

HORMIGÓN I (74.01 y 94.01)

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad - 2° Parte

DISEÑO BASADO EN ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS

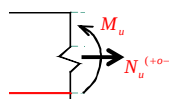
2- Sabiendo que se debe verificar que

$$M_d = \phi M_n \geq M_u$$

$$N_d = \phi N_n \geq N_u$$

1- Con las cargas mayoradas y conociendo las condiciones de vínculo, se determina

M_u Resistencia
 N_u Requerida



3- Se diseña la geometría de la sección y las características de los materiales, tal que su

Resistencia Nominal M_n
(capacidad portante) N_n

Multiplicada por el coeficiente de minoración de resistencia,

Resistencia de Diseño $M_d = \phi M_n$
 $N_d = \phi N_n$

DIMENSIONAMIENTO

Verifique que

$$M_d = \phi M_n \geq M_u$$

$$N_d = \phi N_n \geq N_u$$

Qué datos se requieren para determinar la Armadura Necesaria?

DIMENSIONAMIENTO

Resistencia Requerida M_u
 N_u

Datos de los materiales

Resistencia especificada del hormigón a compresión f_c

Tensión de fluencia especificada del acero f_y

Módulo de elasticidad del acero $E_s = 200000 \text{ MPa}$

Ecuaciones Equilibrio
compatibilidad

Datos geométricos de la sección de hormigón

Forma de la sección



Altura total de la sección h

Ancho de la sección b

INCÓGNITAS:

Datos de la armadura

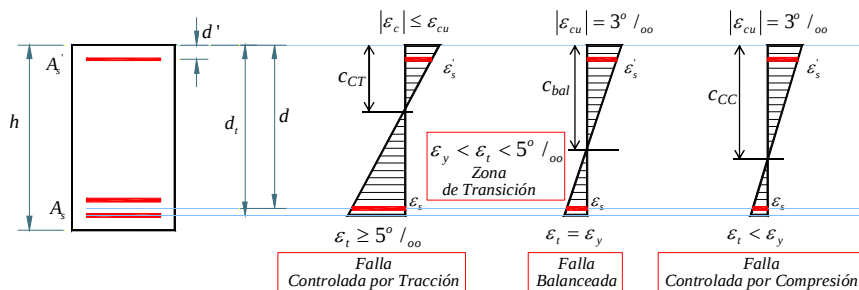
Cantidad de armadura en la zona traccionada (o menos comprimida) A_s

Disposición de A_s en la sección d , d_t

Cantidad de armadura en la zona comprimida (o menos traccionada) A'_s

Disposición de A'_s en la sección d'

Profundidad del Eje Neutro según el tipo de falla



Acero ADN 420

$$\epsilon_y = 2.10^\circ / \infty$$

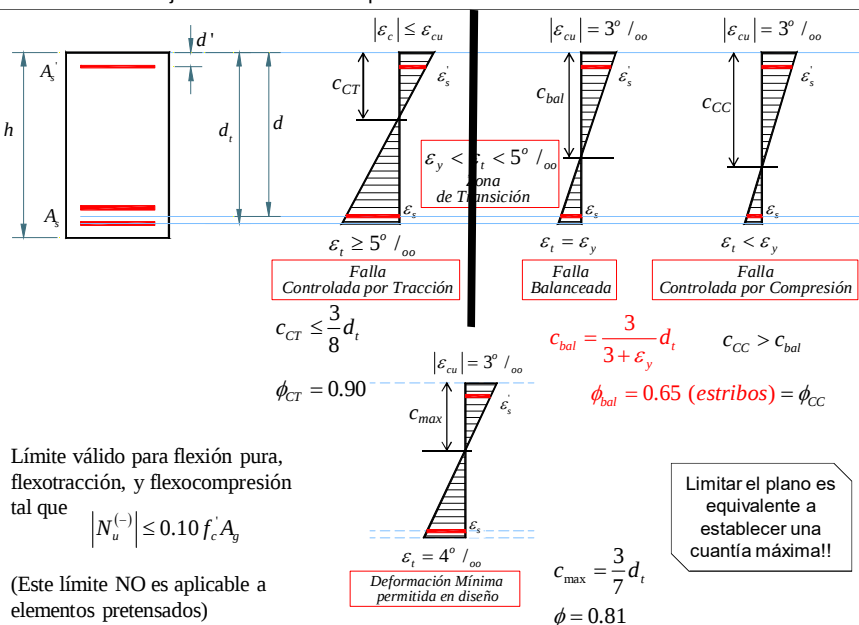
$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_s}{d_t} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{3}{c_{CT}} = \frac{3 + (\epsilon_t \geq 5)}{d_t} \Rightarrow c_{CT} \leq \frac{3}{8} d_t = 0.375 d_t \\ \frac{3}{c_{bal}} = \frac{3 + 2.1}{d_t} \Rightarrow c_{bal} = \frac{3}{5.1} d_t = 0.588 d_t \\ \frac{3}{c_{CC}} = \frac{3 + (\epsilon_t < 2.1)}{d_t} \Rightarrow c_{CC} > 0.588 d_t \end{cases}$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 4

