Para cada uno de los cubos elementales de la figura Nº 03, se pide:

- **a.** Determinar el tensor de tensiones correspondiente a cada cubo elemental indicado;
- **b.** Clasificar el estado de tensión;
- **c.** Determinar las tensiones principales;
- **d.** Determinar los cosenos directores de las direcciones principales referidos a la terna de las figuras;
- **e.** Calcular las tensiones tangenciales máximas en función de las tensiones principales;
- **f.** Representar todo lo calculado precedentemente por medio de las Circunferencias de Mohr, indicando todos los elementos característicos (polos, trazas, tensiones actuantes en terna – (0;X;Y;Z) – y tensiones principales);
- **g.** Calcular las tensiones asociadas al plano sombreado de cada cubo elemental.



EJERCICIO Nº 04: En un punto de un sólido se sabe que Z es una dirección principal siendo σ_z = 0, la correspondiente tensión principal. Conociendo σ_x, σ_y, τ_{xy} se pide determinar:

- **a.** Las otras dos tensiones principales y direcciones principales;
- **b.** El vector tensión ρ y sus componentes σ y τ en un plano de eje sostén Z, y cuya normal forme un ángulo α'_n = 30° con el eje X (tomado de X a Y);
- **c.** La tensión tangencial máxima, en los infinitos planos pasantes por el punto y las direcciones de las normales a los planos en que actúan (y las tensiones normales respectivas asociadas a ellos).

DATOS: **σ_x = IDEM EJ Nº 01** **σ_y = IDEM EJ Nº 01** **τ_{xy} = σ_x /2**

EJERCICIO Nº 05: Para cada uno de los estados tensionales que se indican por medio de la siguiente tabla de datos, se pide:

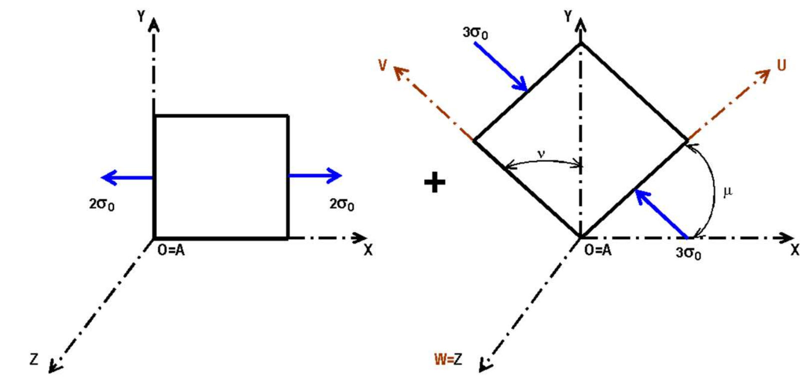
- **a.** Para los ítems 05.01 y 05.02, dibujar los cubos elementales en los puntos indicados con el estado de tensión asociado, indicando claramente las tensiones generadas con dirección y sentido;
- **b.** Determinar el tensor de tensiones correspondiente a cada estado;
- **c.** Dibujar el cubo elemental mostrando las tensiones actuantes;
- **d.** Clasificar el estado de tensión;
- **e.** Determinar las tensiones principales;
- **f.** Determinar los cosenos directores de las direcciones principales referidos a la terna de las figuras;
- **g.** Calcular las tensiones, ρ_π, σ_π y τ_π, asociadas al plano que se indica a través de los cosenos directores de su normal

VARIABLE	EJ. Nº 05.01	EJ. Nº 05.02	EJ. Nº 05.03
σ_X	50	¿?	0
σ_Y	50	¿?	80
σ_Z	50	¿?	80
τ_{XY}	0	¿?	0
τ_{XZ}	0	¿?	0
τ_{YZ}	0	¿?	80
α	80º	¿?	90º
β	35º	90º	45º
γ	¿?	28º	¿?

Las unidades de las tensiones están expresadas en **"MPa"**.

