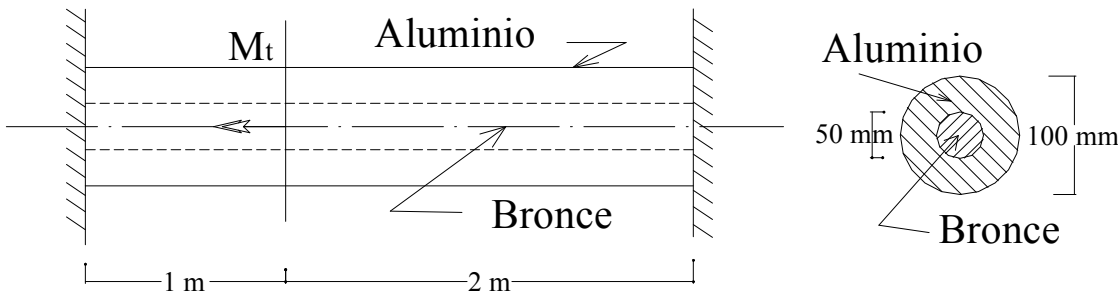


Para la barra biempotrada de dos materiales, esquematizada en la figura, se pide:
a.- Determinar el valor del momento torsor elástico y momento torsor plástico
b.- Proceder a carga con $M_t = (M_{el} + M_{pl}) / 2$. Determinar el diagrama de tensiones tangenciales
c.- Determinar las tensiones y giro residuales



$G_{Al} = 28 \text{ Gpa}$
 $G_{Br} = 36 \text{ Gpa}$

$\tau_{adm}^{Al} \leq 40 \text{ Mpa}$
 $\tau_{adm}^{Br} \leq 100 \text{ Mpa}$

$MPa := 10^6 Pa$
 $GPa := 10^9 Pa$
 $KN := 10^3 N$

DATOS

$\tau_{Fal} := 40 MPa$
 $\tau_{Fbr} := 100 MPa$
 $D_e := 10 cm$
 $L := 1 m$

$G_{al} := 28 GPa$
 $G_{br} := 36 GPa$
 $D_i := 5 cm$

Determinamos la distorsión angular de fluencia

$\gamma_{Fal} := \frac{\tau_{Fal}}{G_{al}}$
 $\gamma_{Fbr} := \frac{\tau_{Fbr}}{G_{br}}$

$\gamma_{Fal} = 1.429 \times 10^{-3}$
 $\gamma_{Fbr} = 2.778 \times 10^{-3}$

a. MOMENTO ELASTICO Y MOMENTO PLASTICO

Determinamos el Momento Elástico

Sobre el contorno exterior se alcanza la τ_F
Definimos la ley de variación de las tensiones tangenciales

$\tau_{al} = \frac{20 MPa}{\frac{D_i}{2}} \cdot r$
 $\tau_{br} = \frac{\frac{\gamma_{Fal}}{2} \cdot G_{br}}{\frac{D_i}{2}} \cdot r$
 $\frac{\gamma_{Fal}}{2} \cdot G_{br} = 25.714 \cdot MPa$

$M_{el} := \frac{20 MPa}{\frac{D_i}{2}} \cdot \int_0^{2\pi} 1 d\theta \cdot \int_{\frac{D_i}{2}}^{\frac{D_e}{2}} r^3 dr + \frac{\frac{\gamma_{Fal}}{2} \cdot G_{br}}{\frac{D_i}{2}} \cdot \int_0^{2\pi} 1 d\theta \cdot \int_0^{\frac{D_i}{2}} r^3 dr$

$M_{el} = 7.994 \cdot KN \cdot m$

Determinamos el Momento Plastificación

$M_{pl} := 40 MPa \cdot \int_0^{2\pi} 1 d\theta \cdot \int_{\frac{D_i}{2}}^{\frac{D_e}{2}} r^2 dr + 100 MPa \cdot \int_0^{2\pi} 1 d\theta \cdot \int_0^{\frac{D_i}{2}} r^2 dr$

$M_{pl} = 12.435 \cdot \text{KN} \cdot \text{m}$

Determinamos el Momento de Descarga

$M_D := \frac{M_{el} + M_{pl}}{2}$

$M_D = 10.215 \cdot \text{KN} \cdot \text{m}$

Determinamos la penetración plástica.
Determinamos el Momento de Plastificación adoptando la siguiente hipótesis:
el Area de Aluminio plastificada y Area de Bronce en periodo elástico