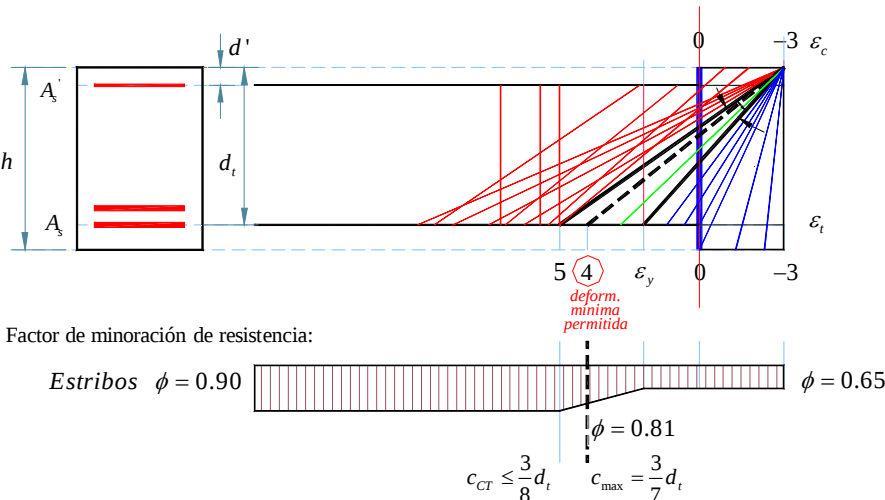
Profundidad del Eje Neutro Máxima permitida en FLEXIÓN DOMINANTE



ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 5

Profundidad del Eje Neutro Máxima permitida en FLEXIÓN DOMINANTE



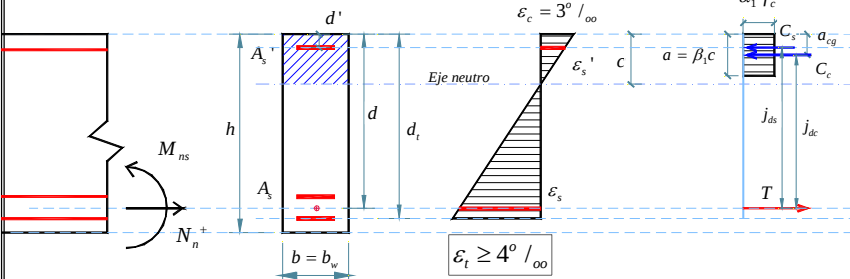
$$M_d = \phi M_n \geq M_u$$

$$N_d = \phi N_n \geq N_u$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 6

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



Ecuaciones de Equivalencia:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma N_{ext} &= \Sigma N_{int} \\ \Sigma M_{ext} &= \Sigma M_{int} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} N_n &= T - C_c - C_s = N_u / \phi \\ M_{ns} &= C_c j_{dc} + C_s j_{ds} = M_{us} / \phi \end{aligned} \right.$$

Por conveniencia, reduzco M_n y N_n al baricentro de la armadura traccionada:

$$M_{ns} = M_n - N_n \left(d - \frac{h}{2} \right)$$

Excentricidad constante:

$$e = M_n / N_n = M_u / N_u$$

(Caso más frecuente)

Ecuaciones de Compatibilidad

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_s + \epsilon_s}{d}$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 7

Ejemplo de Dimensionamiento N°1

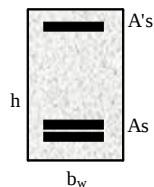
FLEXIÓN SIN ESFUERZO AXIL

SIN ARMADURA DE COMPRESIÓN

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 8

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



Datos:

Hormigón: $f'_c = 35.0$ MPa
Acero: $f_y = 420.0$ MPa
Sección: $b_w = 15$ cm
 $h = 45$ cm

Solicitaciones:

$M_u = 53.6$ KNm (Mu siempre positivo)
 $N_u = 0.0$ KN (Positivo para tracción)

Recubrimiento: $r = 2$ cm

INCÓGNITAS:

Datos de la armadura

Cantidad de armadura en la zona traccionada (o menos comprimida) A_s

Disposición de A_s en la sección d , d_t

Cantidad de armadura en la zona comprimida (o menos traccionada) A'_s

Disposición de A'_s en la sección d'

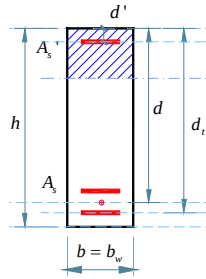
¡CUIDADO CON LAS UNIDADES!! $f'_c = 35 \text{ MPa} = 35 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} = 3.50 \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2}$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 9

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?

Cálculos Preliminares:



- Se estima d y d' $\begin{cases} d = h - 5 = 40 \text{ cm} \\ d' = 4 \text{ cm} \end{cases}$

- Con f_y $\begin{cases} E_s = 200000 \text{ MPa} \\ \epsilon_y = 2.10^\circ /_{oo} \end{cases}$

- Con f_c' $\begin{cases} \alpha_1 = 0.850 \\ \beta_1 = 0.814 \\ 0.1 f_c' A_g = 0.1 f_c' b_w h = 236 \text{ KN} \end{cases}$

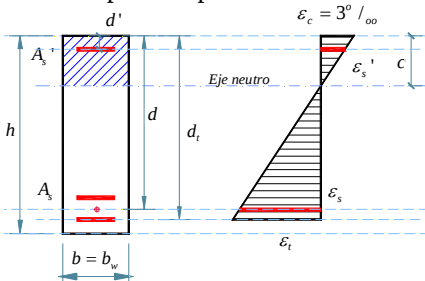
$$N_u = 0 \Rightarrow \epsilon_t \geq 4^\circ /_{oo}$$

$$\Rightarrow \text{Se determina } M_{us} = M_u - N_u \left(d - \frac{h}{2} \right) = 53.6 \text{ KNm}$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 10

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



$$M_{ns} \geq M_{us} / \phi$$

$$N_n \geq N_u / \phi$$

$$\phi = ?$$

SUPONGO FALLA CONTROLADA POR TRACCIÓN:

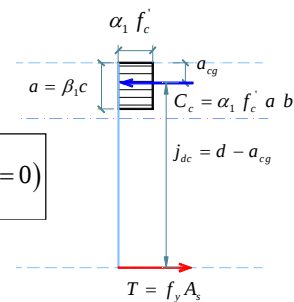
$$\left. \begin{matrix} \epsilon_c = 3^\circ /_{oo} \\ \epsilon_s \geq 5^\circ /_{oo} \end{matrix} \right\} \Rightarrow c / d_t \leq \frac{3}{8} = 0.375; \quad \phi = 0.90; \quad C_s = 0 (A_s' = 0)$$