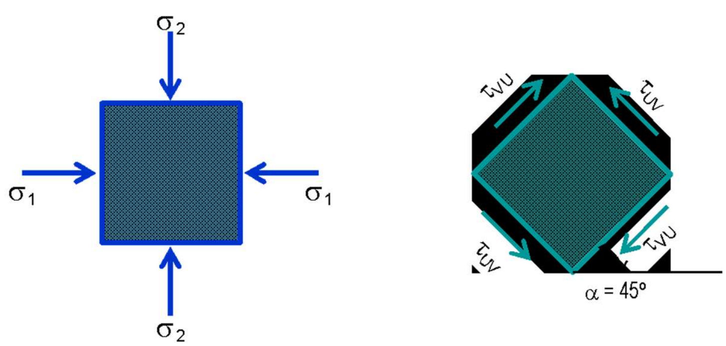
EJERCICIO Nº 06: La tensión en un punto interior de un cuerpo es la suma de los dos estados representados en las siguientes figuras. Se requiere que se determine para cada caso:

- **a.** El estado de tensión resultante (tensor de tensiones total) expresado en la terna que se indica en cada caso;
- **b.** Las tensiones principales del estado resultante de tensiones;
- **c.** Las direcciones principales del estado resultante de tensiones.



El estado de tensión resultante deberá expresarse en la terna (O; X; Y; Z); así como todas las determinaciones requeridas.

DATOS						
σ_0 =	60,00 MPa	Áng(XU)	=	μ	=	30,0 °
		Áng(YV)	=	ν	=	30,0 °
		Áng(ZW)	=	ω	=	0,0 °



TERNA (O;1;2;3)

TERNA (O;U;V;W)

DATOS: $|\sigma_1| = |\sigma_2| = |\tau_{UV}|$

El estado de tensión resultante deberá expresarse en la terna (O; X; Y; Z); así como todas las determinaciones requeridas.

EJERCICIOS Nº 07: Para el estado de tensión de un punto dado de un cuerpo, se pide determinar y calcular:

- **a.** Escribir el tensor de tensiones y representarlo gráficamente mediante un cubo elemental de tensiones;
- **b.** Clasificar el estado de tensión;
- **c.** Determinar las tensiones principales;
- **d.** Determinar las direcciones principales 1, 2 y 3 calculando los cosenos directores de los planos principales;
- **e.** Calcular **rho, sigma y tau** para un plano π cuya normal forma ángulos 30º con X, 60º con Y y 90º con Z;
- **f.** Realizar la representación del estado tensional mediante la construcción de Mohr considerando al mismo como un
- **g.** estado plano.
- **h.** Determinar con ambas construcciones las tensiones correspondientes al plano π del punto 07.05;
- **i.** Verificar analíticamente los valores obtenidos para el plano π del punto 07.05, pero referido a la terna principal;
- **j.** Descomponer el tensor de tensiones en un tensor esférico y en uno desviador;
- **k.** Calcular las tensiones octaédricas y representarlas gráficamente.

DATOS:

σ_X =	-60 (MN/m^2)	σ_Y =	60 (MN/m^2)
τ_{XY} =	-40 (MN/m^2)	τ_{YX} =	-40 (MN/m^2)
σ_Z =	0 (MN/m^2)	$\tau_{XZ} = \tau_{ZX}$ =	0 (MN/m^2)

EJERCICIOS Nº 08: Demostrar analítica y gráficamente las siguientes consignas:

a. Demostrar que si $\sigma_1 \neq \sigma_2 = \sigma_3$; las tensiones correspondientes a planos normales al plano en que actúa $\sigma 1$, resultan iguales entre sí e iguales a $\sigma_2 = \sigma_3$.

b. Demostrar que si $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$; las tensiones en los infinitos planos que pasan por el punto son iguales entre sí e iguales a las tensiones principales.

c. Demostrar que si $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$; en los infinitos planos restantes existen tensiones tangenciales.

d. Para un estado hidrostático de tensiones se pide representarlo a través de las circunferencias de Mohr, indicando las ubicaciones de los centros de las circunferencias fundamentales de Mohr, sus radios y sus extremos, y las tensiones tangenciales máximas y mínimas.

e. Ídem “d” pero para un estado de tensión de equitracción.

