



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE ESTABILIDAD



ESTABILIDAD II "A" – 64.02 (EIIA-64.02) y ESTABILIDAD II – 84.03 (EII-84.03)

TRABAJO PRACTICO N° 02:
"ESTADO DE TENSIÓN - ET"

NOTAS PRELIMINARES:

- I) - Las letras **ABCDE** indican el N° de padrón o legajo de un integrante del GRUPO (si algún número es "cero", adoptar diez - 10 -);
- II) - Todos los datos y resultados deberán ser representados mediante esquemas de cubos elementales asociados a los puntos;
- III) - En todos los esquemas y dibujos que se realicen, deberán indicarse los valores característicos;
- IV) - Cuando en alguna figura no se indique alguna(s) tensión(es), la(s) mismas deberán considerarse nulas;
- V) - Cuando se pida determinar una tensión, la misma deberá ser determinada tanto su vector como su módulo.

EJERCICIOS N° 01: Para el estado de tensión de un punto dado de un cuerpo, se pide:

- 01.01 - Clasificar el estado de tensión mediante la determinación de los invariantes e interpretar el resultado;
- 01.02 - Determinar vectorialmente y en módulo los siguientes vectores: ρ_α , σ_α y τ_α para un plano pasante por el punto, cuya normal n , forma ángulos α' , β' , γ' con los ejes coordenados x , y , z respectivamente;
- 01.03 - Determinar las tensiones principales;
- 01.04 - Determinar las direcciones principales 1, 2 y 3 calculando los cosenos directores de los planos principales, y representarlas gráficamente mediante un esquema 3D;
- 01.05 - Verificar con el tensor principal hallado, los valores de σ y τ , asociados al plano "X";
- 01.06 - Ídem gráficamente aplicando la construcción de Mohr;
- 01.07 - Calcular ρ , σ y τ en un plano cuya normal forma ángulos α y β con los ejes 1 y 2 respectivamente;
- 01.08 - Calcular los ángulos que forma ρ con los ejes principales;
- 01.09 - Verificar el punto "01.07" en la construcción de Mohr;
- 01.10 - Descomponer los dos tensores de tensiones calculados, el correspondiente a la terna (O;X;Y;Z) y el determinado en base a la terna principal, en los tensores esférico y desviador.

DATOS:

$\tau_{xy} = \sigma_x =$	D.10 (MN/m ²)	$\alpha' =$	30°
$\tau_{zx} = \sigma_z =$	E.10 (MN/m ²)	$\beta' =$	80°
$\sigma_y =$	-C.10 (MN/m ²)	$\alpha =$	40°
$\tau_{yz} =$	B.10 (MN/m ²)	$\beta =$	70°

05.02.01-ET	TP N° 02: Estado de Tensión - ET	0	2017	2°	Todos	Pág.: 1
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de: 7