- Se estima C_c $j_{dc} \cong 0.80 d = 32.0 \text{ cm}$

$$C_c \cong \frac{M_{us}}{\phi j_{dc}} = 186.2 \text{ KN} = \alpha_1 f_c' \beta_1 c b$$

- Se estima C

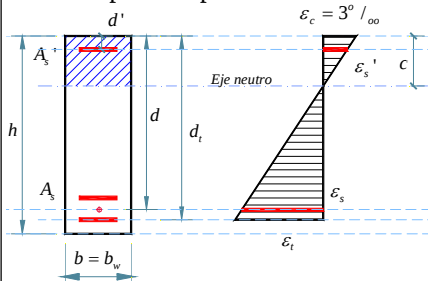
$$\Rightarrow c \cong \frac{C_c}{\alpha_1 f_c' \beta_1 b} = 5.12 \text{ cm} \Rightarrow c / d = 0.128 < 0.375 \Rightarrow \text{VERIFICA HIP. FALLA CT}$$



ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 11

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



VERIFICA HIP. FALLA CT

$\Rightarrow$ Ajusto C_c y j_d bajo esta hipótesis

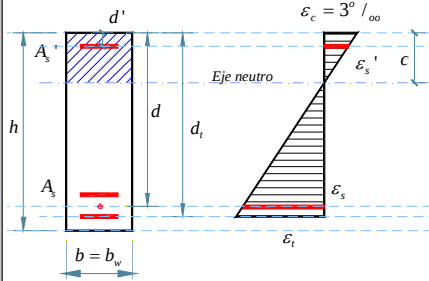
$C_c =$	186.2 KN	estimado
1° Iteración:		
$c =$	5.12 cm	
$a =$	4.17 cm	
$\epsilon_t = \epsilon_s =$	20.42 $^\circ /_{oo}$	
$\phi =$	0.90	
$\alpha_2 =$	0.50	
$a_{cg} =$	2.09 cm	
$j_{dc} =$	37.91 cm	ajustado
$C_c =$	157.17 KN	ajustado
$C_s =$	0.00 KN	

OPCIONALMENTE, puede realizarse una iteración.

La diferencia en la armadura necesaria no será sustancial

$C_c =$	186.22 KN	$C_c =$	157.17 KN	$C_c =$	155.84 KN	$C_c =$	155.78 KN	$C_c =$	155.77 KN
Iterac. 1		Iterac. 2		Iterac. 3		Iterac. 4		Iterac. 5	
$c =$	5.12 cm	$c =$	4.33 cm	$c =$	4.29 cm	$c =$	4.29 cm	$c =$	4.29 cm
$a =$	4.17 cm	$a =$	3.52 cm	$a =$	3.49 cm	$a =$	3.49 cm	$a =$	3.49 cm
$\epsilon_t = \epsilon_s =$	20.42 $^\circ /_{oo}$	$\epsilon_t = \epsilon_s =$	24.74 $^\circ /_{oo}$	$\epsilon_t = \epsilon_s =$	24.98 $^\circ /_{oo}$	$\epsilon_t = \epsilon_s =$	24.99 $^\circ /_{oo}$	$\epsilon_t = \epsilon_s =$	24.99 $^\circ /_{oo}$
$\phi =$	0.90	$\phi =$	0.90	$\phi =$	0.90	$\phi =$	0.90	$\phi =$	0.90
$\alpha_2 =$	0.50	$\alpha_2 =$	0.50	$\alpha_2 =$	0.50	$\alpha_2 =$	0.50	$\alpha_2 =$	0.50
$a_{cg} =$	2.09 cm	$a_{cg} =$	1.76 cm	$a_{cg} =$	1.75 cm	$a_{cg} =$	1.75 cm	$a_{cg} =$	1.75 cm
$j_{dc} =$	37.91 cm	$j_{dc} =$	38.24 cm	$j_{dc} =$	38.25 cm	$j_{dc} =$	38.25 cm	$j_{dc} =$	38.25 cm
$C_c =$	157.17 KN	$C_c =$	155.84 KN	$C_c =$	155.78 KN	$C_c =$	155.77 KN	$C_c =$	155.77 KN
$C_s =$	0.00 KN	$C_s =$	0.00 KN	$C_s =$	0.00 KN	$C_s =$	0.00 KN	$C_s =$	0.00 KN

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



VERIFICA HIP. FALLA CT

⇒ Ajusto C_c y jd bajo esta hipótesis

$$C_c = 157.17 \text{ KN}$$

$$j_{dc} = 37.91 \text{ cm}$$

- Determino la fuerza de tracción:

$$T - C_c - C_s = N_u / \phi$$

$$\Rightarrow T = N_u / \phi + C_c + C_s \Rightarrow T = 157.17 \text{ KN}$$

- Determino la armadura necesaria:

$$\varepsilon_s \geq 20.42‰ \Rightarrow f_s = f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$A_{s,nec} = \frac{T}{f_s} = 3.74 \text{ cm}^2$$

- Verifico que sea mayor que la mínima exigida:

$$A_{s,min} \begin{cases} = \frac{\sqrt{f_c}}{4 f_y} b_w d \geq \frac{1.4}{f_y} b_w d = 2.11 \text{ cm}^2 \\ \text{pero } \leq 1.30 A_{s,nec} = 4.86 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$A_{s,nec} = 3.74 \text{ cm}^2$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 13

Conocida la Armadura Necesaria, se procede a adoptar barras de armadura

$$A_{s,nec} = 3.74 \text{ cm}^2$$

Diámetro [mm]	Sección [cm ²]
6	0.28
8	0.50
10	0.79
12	1.13
16	2.01
20	3.14
25	4.91
32	8.04