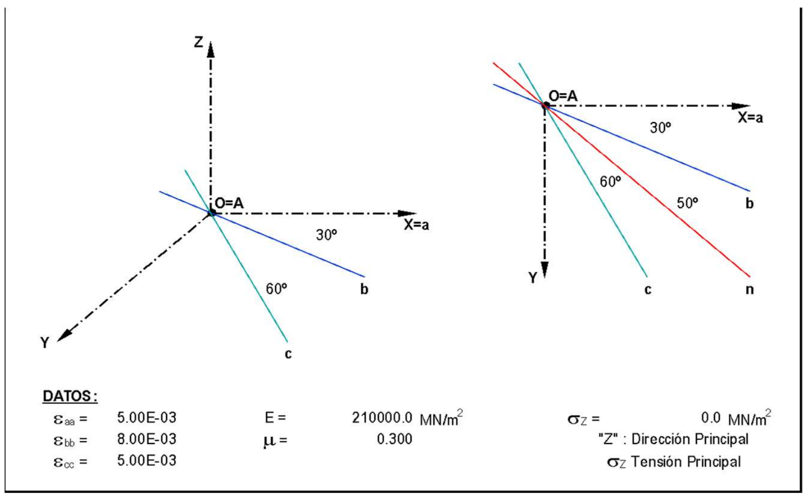
EJERCICIO Nº 09: El estado de deformación en el entorno de un punto está caracterizado por:

$\varepsilon_{XX} = 4{,}5.10^{-4}$	$\varepsilon_{XY} = -3{,}0.10^{-4}$	$\varepsilon_{YY} = 6{,}5.10^{-4}$	$\varepsilon_{XZ} = 8{,}0.10^{-4}$
$\varepsilon_{ZZ} = -5{,}0.10^{-4}$	$\varepsilon_{ZY} = 2{,}0.10^{-4}$		

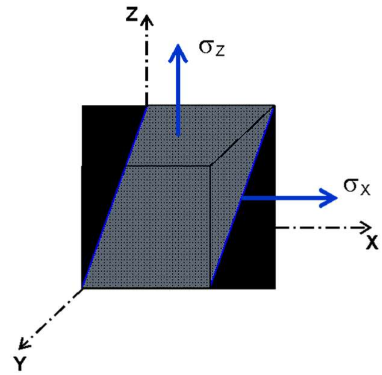
- **a.** Construir el tensor de deformaciones $[TD]_{XYZ}$ en la terna (O,X,Y,Z);
- **b.** A partir de $[TD]_{XYZ}$, calcular los invariantes y clasificar el estado de deformación;
- **c.** Calcular el vector deformación específica y sus componentes, vectorialmente y en módulo, para la dirección "n1" que forma los siguientes ángulos con los tres ejes coordenados: $\alpha_1 = 30°$, $\beta_1 = 75°$, $\gamma_1 =$ ¿?;
- **d.** Calcular la deformación específica longitudinal asociada a la dirección "n1", expresando sus componentes vectorialmente y su módulo;
- **e.** Calcular la deformación específica transversal asociada a la dirección "n1", expresando sus componentes vectorialmente y su módulo;
- **f.** Calcular la deformación volumétrica;
- **g.** Calcular las deformaciones específicas principales y sus direcciones, construyendo el $[TD]_{123}$;
- **h.** A partir del $[TD]_{123}$, verificar los invariantes y el estado de deformación;
- **i.** Descomponer los tensores $[TD]_{XYZ}$ y $[TD]_{123}$ en sus componentes esféricas y desviadoras.

EJERCICIO Nº 10: Para el estado de deformación definido por las deformaciones específicas longitudinales para tres direcciones concurrentes, correspondientes a un estado plano de tensiones se pide:

- **a.** Determinar analíticamente las deformaciones específicas principales y las direcciones principales;
- **b.** Determinar analíticamente, mediante la relación entre tensiones y deformaciones, las tensiones principales;
- **c.** Calcular εn, εnn y εnt para una dirección "n" que forma un ángulo α = 50º con el eje "X" y γ = 90º con el "Z".



