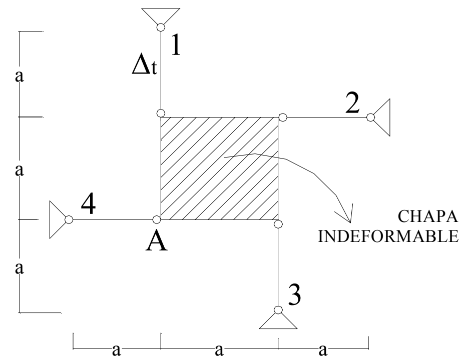
En la estructura que como esquema se indica a continuación, se produce una variación de temperatura **t** que afecta a la barra (1), se pide:

a. Esfuerzos en la barras

b. Tensión normal en los planos perpendiculares a los ejes de las barras

c. Máxima tensión tangencial en la barra (3), indicando en que planos ocurren.- Indicar los planos en el cubo elemental

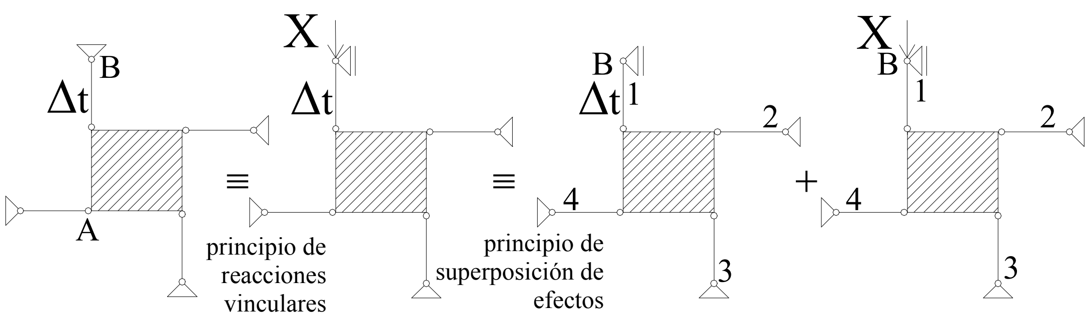
d. Determinar el corrimiento vertical del punto A.



DATOS $\quad KN := 10^3 N \quad MN := 10^3 KN \quad MPa := \frac{MN}{m^2}$

$a := 2m \quad F := 2cm^2 \quad \Delta t := 30 \quad E := 2\cdot 10^5 MPa \quad \lambda := 10^{-5} \quad \mu := 0.3$

a. Esfuerzos en la barras



Partimos de considerar:

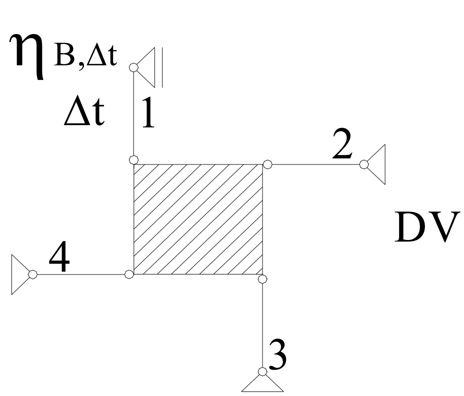
$$\left(e_{i,c}\right)^h := \left(e_{i,c}\right)^o + \left(e_{i,X}\right)^o \cdot X$$

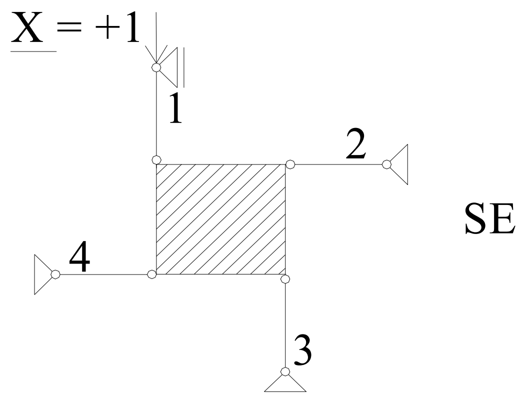
El efecto que nos interesa determinar es el desplazamiento que experimenta la incognita

$$\left(\eta_{B,\Delta t}\right)^h := \left(\eta_{B,\Delta t}\right)^o + \left(\eta_{B,X}\right)^o \cdot X \qquad \text{siendo} \qquad \left(\eta_{B,\Delta t}\right)^h := 0$$