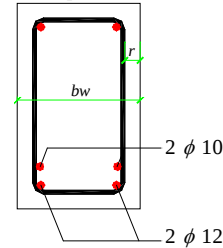
Adopto: 2 Ø 12 + 2 Ø 10

$$A_{s,adop} = (2 \times 1.13 + 2 \times 0.79) \text{ cm}^2 = 3.83 \text{ cm}^2 > A_{s,nec}$$

Entran en una sola capa?

$$\begin{aligned} & 2d_{b1} + 2d_{b2} + (n-1)s + 2[r + d_{estribos}] \\ &= 2(1.2 \text{ cm}) + 2(1.0 \text{ cm}) + 3 \cdot 2.5 \text{ cm} + 2[2 \text{ cm} + 0.8 \text{ cm}] \\ &= 17.5 \text{ cm} > b_w = 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

No, debo disponer 2 capas



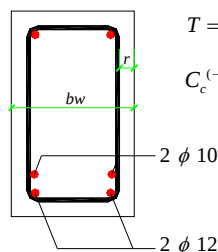
Se ajustan los valores de d , d_t (y d')

$$\begin{aligned} A_{s\text{-capa1}} &= 2.26 \text{ cm}^2 & d_{\text{capa1}} &= d_t = 41.40 \text{ cm} \\ A_{s\text{-capa2}} &= 1.57 \text{ cm}^2 & d_{\text{capa2}} &= 37.80 \text{ cm} \\ A_s &= 3.83 \text{ cm}^2 & d &= 39.92 \text{ cm} \\ A_s/A_{s,nec} &= 1.02 & d/d_{\text{calc}} &= 1.00 \end{aligned}$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 14

Por último, se verifica la sección (Idem Caso 1-a de la clase pasada)



$$T = f_y A_s = 160.98 \text{ KN}$$

$$C_c^{(-)} = a \cdot 0.85 f'_c b$$

$$\begin{aligned} C_c^{(-)} &= T \Rightarrow a = \frac{T}{0.85 f'_c b} = 3.61 \text{ cm} = \beta_1 c \\ \Rightarrow j_{dc} &= 38.12 \text{ cm}; \quad c = \frac{a}{\beta_1} = 4.43 \text{ cm} \\ \Rightarrow M_{ns} &= C_c j_{dc} = 61.4 \text{ KNm} \end{aligned}$$

Ecuación de Compatibilidad

$$\Rightarrow \varepsilon_s = 24.04‰$$

$$\varepsilon_t = 25.04‰ \Rightarrow \phi = 0.90$$

$$\Rightarrow M_{ds} = \phi M_{ns} = 55.2 \text{ KNm} > M_{us} = 53.6 \text{ KNm} \checkmark$$

La armadura adoptada es adecuada

DIMENSIONAMIENTO A FLEXIÓN DOMINANTE – Método 2

Se comienza suponiendo falla controlada por tracción: FCT

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_c = 3' /_{oo} \\ \varepsilon_s \geq 5' /_{oo} \end{array} \right\} \Rightarrow c / d_t \leq \frac{3}{8} = 0.375; \quad \phi = 0.90; \quad C_s \quad 0(A_s' = 0)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T - C_c = N_u / \phi \\ C_c j_{dc} = \frac{M_{us}}{\phi} \Rightarrow (0.85 f_c' \beta_1 c b) \left(d_t - \frac{1}{2} \beta_1 c \right) = \frac{M_{us}}{\phi} \\ + \frac{1}{2} 0.85 f_c' \beta_1^2 b c^2 - 0.85 f_c' \beta_1 b d_t c + \frac{M_{us}}{\phi} = 0 \end{array} \right.$$

$$\text{definiendo } \omega = 0.85 f_c' \beta_1 b$$

$$\text{resulta } c = \frac{1}{\beta_1} \left\{ d_t - \sqrt{(d_t)^2 - \frac{2 \beta_1 M_{us}}{\omega \phi}} \right\}$$

Atención: Este método es válido siempre que no se requiera armadura de compresión.

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 16

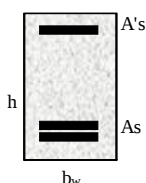
Ejemplo de Dimensionamiento N°2

FLEXIÓN CON ESFUERZO AXIL DE TRACCIÓN
SIN ARMADURA DE COMPRESIÓN

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 17

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



Datos:

Hormigón: $f_c = 35.0 \text{ MPa}$

Acero: $f_y = 420.0 \text{ MPa}$

Sección: $b_w = 15 \text{ cm}$

$h = 45 \text{ cm}$

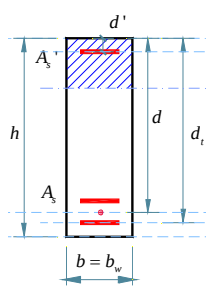
Solicitaciones:

$M_u = 53.6 \text{ KNm}$ (Mu siempre positivo)

$N_u = 50.0 \text{ KN}$ (Positivo para tracción)

Recubrimiento: $r = 2 \text{ cm}$

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



Cálculos Preliminares:

- Se estima d y d' $\begin{cases} d = h - 5 = 40\text{cm} \\ d' = 4\text{cm} \end{cases}$

- Con f_y $\begin{cases} E_s = 200000\text{MPa} \\ \varepsilon_y = 2.10^\circ /_{oo} \end{cases}$

- Con f'_c $\begin{cases} \alpha_1 = 0.850 \\ \beta_1 = 0.814 \\ 0.1 f'_c A_g = 0.1 f'_c b_w h = 236\text{KN} \end{cases}$