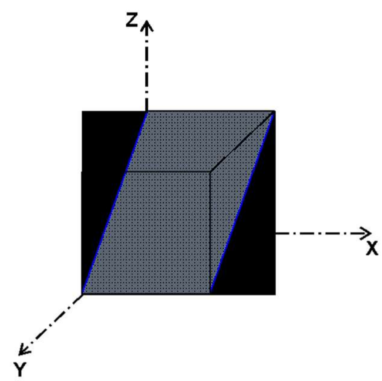
EJERCICIO Nº 11: Para el estado de tensión dado, se pide determinar las deformaciones específicas asociadas a la dirección normal del plano "**π**".



DATOS:

$|\sigma_X|$ = 80.0 MN/m^2
$|\sigma_Z|$ = 40.0 MN/m^2
E = 210000.0 MN/m^2
μ = 0.300

EJERCICIO Nº 12: Dado el siguiente estado de deformación, correspondiente a un estado plano de tensión, se pide determinar las deformaciones específicas asociadas a la dirección normal del plano "**π**".



DATOS:

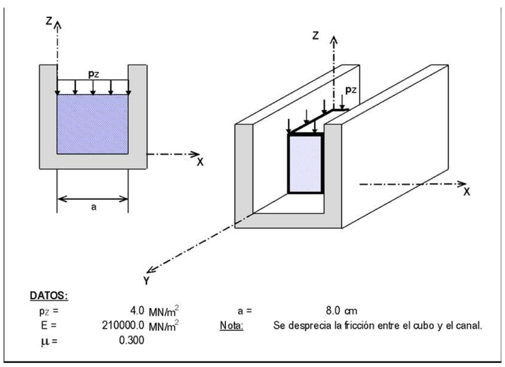
σ_Z = 0.0 MN/m^2
τ_{XY} = 0.0 MN/m^2
E = 210000.0 MN/m^2
μ = 0.300
ε_{XX} = 4 . E-03
ε_{YY} = 4 . E-03

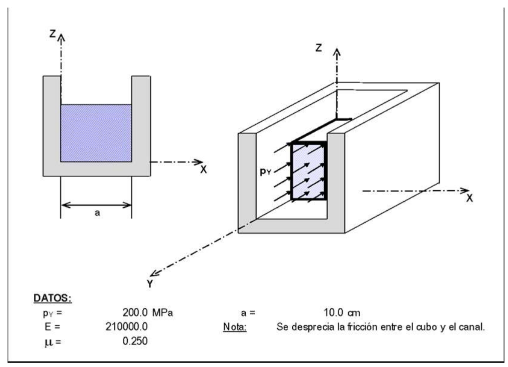
EJERCICIO Nº 13: Para los cubos de las figuras que se muestran a continuación, cargados y ubicados dentro de respectivos canales como se indica en las mismas, y teniendo en cuenta las siguientes tres (3) hipótesis de trabajo:

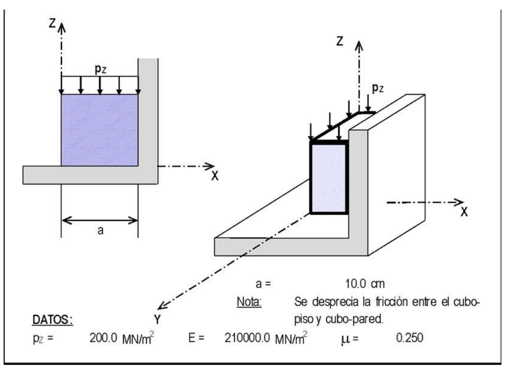
- **i.** Las paredes y los pisos de los canales deberán considerarse como **"infinitamente rígidos"** o **"indeformables"**;
- **ii.** Entre los cubos y las paredes o el suelo, no existe **"fricción"**, es decir, el **"rozamiento"** deberá considerarse como **"nulo"**;
- **iii.** El peso de los cubos deberán considerarse "nulos" o "totalmente despreciables".