Determinamos $\left(\eta_{B,\Delta t}\right)^{o}$ por aplicación TTV

Conocemos la DV y planteamos el SE; aplicando TFU





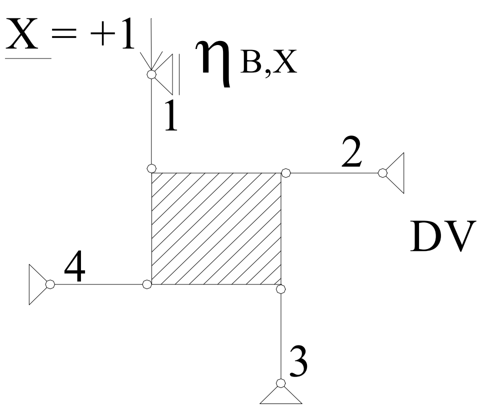
$Le := Li$

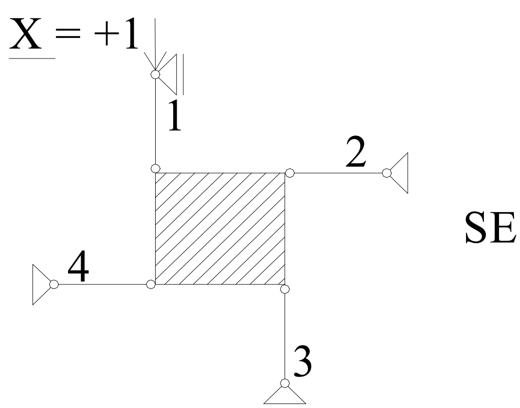
$$\left(\eta_{B,\Delta t}\right)^{o} := \int_{bi} \left(N_i\right)^{SE} d\left(u_i\right)^{DV} \qquad \left(N_i\right)^{SE} := \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad d\left(u_i\right) := \lambda\cdot\Delta t\cdot dx$$

$$\left(\eta_{B,\Delta t}\right)^{o} := -1\cdot(\lambda\cdot\Delta t)\cdot a \qquad \eta B\Delta t := -1\cdot\lambda\cdot\Delta t\cdot a \qquad \eta B\Delta t = -6\times 10^{-4}\,m$$

Determinamos $\left(\eta_{B,x}\right)^{o}$ por aplicación TTV

Conocemos la DV y planteamos el SE; aplicando TFU





$Le := Li$

$$\left(\eta_{B,X}\right)^{o} := \int_{bi} \left(N_i\right)^{SE} d\left(u_i\right)^{DV} \qquad \left(N_i\right)^{SE} := \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad Nx := \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$d\left(u_i\right)^{DV} := \left(N_i\right)^{DV} \cdot \frac{L_i}{E_i \cdot F_i} \qquad \left(N_i\right)^{DV} := \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad Nx := \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\eta Bx := Nx^{T} \cdot Nx \cdot \frac{a}{E \cdot F} \qquad \eta Bx = 2 \times 10^{-4} \cdot \frac{m}{KN}$$

$$X := \frac{-\eta B \Delta t}{\eta Bx} \qquad X = 3 \cdot KN \qquad \frac{\lambda \cdot \Delta t \cdot E \cdot F}{4} = 3 \times 10^{3}\, N$$

determinamos los esfuerzos en las barras como $Nx \cdot X = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot KN$