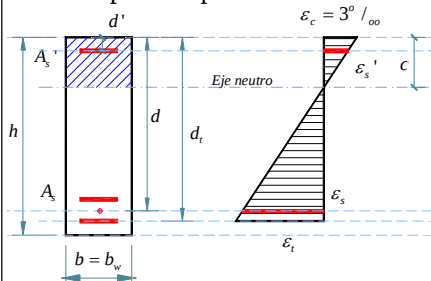
$$N_u > 0 \Rightarrow \varepsilon_t \geq 4^\circ /_{oo}$$

$\Rightarrow$ Se determina $M_{us} = M_u - N_u \left(d - \frac{h}{2} \right) = 44.9\text{KNm} < M_u$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 19

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



$$M_{ns} \geq M_{us} / \phi$$

$$N_n \geq N_u / \phi$$

$$\phi = ?$$

SUPONGO FALLA CONTROLADA POR TRACCIÓN:

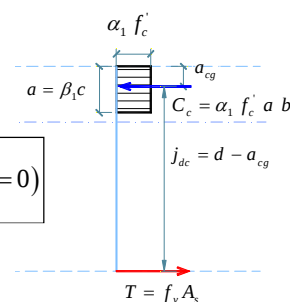
$$\left. \begin{matrix} \varepsilon_c = 3^\circ /_{oo} \\ \varepsilon_s \geq 5^\circ /_{oo} \end{matrix} \right\} \Rightarrow c / d_t \leq \frac{3}{8} = 0.375; \quad \phi = 0.90; \quad C_s = 0 (A_s' = 0)$$

- Se estima C_c $j_{dc} \cong 0.80d = 32.0\text{cm}$

$$C_c \cong \frac{M_{us}}{\phi} \frac{1}{j_{dc}} = 155.8\text{KN} = \alpha_1 f'_c \beta_1 c b$$

- Se estima c

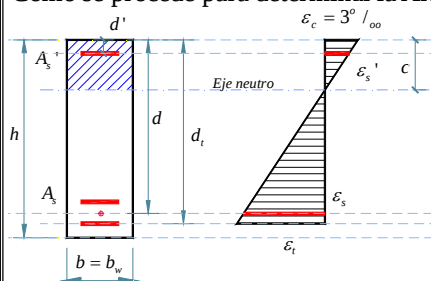
$$\Rightarrow c \cong \frac{C_c}{\alpha_1 f'_c \beta_1 b} = 4.29\text{cm} \Rightarrow c / d = 0.107 < 0.375 \Rightarrow \text{VERIFICA HIP. FALLA CT}$$



ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 20

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



VERIFICA HIP. FALLA CT

$\Rightarrow$ Ajusto C_c y j_d bajo esta hipótesis

$$C_c = 130.36\text{KN}$$

$$j_{dc} = 38.25\text{cm}$$

- Determino la fuerza de tracción:

$$T - C_c - C_s = N_u / \phi$$

$$\Rightarrow T = N_u / \phi + C_c + C_s$$

$$\Rightarrow T = 50.0 / 0.90 + 130.36 = 185.92\text{KN}$$

- Determino la armadura necesaria:

$$\varepsilon_s \geq 24.98^\circ /_{oo} \Rightarrow f_s = f_y = 420\text{MPa}$$

$$A_{s,nec} = \frac{T}{f_s} = 4.43\text{cm}^2$$

- Verifico que sea mayor que la mínima exigida:

$$A_{s,min} \begin{cases} = \frac{\sqrt{f'_c}}{4 f_y} b_w d \geq \frac{1.4}{f_y} b_w d = 2.11\text{cm}^2 \\ \text{pero } \leq 1.30 A_{s,nec} = 5.75\text{cm}^2 \end{cases}$$

$$A_{s,nec} = 4.43\text{cm}^2$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 21



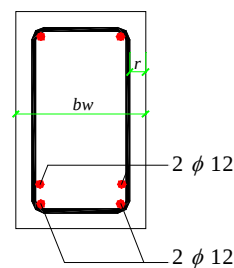
Conocida la Armadura Necesaria, se procede a adoptar barras de armadura

$$A_{s,nec} = 4.43 \text{ cm}^2$$

Diámetro [mm]	Sección [cm ²]
6	0.28
8	0.50
10	0.79
12	1.13
16	2.01
20	3.14
25	4.91
32	8.04

Adopto: 4 ϕ 12

$$A_{s,adop} = (4 \times 1.13) \text{ cm}^2 = 4.52 \text{ cm}^2 > A_{s,nec}$$



Se ajustan los valores de d , d_t (y d')

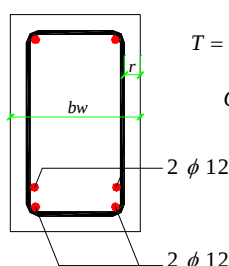
As-capa1=	2.26 cm ²	d _{capa1} =d _t =	41.40 cm
As-capa2=	2.26 cm ²	d _{capa2} =	37.70 cm
As=	4.52 cm ²	d=	39.55 cm
As/As _{nec} =	1.02	d/d _{calc} =	0.99

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 22



Por último, se verifica la sección



$$T = f_y A_s = 190.00 \text{ KN}$$

$$C_c^{(-)} = a \cdot 0.85 f'_c b$$

$$C_c^{(-)} = T - N_u / \phi = 134.45 \text{ KN}$$

$$\Rightarrow a = \frac{C_c}{0.85 f'_c b} = 3.01 \text{ cm} = \beta_1 c$$

$$\Rightarrow j_{dc} = 38.04 \text{ cm}; \quad c = \frac{a}{\beta_1} = 3.70 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow M_{ns} = C_c j_{dc} = 51.15 \text{ KNm}$$

Ecuación de Compatibilidad

$$\Rightarrow \epsilon_s = 29.07\%$$

$$\epsilon_t = 30.57\% \Rightarrow \phi = 0.90$$

$$\Rightarrow M_{ds} = \phi M_{ns} = 46.0 \text{ KNm} > M_{us} = 45.1 \text{ KNm} \checkmark$$

La armadura adoptada es adecuada

$$\Rightarrow N_n = T - C_c = 55.56 \text{ KN}$$

$$\Rightarrow N_d = \phi N_n = 50.0 \text{ KN} = N_u = 50.0 \text{ KN}$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 23

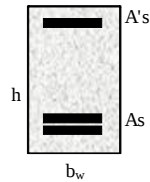


Ejemplo de Dimensionamiento N°3

FLEXIÓN CON ESFUERZO AXIL DE COMPRESIÓN

SIN ARMADURA DE COMPRESIÓN

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?