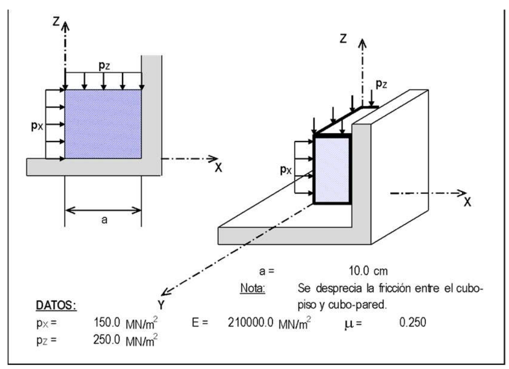
Se pide:

- **a.** Calcular las fuerzas actuantes sobre las caras del cubo;
- **b.** Determinar las longitudes finales de los lados del cubo y las variaciones de longitud de los mismos;
- **c.** Determinar el volumen final del cubo, la variación de volumen del mismo y la deformación volumétrica específica.



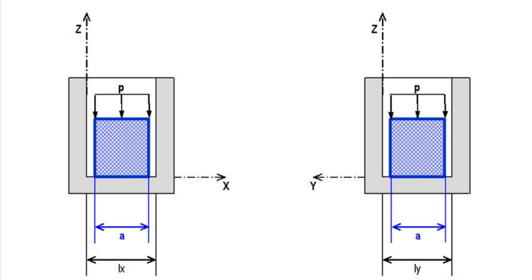






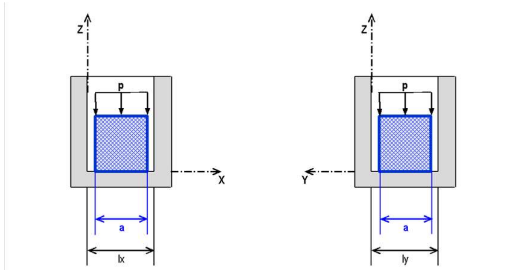
EJERCICIO Nº 14: Los cubos de acero de las figuras están sometidos a una presión "p" en la dirección "Z". Además, se los ubican de manera centrada en una cavidad que tiene dimensiones "lx" y "ly" en las dos direcciones perpendiculares a la dirección de acción de "p". Se pide:

- **a.** Indicar si el cubo puede desarrollar libremente la totalidad de la deformación que impone "p". Si el cubo puede desarrollar libremente la totalidad de la deformación, determinar el valor de ésta. Si no es así, indicar cuál sería ese valor, si pudiese deformarse libremente;
- **b.** Determinar el valor de la presión que el cubo ejerce sobre la cavidad o confinamiento, si es que el cubo no se puede deformar libremente y éste no puede desarrollar la totalidad de la deformación;
- **c.** Verificar el coeficiente de Poisson dado como dato con las deformaciones específicas y con los desplazamientos;
- **d.** Construir el vector tensión y el vector deformación para la situación final, verificando la relación constitutiva entre las tensiones y las deformaciones.



DATOS:

p_Z =	200.0	kN/cm^2	Presión actuante sobre el cubo en la dirección "Z"
a =	5"	pulg	Lado del cubo
lx = ly =	127.25	mm	Lados "X" e "Y" del confinamiento
E =	20000.0	kN/cm^2	Módulo de Elasticidad Longitudinal
μ =	0.250		Coeficiente de Poisson

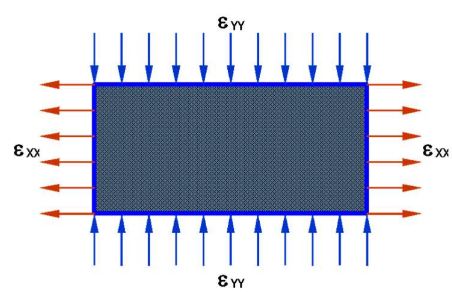


DATOS:

p_Z =	200.0	kN/cm^2	Presión actuante sobre el cubo en la dirección "Z"
a =	5"	pulg	Lado del cubo
lx =	127.25	mm	Lado "X" del confinamiento
ly =	138.50	mm	Lado "Y" del confinamiento
E =	20000.0	kN/cm^2	Módulo de Elasticidad Longitudinal
μ =	0.250		Coeficiente de Poisson