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE ESTABILIDAD

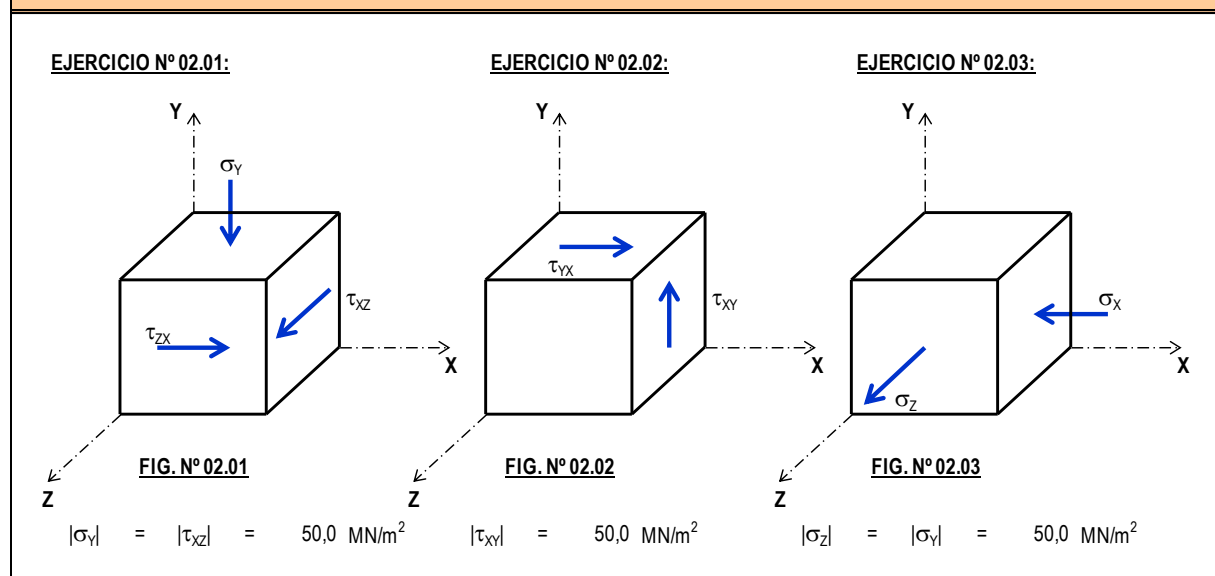


ESTABILIDAD II "A" – 64.02 (EIIA-64.02) y ESTABILIDAD II – 84.03 (EII-84.03)

EJERCICIO N° 02: Para cada uno de los estados de tensión mostrados a través de cubos elementales, se pide:

- 02.01 - Escribir el tensor de tensiones;
- 02.02 - Calcular los invariantes;
- 02.03 - Clasificar el estado de tensión en función de los invariantes y mediante la obtención del tensor principal;
- 02.04 - Calcular las tensiones principales y las direcciones principales, y representarlas a través de un esquema 3D;
- 02.05 - Representar todo lo calculado precedentemente por medio de las Circunferencias de Mohr, indicando todo los elementos característicos (polos, trazas, tensiones actuantes en terna – (0;X;Y;Z) – y tensiones principales);
- 02.06 – Calcular las tensiones octaédricas, sus componentes normal y tangencial, representándolas a través de un esquema 3D.

EJERCICIO N° 02 - FIGURA N° 02:



EJERCICIO N° 03: Para cada uno de los cubos elementales de la figura N° 03, se pide:

- 03.01 – Determinar el tensor de tensiones correspondiente a cada cubo elemental indicado;
- 03.02 – Determinar el estado de tensión en el punto A;
- 03.03 – Determinar las tensiones principales;
- 03.04 – Determinar los cosenos directores de las direcciones principales referidos a la terna de las figuras;
- 03.05 – Calcular las tensiones tangenciales máximas en función de las tensiones principales;
- 03.06 – Calcular las tensiones octaédricas y sus componentes normal y tangencial;
- 03.07 – Representar todo lo calculado precedentemente por medio de las Circunferencias de Mohr, indicando todo los elementos característicos (polos, trazas, tensiones actuantes en terna – (0;X;Y;Z) – y tensiones principales);
- 03.08 – Calcular las tensiones asociadas al plano sombreado de cada cubo elemental y verificarlo mediante la circunferencia de Mohr construida en el inciso 03.07.

05.02.01-ET	TP N° 02: Estado de Tensión - ET	0	2017	2°	Todos	Pág.: 2
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de: 7



ESTABILIDAD II "A" – 64.02 (EIIA-64.02) y ESTABILIDAD II – 84.03 (EII-84.03)

FIGURA EJERCICIO N° 03:

EJERCICIO N° 03.01:

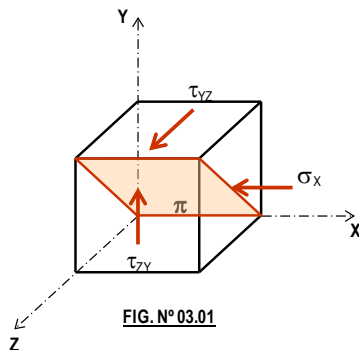


FIG. N° 03.01

EJERCICIO N° 03.02:

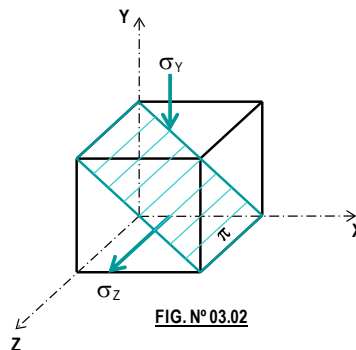


FIG. N° 03.02

EJERCICIO N° 03.03:

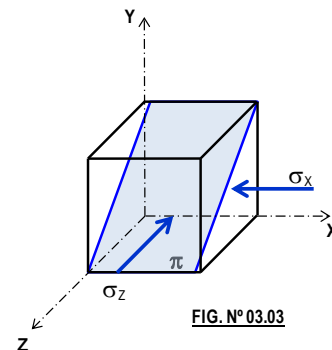


FIG. N° 03.03

DATOS:

$$|\sigma| = 70,0 \text{ MPa}$$

$$|\tau| = 100,0 \text{ MPa}$$

Datos válidos para los 3 ejercicios

EJERCICIO N° 04: En un punto de un sólido se sabe que Z es una dirección principal siendo $\sigma_z = 0$, la correspondiente tensión principal. Conociendo σ_x , σ_y , τ_{xy} se pide analíticamente y mediante la construcción de Mohr, determinar:

04.01 - Las otras dos tensiones principales y direcciones principales;

04.02 - Las tensiones tangenciales máximas y mínimas para el haz de planos cuyo eje sostén es Z, y los planos donde dichas tensiones actúan, así como las tensiones normales asociadas a dichos planos;

04.03 - El vector tensión ρ y sus componentes σ y τ en un plano de eje sostén Z, y cuya normal forme un ángulo $\alpha'_n = 30^\circ$ con el eje X (tomado de X a Y);

04.04 - La tensión tangencial máxima y la tensión tangencial mínima, en los infinitos planos pasantes por el punto y las direcciones de las normales a los planos en que actúan (y las tensiones normales respectivas asociadas a ellos).

DATOS:

$$\sigma_x = \text{IDEM EJ N° 01}$$

$$\sigma_y = \text{IDEM EJ N° 01}$$

$$\tau_{xy} = \sigma_x / 2$$

EJERCICIO N° 05: Para cada uno de los estados tensionales que se indican por medio de la siguiente tabla de datos, se pide:

05.01 – Determinar el tensor de tensiones correspondiente a cada estado;

05.02 – Dibujar el cubo elemental mostrando las tensiones actuantes;

05.03 – Determinar el estado de tensión en el punto A;

05.04 – Determinar las tensiones principales;

05.05 – Determinar los cosenos directores de las direcciones principales referidos a la terna de las figuras;

05.06 – Representar todo lo calculado precedentemente por medio de las Circunferencias de Mohr, indicando todo los elementos característicos (polos, trazas, tensiones actuantes en terna – (0;X;Y;Z) – y tensiones principales);

05.07 – Calcular las tensiones, ρ_{π} , σ_{π} y τ_{π} , asociadas al plano que se indica a través de los cosenos directores de su normal, y verificarlo mediante la circunferencia de Mohr construida en el inciso 05.06.

05.02.01-ET	TP N° 02: Estado de Tensión - ET	0	2017	2°	Todos	Pág.: 3
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de: 7



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE ESTABILIDAD



ESTABILIDAD II "A" – 64.02 (EIIA-64.02) y ESTABILIDAD II – 84.03 (EII-84.03)

VARIABLE	EJ. N° 05.01	EJ. N° 05.02	EJ. N° 05.03
σ_x	50	-60	0
σ_y	50	-60	80
σ_z	50	-60	80
τ_{xy}	0	0	0
τ_{xz}	0	0	0
τ_{yz}	0	0	80
α	80°	???	90°
β	35°	90°	45°
γ	???	28°	???

NOTAS PRELIMINARES:

VI) - Las unidades de las tensiones están expresadas en "MPa".

EJERCICIO N° 06: La tensión en un punto interior de un cuerpo es la suma de los dos estados representados en las siguientes figuras. Se requiere que se determine para cada caso:

06.01 - El estado de tensión resultante (tensor de tensiones total) expresado en la terna que se indica en cada caso;

06.02 - Las tensiones principales del estado resultante de tensiones;

06.03 - Las direcciones principales del estado resultante de tensiones.