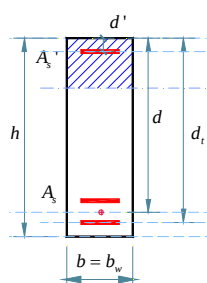


Datos:		
Hormigón:	$f_c =$	35.0 MPa
Acero:	$f_y =$	420.0 MPa
Sección:	$b_w =$	15 cm
	$h =$	45 cm
Solicitaciones:		
	$M_u =$	53.6 KNm (Mu siempre positivo)
	$N_u =$	-50.0 KN (Positivo para tracción)
Recubrimiento:	$r =$	2 cm

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 25

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



Cálculos Preliminares:

- Se estima d y d' $\left\{ \begin{array}{l} d = h - 5 = 40 \text{ cm} \\ d' = 4 \text{ cm} \end{array} \right.$

- Con f_y $\left\{ \begin{array}{l} E_s = 200000 \text{ MPa} \\ \epsilon_y = 2.10^\circ /_{oo} \end{array} \right.$

- Con f'_c $\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = 0.850 \\ \beta_1 = 0.814 \\ 0.1 f'_c A_g = 0.1 f'_c b_w h = 236 \text{ KN} \end{array} \right.$

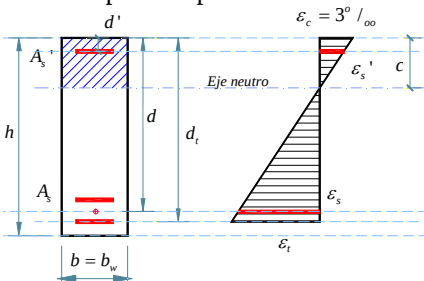
$$|N_u^{(-)}| = 50 < 0.1 f'_c A_g \Rightarrow \epsilon_t \geq 4^\circ /_{oo}$$

$$\Rightarrow \text{Se determina } M_{us} = M_u - N_u \left(d - \frac{h}{2} \right) = 62.4 \text{ KNm} > M_u$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 26

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



$$M_{ns} \geq M_{us} / \phi$$

$$N_n \geq N_u / \phi$$

$$\phi = ?$$

SUPONGO FALLA CONTROLADA POR TRACCIÓN:

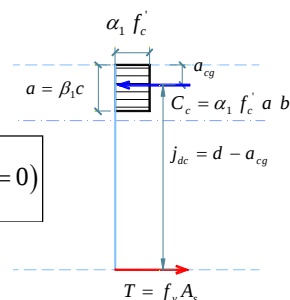
$$\left. \begin{array}{l} \epsilon_c = 3^\circ /_{oo} \\ \epsilon_s \geq 5^\circ /_{oo} \end{array} \right\} \Rightarrow c / d_t \leq \frac{3}{8} = 0.375; \quad \phi = 0.90; \quad C_s = 0 (A'_s = 0)$$

- Se estima C_c $j_{dc} \cong 0.80d = 32.0 \text{ cm}$

$$C_c \cong \frac{M_{us}}{\phi j_{dc}} = 216.6 \text{ KN} = \alpha_1 f'_c \beta_1 c b$$

- Se estima c

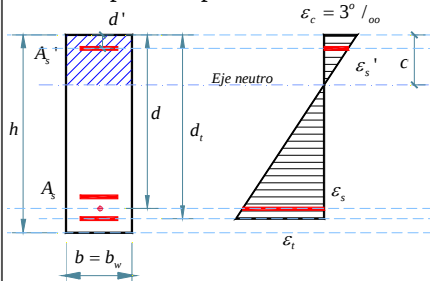
$$\Rightarrow c \cong \frac{C_c}{\alpha_1 f'_c \beta_1 b} = 5.96 \text{ cm} \Rightarrow c / d = 0.149 < 0.375 \Rightarrow \text{VERIFICA HIP. FALLA CT}$$



ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 27

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



VERIFICA HIP. FALLA CT

⇒ Ajusto C_c y $j d$ bajo esta hipótesis

$$C_c = 184.47 \text{ KN}$$

$$j d_c = 37.57 \text{ cm}$$

- Determino la fuerza de tracción:

$$T - C_c - C_s = N_u / \phi$$

$$\Rightarrow T = N_u / \phi + C_c + C_s$$

$$\Rightarrow T = -50.0 / 0.90 + 184.47 = 128.92 \text{ KN}$$

- Determino la armadura necesaria:

$$\varepsilon_s \geq 17.13 \text{‰} \Rightarrow f_s = f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$A_{s,nec} = \frac{T}{f_s} = 3.07 \text{ cm}^2$$

- Verifico que sea mayor que la mínima exigida:

$$A_{s,min} = \begin{cases} \frac{\sqrt{f_c}}{4 f_y} b_w d \geq \frac{1.4}{f_y} b_w d = 2.11 \text{ cm}^2 \\ \text{pero } \leq 1.30 A_{s,nec} = 3.99 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$A_{s,nec} = 3.07 \text{ cm}^2$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 28