b. Tensión normal en los planos perpendiculares a los ejes de las barras

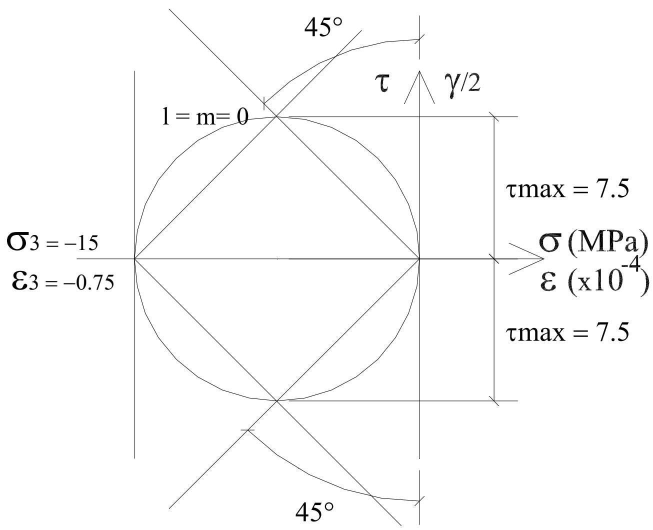
determinamos las tensiones en las barras como $\frac{Nx \cdot X}{F} = \begin{pmatrix} -15 \\ 15 \\ -15 \\ 15 \end{pmatrix} \cdot MPa$

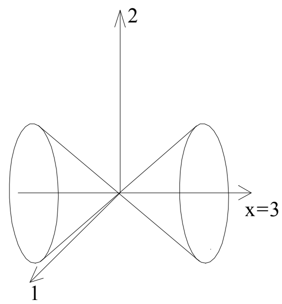
determinamos la deformación longitudinal específica $\frac{Nx \cdot X}{F \cdot E} = \begin{pmatrix} -7.5 \times 10^{-5} \\ 7.5 \times 10^{-5} \\ -7.5 \times 10^{-5} \\ 7.5 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$

c. Máxima tensión tangencial en la barra (3), indicando en que planos ocurren.-
Indicar los planos en el cubo elemental

La máxima tensión tangencial se presenta para:

$$\frac{\sigma_3}{2} := (7,5)\cdot \mathrm{MPa}$$





Los planos para los cuales se presenta la máxima tensión tangencial, tendrán un versor normal a 45° de la dirección 3 = x y como las direcciones 1 y 2 son infinitas, serán infinitos los planos de máxima tensión tangencial

<u>Nota</u> ***Determinemos el estado de tensión y el estado de deformación para un punto de la barra 1***

$$Tt_{\Delta t} := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathrm{MPa} \qquad Tt_X := \begin{pmatrix} -15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathrm{MPa}$$

$$Tt_p := Tt_{\Delta t} + Tt_X \qquad Tt_p = \begin{pmatrix} -15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathrm{MPa}$$

$\sigma_x := -15\cdot MPa \qquad \varepsilon_x := \frac{\sigma_x}{E} \qquad \varepsilon_x = -7.5\times 10^{-5}$

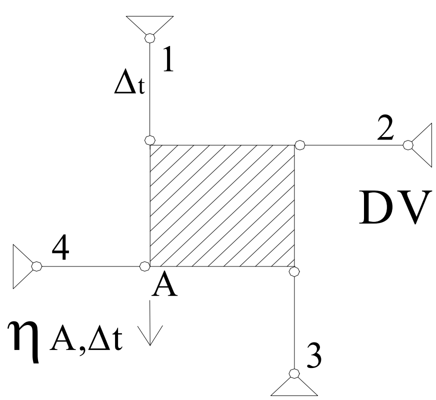
$$Td_{\Delta t} := \begin{pmatrix} \lambda\cdot\Delta t & 0 & 0 \\ 0 & \lambda\cdot\Delta t & 0 \\ 0 & 0 & \lambda\cdot\Delta t \end{pmatrix} \qquad Td_X := \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & -\mu\cdot\varepsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & -\mu\cdot\varepsilon_x \end{pmatrix}$$