05.02.01-ET	TP N° 02: Estado de Tensión - ET	0	2017	2°	Todos	Pág.: 4
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de: 7

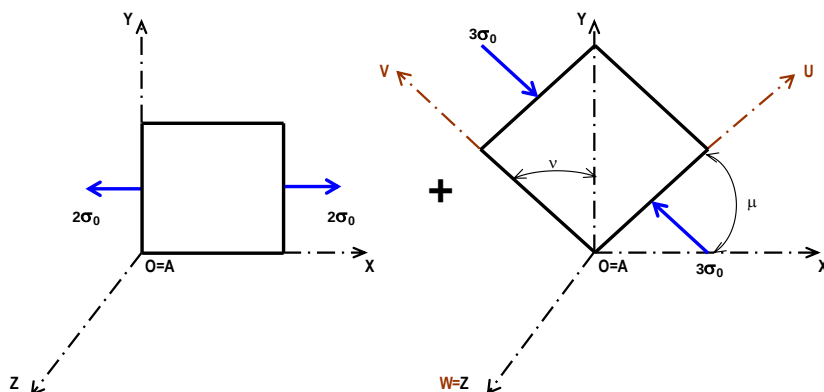


UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE ESTABILIDAD



ESTABILIDAD II "A" – 64.02 (EIIA-64.02) y ESTABILIDAD II – 84.03 (EII-84.03)

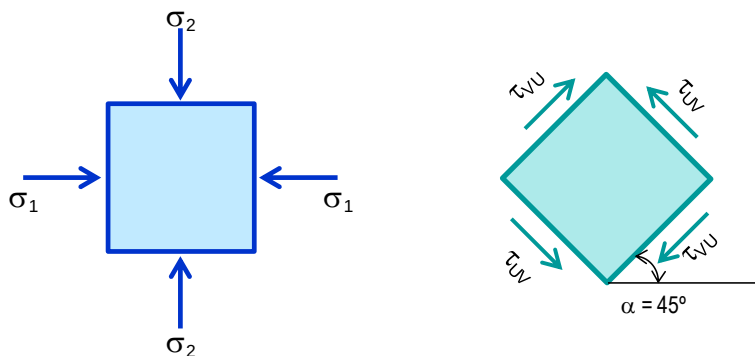
EJERCICIO N° 06.01 - FIGURA N° 06.01:



El estado de tensión resultante deberá expresarse en la terna (O; X; Y; Z); así como todas las determinaciones requeridas.

DATOS			
$\sigma_0 =$	60,00 MPa	$\text{Ang}(XU) = \mu =$	30,0 °
		$\text{Ang}(YV) = v =$	30,0 °
		$\text{Ang}(ZW) = \omega =$	0,0 °

EJERCICIO N° 06.02 - FIGURA N° 06.02:



TERNA (O;1;2;3)

TERNA (O;U;V;W)

DATOS: $|\sigma_1| = |\sigma_2| = |\tau_{UV}|$

El estado de tensión resultante deberá expresarse en la terna (O; X; Y; Z); así como todas las determinaciones requeridas.

05.02.01-ET	TP N° 02: Estado de Tensión - ET	0	2017	2°	Todos	Pág.: 5
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de: 7



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE ESTABILIDAD



ESTABILIDAD II "A" – 64.02 (EIIA-64.02) y ESTABILIDAD II – 84.03 (EII-84.03)

EJERCICIOS N° 07: Para el estado de tensión de un punto dado de un cuerpo, se pide determinar y calcular:

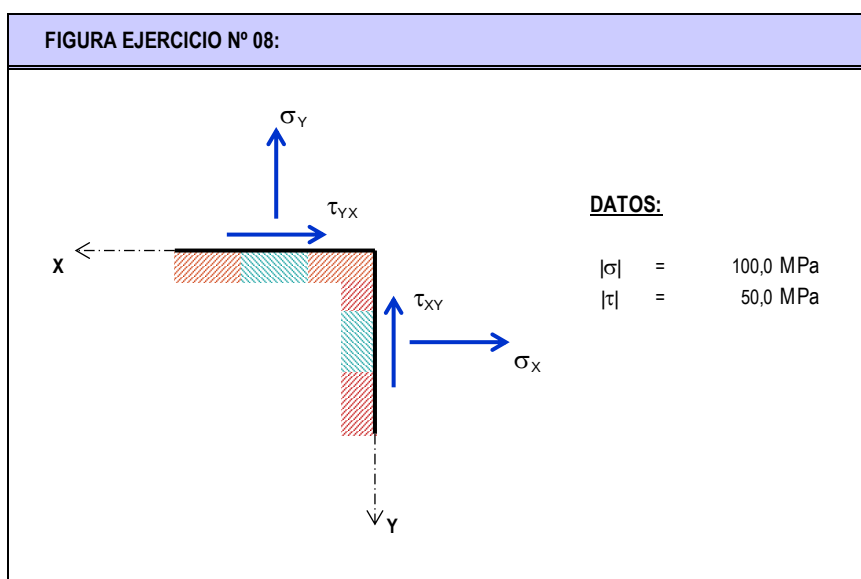
- 07.01 – Escribir el tensor de tensiones y representarlo gráficamente mediante un cubo elemental de tensiones;
- 07.02 – Clasificar el estado de tensión;
- 07.03 - Determinar las tensiones principales;
- 07.04 - Determinar las direcciones principales 1, 2 y 3 calculando los cosenos directores de los planos principales;
- 07.05 - Calcular ρ , σ y τ para un plano π cuya normal forma ángulos $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$ y $\gamma = 90^\circ$ con los ejes X, Y y Z respectivamente;
- 07.06 – Realizar la representación del estado tensional mediante la construcción de Mohr considerando al mismo como un estado plano en primer término y como uno espacial en segundo;
- 07.07 – Determinar con ambas construcciones las tensiones correspondientes al plano π del punto 07.05;
- 07.08 – Verificar analíticamente los valores obtenidos para el plano π del punto 07.05, pero referido a la terna principal;
- 07.09 – Descomponer el tensor de tensiones en un tensor esférico y en uno desviador;
- 07.10 – Calcular las tensiones octaédricas y representarlas gráficamente.