Conocida la Armadura Necesaria, se procede a adoptar barras de armadura

$$A_{s,nec} = 3.07 \text{ cm}^2$$

Diámetro [mm]	Sección [cm ²]
6	0.28
8	0.50
10	0.79
12	1.13
16	2.01
20	3.14
25	4.91
32	8.04

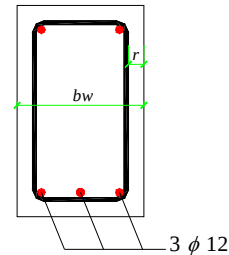
Adopto: 3 ϕ 12

$$A_{s,adop} = (3 \times 1.13) \text{ cm}^2 = 3.39 \text{ cm}^2 > A_{s,nec}$$

Entran en una sola capa?

$$\begin{aligned} 3d_{b1} + (n-1)s + 2[r + d_{estribos}] \\ = 3(1.2 \text{ cm}) + 2 \cdot 2.5 \text{ cm} + 2[2 \text{ cm} + 0.8 \text{ cm}] \\ = 14.2 \text{ cm} < b_w = 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

Sí, dispongo 1 capa



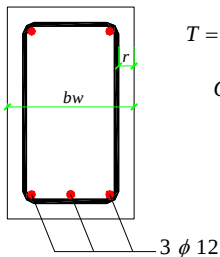
Se ajustan los valores de d , d_t (y d')

$A_{s, \text{capa1}} =$	3.39 cm^2	$d_{\text{capa1}} = d_t =$	41.40 cm
$A_{s, \text{capa2}} =$	0.00 cm^2	$d_{\text{capa2}} =$	0.00 cm
$A_s =$	3.39 cm^2	$d =$	41.40 cm
$A_s / A_{s,nec} =$	1.11	$d / d_{\text{calc}} =$	1.04

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 29

Por último, se verifica la sección



$$T = f_y A_s = 142.5 \text{ KN}$$

$$C_c^{(-)} = a \cdot 0.85 f_c' b$$

$$C_c^{(-)} = T - (-50) / 0.90 = 198.06 \text{ KN}$$

$$\Rightarrow a = \frac{C_c}{0.85 f_c' b} = 4.44 \text{ cm} = \beta_1 c$$

$$\Rightarrow j d_c = 39.18 \text{ cm}; \quad c = \frac{a}{\beta_1} = 5.45 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow M_{ns} = C_c j d_c = 77.60 \text{ KNm}$$

Ecuación de Compatibilidad

$$\Rightarrow \varepsilon_s = \varepsilon_t = 19.79 \text{‰} \Rightarrow \phi = 0.90$$

$$\Rightarrow M_{ds} = \phi M_{ns} = 69.84 \text{ KNm} > M_{us} = 63.08 \text{ KNm} \checkmark$$

La armadura adoptada es adecuada

$$\Rightarrow N_n = T - C_c = -55.56 \text{ KN}$$

$$\Rightarrow N_d = \phi N_n = -50.0 \text{ KN} = N_u = -50.0 \text{ KN}$$

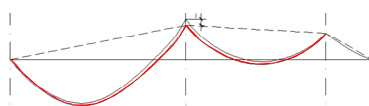
Plastificación de Apoyos

Cálculo de cuánto se puede plastificar

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 31

SOLICITACIONES - PLASTIFICACIÓN DEL DIAGRAMA DE MOMENTOS

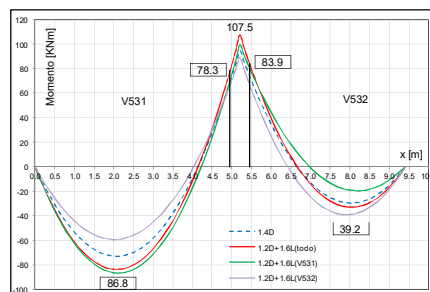


Plastificación del Diagrama de Momentos

8.4.1. En los apoyos de elementos continuos, solicitados a flexión, se permitirá reducir o aumentar los momentos negativos calculados con la teoría elástica, para cualquier distribución de cargas, hasta **1000 ϵ_t** , con un máximo de 20 %. Esta modificación no se podrá realizar cuando los momentos se hayan obtenido en forma aproximada.

8.4.2. Deben recalcularse los momentos positivos de tramo con los momentos de apoyo modificados.

8.4.3. La redistribución de los momentos negativos se puede hacer sólo cuando ϵ_t sea igual o mayor que 7.5‰ en la sección en la cual se reduce el momento.



1) Se dimensiona la sección de apoyo para el momento a filo, **sin plastificar**

2) Se determina en esa sección la deformación en el acero más traccionado. Por ejemplo, si resulta:

$$\epsilon_t = 25\text{‰}$$

Como es mayor que 7.5‰, Sí se podría plastificar

Cuánto? El menor valor entre $\begin{cases} 1000\epsilon_t = 25\% \\ 20\% \end{cases}$

Por lo tanto, se podría plastificar un 20%

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 32

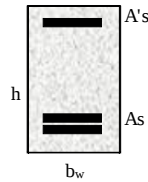
Ejemplo de Dimensionamiento N°4

FLEXIÓN SIN ESFUERZO AXIL
CON ARMADURA DE COMPRESIÓN

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad - 2° Parte

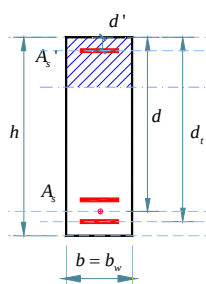
Lámina 33

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



Datos:		
Hormigón:	$f'_c =$	35.0 MPa
Acero:	$f_y =$	420.0 MPa
Sección:	$b_w =$	15 cm
	$h =$	45 cm
Solicitaciones:		
	$M_u =$	201.1 KNm (Mu siempre positivo)
	$N_u =$	0.0 KN (Positivo para tracción)
Recubrimiento:	$r =$	2 cm