EJERCICIO Nº 15: Una placa de acero rectangular se encuentra sometida a tensiones normales uniformes en las direcciones "X" e "Y", tal como se indica en la figura Nº 07. Mediante el uso de instrumental de laboratorio se miden las deformaciones de las tensiones (ε_X; ε_Y). Se pide:

- **a.** Determinar la deformación faltante y la deformación específica volumétrica;
- **b.** Indicar, justificando adecuadamente la respuesta, cuál es el estado de tensión en el punto;
- **c.** Determinar las tensiones principales y sus respectivas direcciones;
- **d.** Calcular las tensiones tangenciales máximas en función de las tensiones principales;



DATOS:

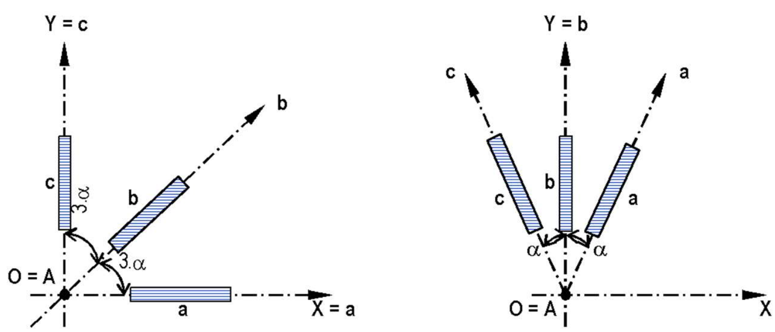
E = 210000.0 MPa
μ = 0.250

ε_{XX} = 335.10-5
ε_{YY} = 65.10-5

EJERCICIO Nº 16: Un cubo metálico tiene una arista de a = 20cm y se lo sumerge en el mar a una profundidad de z = 500m. Siendo el módulo de elasticidad del metal de E = 2,10E4kN/cm^2, y su coeficiente de Poisson de μ = 0,25; se pide calcular la variación de volumen que experimenta el cubo sumergido si la densidad del agua de mar es 1,06 veces la del agua dulce.

EJERCICIO Nº 17: En una chapa sometida a un estado plano de tensión, se conocen las dilataciones para tres direcciones concurrentes a un punto, de acuerdo a la figura Nº 09. Se pide para el haz de direcciones contenidas en el plano de la chapa:

- **a.** Determinar analíticamente las deformaciones específicas principales;
- **b.** Trazar la circunferencia de deformaciones, verificando los resultados obtenidos;
- **c.** Determinar la deformación y la distorsión para una dirección dada R;
- **d.** Determinar analíticamente las tensiones principales y calcular la deformación específica para la dirección normal al
- **e.** plano de la chapa;



DATOS :

a ; b ; c : Extensómetros

ε_{aa} = 1,43.10-3
ε_{bb} = 1,00.10-3
ε_{cc} = 0,57.10-3

μ = 0.20
E = 2.10+5 MPa
α = 15º

EJERCICIO Nº 18: Para un punto "A" de un sólido elástico, se saben, por la acción de fuerzas en equilibrio, las siguientes cuestiones:

- **i.** Solo el ángulo entre dos de las rectas inicialmente perpendiculares pasante por el punto cambia de valor;
- **ii.** En la dirección perpendicular a las dos anteriores, el sólido está impedido de deformarse axilmente;
- **iii.** El volumen encerrado por un cubo elemental unitario que pasa por el punto dado "A" experimenta una variación dada;
- **iv.** Además, se conoce para un plano cualquiera dado, caracterizado por su normal "n", también dada, y pasante por el punto: la tensión normal σn (asociada a dicho plano), pero no se conocen ni la tensión tangencial τn ni el vector ρn asociados a dicho plano.