DATOS:

$\sigma_x =$	-60 (MN/m ²)	$\sigma_y =$	60 (MN/m ²)
$\tau_{xy} =$	-40 (MN/m ²)	$\tau_{yx} =$	-40 (MN/m ²)
$\sigma_z =$	0 (MN/m ²)	$\tau_{xz} = \tau_{zx} =$	0 (MN/m ²)

EJERCICIO N° 08: Para el caso descrito en la figura N° 08, se pide:

- 08.01 – Calcular las tensiones principales y las máximas tensiones tangenciales utilizando las expresiones del estado plano;
- 08.02 – Encontrar las direcciones principales y las normales a los planos de tensión tangencial máxima;
- 08.03 – Realizar los gráficos de Mohr completos.



05.02.01-ET	TP N° 02: Estado de Tensión - ET	0	2017	2°	Todos	Pág.: 6
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de: 7

	UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES FACULTAD DE INGENIERIA DEPARTAMENTO DE ESTABILIDAD	
ESTABILIDAD II “A” – 64.02 (EIIA-64.02) y ESTABILIDAD II – 84.03 (EII-84.03)		

EJERCICIOS N° 09: Demostrar teóricamente las siguientes consignas:

09.01 - Demostrar que si $\sigma_1 \neq \sigma_2 = \sigma_3$; las tensiones correspondientes a planos normales al plano en que actúa σ_1 , resultan iguales entre sí e iguales a $\sigma_2 = \sigma_3$.

09.02 - Demostrar que si $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$; las tensiones en los infinitos planos que pasan por el punto son iguales entre sí e iguales a las tensiones principales.

09.03 - Demostrar que si $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$; en los infinitos planos restantes existen tensiones tangenciales.

09.04 - Para un estado hidrostático de tensiones se pide representarlo a través de las circunferencias de Mohr, indicando las ubicaciones de los centros de las circunferencias fundamentales de Mohr, sus radios y sus extremos, y las tensiones tangenciales máximas y mínimas.

09.05 - Ídem “09.04” pero para un estado de tensión de equitracción.

EJERCICIOS “NO” OBLIGATORIOS – COMPLEMENTARIOS Y OPTATIVOS:

Los siguientes ejercicios para este [TP N° 02 – ET](#) deberán ser considerados como **“NO”** obligatorios de realizar para la presentación formal del trabajo. En consecuencia, los mismos tienen un carácter de realización de tipo **“optativo”** y **“complementario”**. En este sentido, los mismos no serán exigibles para la aprobación de este TP. Igualmente, se recomienda desarrollarlos para poder contar con mayor práctica en la resolución de problemas de este tema. La Cátedra ha decidido incluirlos con este sentido e idea.

Los ejercicios **“optativos”** son los siguientes:

- N° 02.01 y 02.03
- 05
- 06.02
- 08

05.02.01-ET	TP N° 02: Estado de Tensión - ET	0	2017	2°	Todos	Pág.: 7
TP N°	CARPETA – SUB-CARPETA - DENOMINACION	REV.	AÑO	CUATRIM.	CURSOS	de: 7