$M_{Pal} := 40 \cdot \text{MPa} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} 1 \, d\theta \cdot \int_{\frac{D_i}{2}}^{\frac{D_e}{2}} r^2 \, dr$

$M_{Pal} = 9.163 \cdot \text{KN} \cdot \text{m}$

$M_{Ebr} := \frac{\gamma_{Fal} \cdot G_{br}}{\frac{D_i}{2}} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} 1 \, d\theta \cdot \int_0^{\frac{D_i}{2}} r^3 \, dr$

$M_{Ebr} = 1.262 \cdot \text{KN} \cdot \text{m}$

$M_{PalEbr} := M_{Pal} + M_{Ebr}$

$M_D = 10.215 \cdot \text{KN} \cdot \text{m}$

$M_{PalEbr} = 10.425 \cdot \text{KN} \cdot \text{m}$

Comparamos con el M_D y observamos que una porción muy pequeña del aluminio está en periodo elástico

Determinamos el radio para el cual comienza a comportarse elásticamente el aluminio, por tanteos sucesivos atento a que la solución de la ecuación es muy compleja

Verificamos la expresión para

$\frac{D_i}{x} := 2.5 \cdot \text{cm}$

$M_{aprox} := 40 \cdot \text{MPa} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} 1 \, d\theta \cdot \int_x^{\frac{D_e}{2}} r^2 \, dr + \frac{40 \cdot \text{MPa}}{x} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} 1 \, d\theta \cdot \int_{\frac{D_i}{2}}^x r^3 \, dr + \frac{\gamma_{Fal} \cdot G_{br}}{x} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} 1 \, d\theta \cdot \int_0^{\frac{D_i}{2}} r^3 \, dr$

$M_{aprox} = 10.425 \cdot \text{KN} \cdot \text{m}$

$x := 2.8805 \text{cm}$

$M_{aprox} := 40 \cdot \text{MPa} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} 1 \, d\theta \cdot \int_x^{\frac{D_e}{2}} r^2 \, dr + \frac{40 \cdot \text{MPa}}{x} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} 1 \, d\theta \cdot \int_{\frac{D_i}{2}}^x r^3 \, dr + \frac{\gamma_{Fal} \cdot G_{br}}{x} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} 1 \, d\theta \cdot \int_0^{\frac{D_i}{2}} r^3 \, dr$

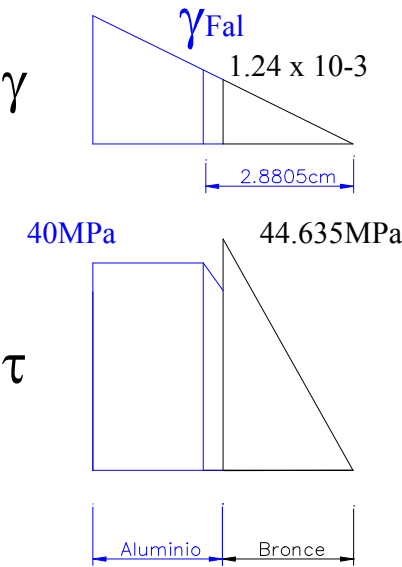
$M_{aprox} = 10.21486 \cdot \text{KN} \cdot \text{m}$

$M_D = 10.21485 \cdot \text{KN} \cdot \text{m}$

Representamos el diagrama de distorsiones angulares y tensiones tangenciales correspondientes al Momento de la Descarga M_D