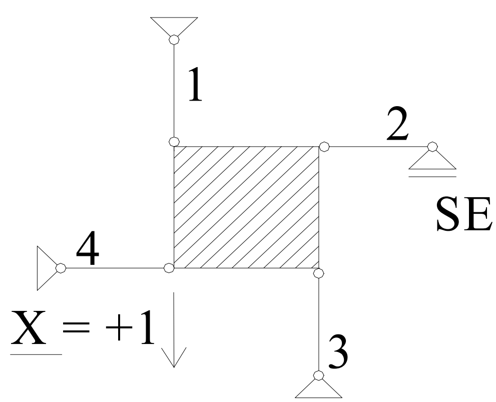
$$Td_{\Delta t} = \begin{pmatrix} 3\times 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 3\times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 3\times 10^{-4} \end{pmatrix} \qquad Td_X = \begin{pmatrix} -7.5\times 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 2.25\times 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 2.25\times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

$$Td_p := Td_{\Delta t} + Td_X \qquad Td_p = \begin{pmatrix} 2.25\times 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 3.225\times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 3.225\times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

d. Determinar el corrimiento vertical del punto A.

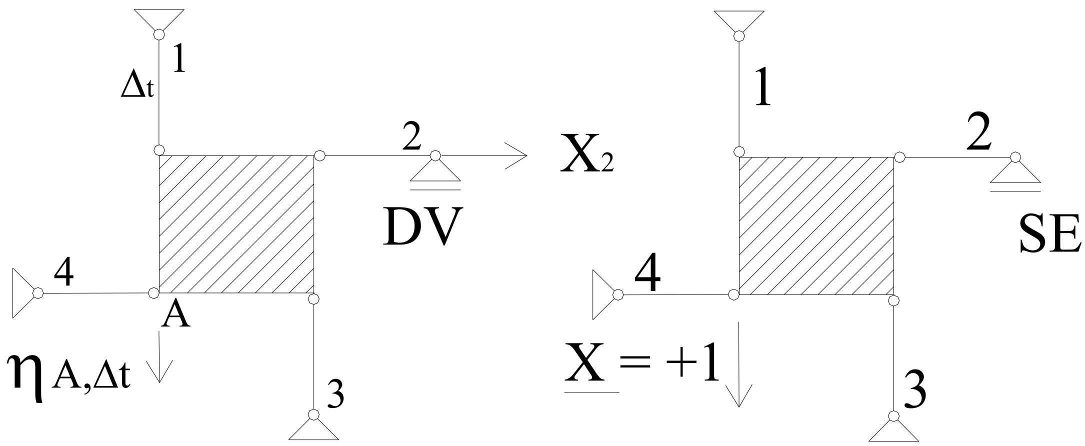
Aplicamos el TTV





Aclaración

Puedo plantear el SE en un isostático, dado que esta determinado la solución del sistema hiperestático, por ende puedo plantear el hiperestático como el isostático del SE con una condición de vínculo puesta en evidencia.- Esta reacción de vínculo ya no será una incognita dado que el sistema esta resuelto con anterioridad



Siendo X2 una reacción de vínculo ya determinada $X2 := 3 \times 10^{3} \cdot N$

$$N_{DV} := \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} KN \qquad N_{SE} := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\eta°_{A\Delta t} := 1 \cdot \Delta t \cdot \lambda \cdot a \qquad \eta°_{A\Delta t} = 6 \times 10^{-4} m$$

$$\eta°_{AX2} := N_{DV} \cdot N_{SE} \cdot \frac{a}{E \cdot F} \qquad \eta°_{AX2} = -1.5 \times 10^{-4} m$$

$$\eta h_{A\Delta t} := \eta°_{A\Delta t} + \eta°_{AX2} \qquad \eta h_{A\Delta t} = 4.5 \times 10^{-4} m$$

Si calculamos el alargamiento longitudinal específico de un punto de la barra 1, como el alargamiento de la barra 1, que coincide con el corrimiento del punto A, dividido la longitud inicial, observamos que coincide coen el valor determinado Td_p para ε_x

$$\varepsilon_{x1} := \frac{\eta h_{A\Delta t}}{a} \qquad \varepsilon_{x1} = 2.25 \times 10^{-4}$$