Se pide:

- **a.** Determinar el tensor de tensiones en la terna (X;Y;Z);
- **b.** Clasificar el estado de tensión.

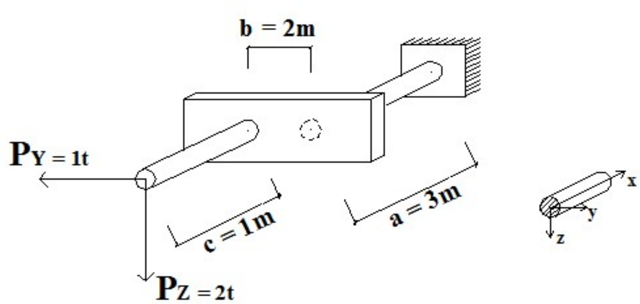
DATOS:

E = 200.000MPa	μ = 0,25	Rectas inicialmente perpendiculares: **Z;X** Cambian su valor a un nuevo ángulo de 89,80º
Variación Volumétrica: $\Delta V / V = - 8.10^{-04}$	Dirección "n": ángulos con los ejes (X;Y;Z) = (30º ; 90º ; 60º) Tensión Normal $\boldsymbol{\sigma_n}$ = -200MPa	Dirección con deformación axil impedida: **Y**

EJERCICIO Nº 19: Previo trazado de los diagramas de características a lo largo de las barras, dimensionar la sección de empotramiento mediante la Teoría de la máxima tensión tangencial (GUEST) y la Teoría de la máxima energía de distorsión por unidad de volumen (V. MISES).

- **a.** Para la sección estudiadas trazar los diagramas de σ y τ.
- **b.** Para la o las fibras analizadas indicar en un cubo elemental el estado tensional.
- **c.** Trazar los círculos de Mohr.

DATOS: **σ_{adm} = 1500 kg/cm²**

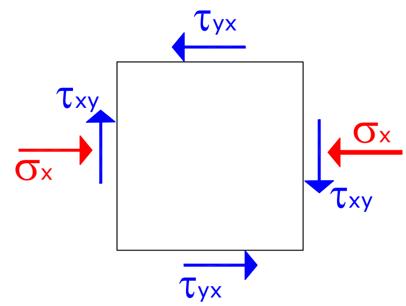


EJERCICIO Nº 20: Calcular la máxima tensión tangencial que pueda alcanzarse τ_{xy} en un punto de la sección sometida a σ_x=|40 kg/cm^2| aplicando la teoría de Mohr. Controlar el valor gráficamente con los círculos de MOHR.

DATOS:

σ_{Rc} = - 130 kg/cm^2 tensión de rotura a compresión del material

σ_{Rt} = + 40kg/cm^2 tensión de rotura a tracción del material



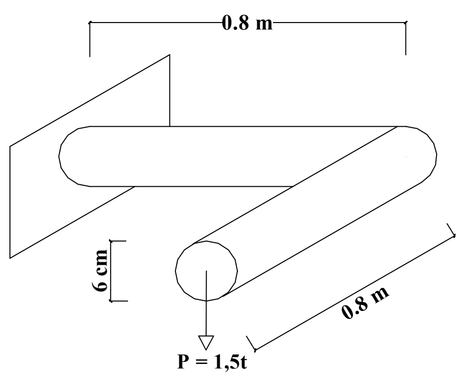
EJERCICIO Nº 21: Para la estructura dada se pide:

a. Verificar la estructura de acero de la figura con la Teoría de la máxima energía de distorsión, considerando un coeficiente de seguridad ν_s = 2, d = 6cm, ¿cuánto vale el coeficiente de seguridad (ν) para las otras teorías?

b. Redimensionar el diámetro mediante la Teoría de la máxima tensión tangencial para igual coeficiente de seguridad

c. Verificar el dimensionamiento realizado en b) en otro punto, que resulte peligroso de la misma sección, mediante las Teorías de máxima tensión principal y máxima deformación específica principal.