$\frac{\gamma_{Fal}}{x} \cdot 2.5cm = 1.24 \times 10^{-3}$

$\frac{\gamma_{Fal}}{x} \cdot 2.5cm \cdot G_{br} = 44.635 \cdot MPa$



b. Tensiones Remanentes y Giro Residual en la Descarga

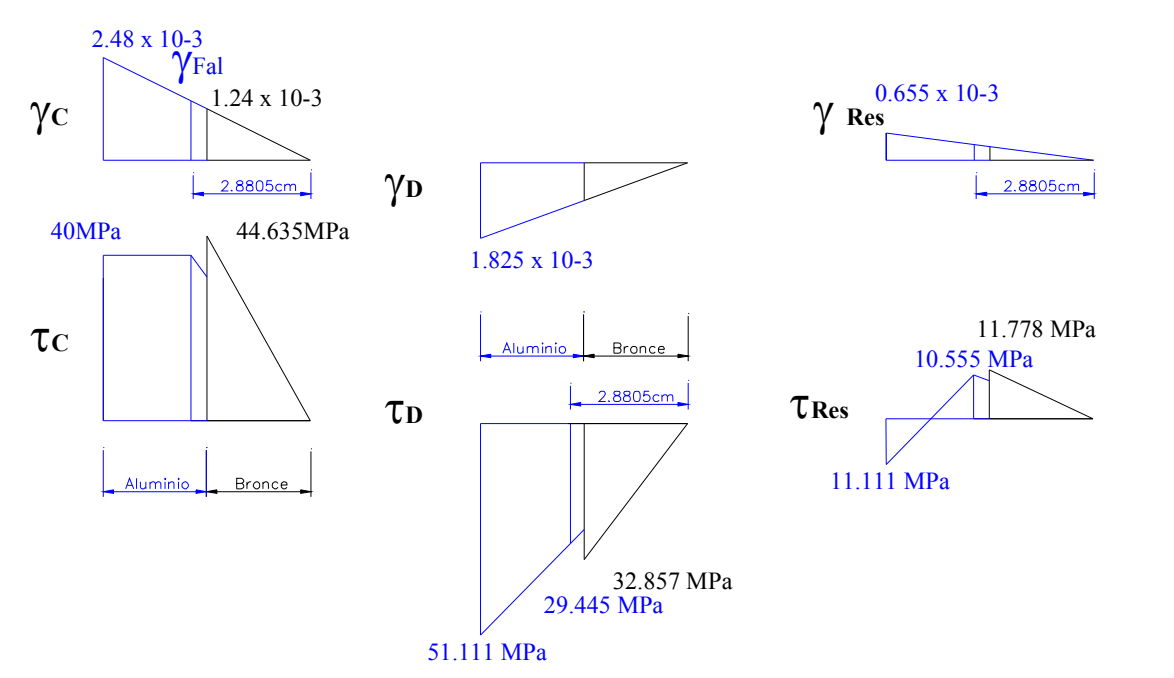
Determinamos la máxima distorsion en la descarga (comportamiento elástico)

$$\frac{\gamma_{m\acute{a}x} \cdot G_{al}}{\frac{D_e}{2}} \cdot \int_0^{2\pi} 1 \, d\theta \cdot \int_{\frac{D_i}{2}}^{\frac{D_e}{2}} r^3 \, dr + \frac{\gamma_{m\acute{a}x} \cdot G_{br}}{\frac{D_e}{2}} \cdot \int_0^{2\pi} 1 \, d\theta \cdot \int_0^{\frac{D_i}{2}} r^3 \, dr = M_D \text{ solve, } \gamma_{m\acute{a}x} \rightarrow \frac{23}{12600}$$

$\gamma_{m\acute{a}x} := \frac{23}{12600}$ $\gamma_{m\acute{a}x} = 1.825 \times 10^{-3}$

$\tau_{Dal} := \gamma_{m\acute{a}x} \cdot G_{al}$ $\tau_{Dal} = 51.111 \cdot MPa$ $\frac{\tau_{Dal}}{5cm} \cdot x = 29.445 \cdot MPa$ $x = 2.88 \cdot cm$

$\tau_{Dbr} := \frac{\gamma_{m\acute{a}x}}{2} \cdot G_{br}$ $\tau_{Dbr} = 32.857 \cdot MPa$



Determinamos el giro residual

$\gamma_C := 2.48 \cdot 10^{-3}$ $\gamma_D := 1.825 \cdot 10^{-3}$ $\gamma_{Res} := \gamma_C - \gamma_D$ $\gamma_{Res} = 6.55 \times 10^{-4}$

$\chi_{Res} := \frac{\gamma_{Res}}{\frac{D_e}{2}}$ $\theta_{Res} := \chi_{Res} \cdot L$

$\theta_{Res} = 0.751 \cdot \text{deg}$