DATOS: **σ_{fl} = 2800 kg/cm^2** **E = 2.100.000 kg/cm2** **μ= 0.3**

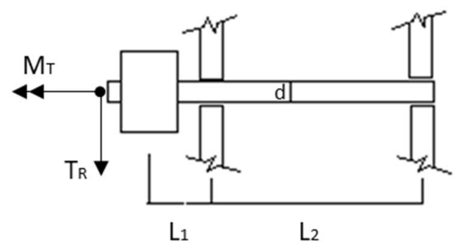


EJERCICIO Nº 22: El árbol de transmisión de la figura es accionado por una polea de radio R, cuya correa de transmisión soporta, en régimen de marcha, esfuerzos de tracción T_1 y T_2 constantes.

Dimensionar el árbol sabiendo que el material es acero, aplicando las teorías de la máxima tensión tangencial y de la máxima energía de distorsión. Verificar aplicando las teorías de máxima tensión principal y de la máxima deformación específica principal.

DATOS:

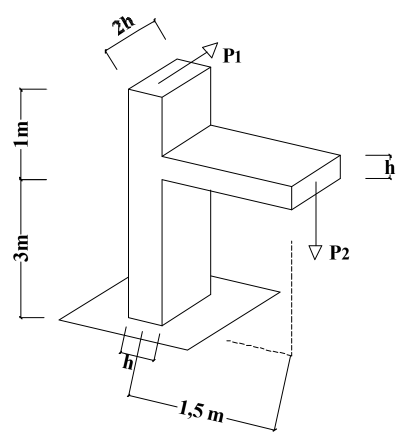
σ_{adm} = 1.400kg/cm²	**T_R = 175kg**	**M_T = 35kg.m**
L_1 = 25cm	**L_2 = 190cm**	**μ = 0,25**



EJERCICIO Nº 23: Para el sistema dado, se pide:

- **a.** Dimensionar la sección más comprometida mediante las Teorías de la máxima energía de distorsión, de la máxima tensión tangencial, de la máxima tensión principal y de la máxima deformación especifica principal.
- **b.** Comparar los resultados obtenidos.

DATOS: **σ_{adm} = 1.200 kg/cm2** **μ= 0.25** **P_1 = 2 t** **P_2 = 1,5 t**

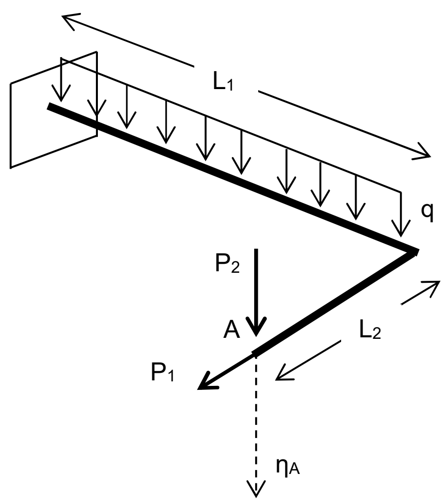


EJERCICIO Nº 24: Para la estructura esquematizada se pide:

a. Trazar los diagramas de características.

b. Calcular los diagramas de tensiones normales y tangenciales para las solicitaciones que correspondan

c. Para la sección más comprometida y los puntos indicados, verificar la condición de resistencia por aplicación de la Teoría de Von Mises. Indicar cubo elemental de tensiones.



Sección: IPN300
H= 30 cm   B = 12.5 cm
$J_y = 9800\ cm^4$ $J_z = 451\ cm^4$
$F = 69\ cm^2$
$t_f = 1.62$ cm $t_w = 1.08$ cm
q = 10 KN/ m
$P_1 = 2$ KN $P_2 = 5$ KN
$L_1 = 200$ cm $L_2 = 40$ cm
$E = 20000\ KN/cm^2$ $G = 8000\ KN/cm^2$
$\sigma_{adm} = 16\ KN/cm^2$