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



Cálculos Preliminares:

- Se estima d y d' $\left\{ \begin{array}{l} d = h - 5 = 40 \text{ cm} \\ d' = 4 \text{ cm} \end{array} \right.$

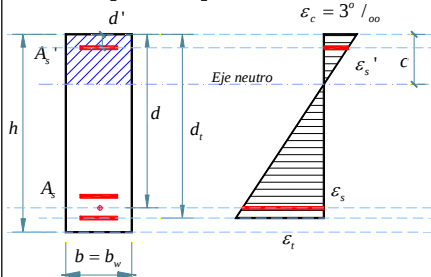
- Con f_y $\left\{ \begin{array}{l} E_s = 200000 \text{ MPa} \\ \varepsilon_y = 2.10^\circ /_{oo} \end{array} \right.$

- Con f'_c $\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = 0.850 \\ \beta_1 = 0.814 \\ 0.1 f'_c A_g = 0.1 f'_c b_w h = 236 \text{ KN} \end{array} \right.$

$$N_u = 0 \Rightarrow \varepsilon_t \geq 4^\circ /_{oo}$$

$\Rightarrow$ Se determina $M_{us} = M_u - N_u \left(d - \frac{h}{2} \right) = 201.1 \text{ KNm} = M_u$

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



$$M_{ns} \geq M_{us} / \phi$$

$$N_n \geq N_u / \phi$$

$$\phi = ?$$

SUPONGO FALLA CONTROLADA POR TRACCIÓN:

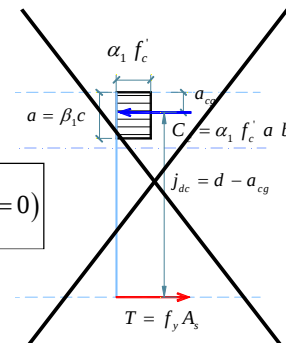
$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_c = 3^\circ /_{oo} \\ \varepsilon_s \geq 5^\circ /_{oo} \end{array} \right\} \Rightarrow c / d_t \leq \frac{3}{8} = 0.375; \quad \phi = 0.90; \quad C_s = 0 (A_s' = 0)$$

- Se estima C_c $j_{dc} \cong 0.80d = 32.0 \text{ cm}$

$$C_c \cong \frac{M_{us}}{\phi j_{dc}} = 698.3 \text{ KN} = \alpha_1 f'_c \beta_1 c b$$

- Se estima c

$$\Rightarrow c \cong \frac{C_c}{\alpha_1 f'_c \beta_1 b} = 19.22 \text{ cm} \Rightarrow c / d = 0.480 > 0.375 \Rightarrow \text{NO VERIFICA HIP. FALLA CT}$$



Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?

NO VERIFICA HIP. FALLA EN TRACCIÓN $\Rightarrow$ SE CALCULA QUÉ MOMENTO MÁXIMO PUEDE ABSORBERSE SIN ARMADURA DE COMPRESIÓN:

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_c = 3^\circ /_{\infty} \\ \varepsilon_s = 4^\circ /_{\infty} \end{array} \right\} \Rightarrow c / d_t = \frac{3}{7} = 0.429; \quad \phi = 0.81; \quad C_s = 0 (A_s' = 0)$$

- Se calcula el esfuerzo C_c asociado a este plano

$$c = \frac{3}{7} d = 17.14 \text{ cm} \Rightarrow a = \beta_1 c = 13.96 \text{ cm}$$

$$j_{dc} = d - \alpha_2 a = 33.02 \text{ cm}$$

$$C_c = \alpha_1 f_c' \beta_1 c b = 622.9 \text{ KN}$$

- Se calcula el momento de diseño correspondiente a este plano

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_c = 3^\circ /_{\infty} \\ \varepsilon_s = 4^\circ /_{\infty} \end{array} \right.$$

$$\phi M_{ns,c}^* = \phi C_c j_{dc} = 167.38 \text{ KNm}$$

Si $\phi M_{ns,c}^* < M_{us} \Rightarrow$ Se requiere Armadura de Compresión

Si $\phi M_{ns,c}^* \geq M_{us} \Rightarrow$ No se requiere Armadura de Compresión

$$\phi M_{ns,c}^* = 167.38 \text{ KNm} < M_{us} = 201.1 \text{ KNm} \Rightarrow \text{SE ADOPTA ARMADURA DE COMPRESIÓN}$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 37

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?

Se considera que SON VÁLIDOS los datos asociados con el plano

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_c = 3^\circ /_{\infty} \\ \varepsilon_s = 4^\circ /_{\infty} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = 0.81 \\ c = 17.14 \text{ cm} \\ a = 13.96 \text{ cm} \\ j_{dc} = 33.02 \text{ cm} \\ C_c = 622.9 \text{ KN} \end{array} \right.$$

Se calcula cuál es el momento a tomar con armadura de compresión

$$M_{ns} = C_c j_{dc} + C_s j_{ds}$$

$$M_{us} = \phi M_{ns,c}^* + \phi M_{ns,s}$$

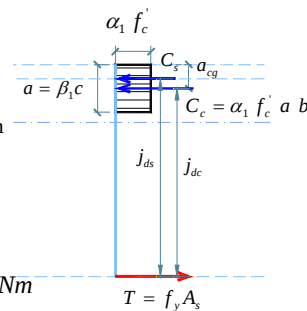
$$\Rightarrow M_{ns,s} = \frac{M_{us} - \phi M_{ns,c}^*}{\phi} = \frac{201.1 - 167.39}{0.81} = 41.44 \text{ KNm}$$

Se calcula el brazo elástico de la armadura de compresión:

$$j_{ds} = d - d' = 40 - 4 = 36 \text{ cm}$$

Se calcula el esfuerzo necesario en la armadura de compresión:

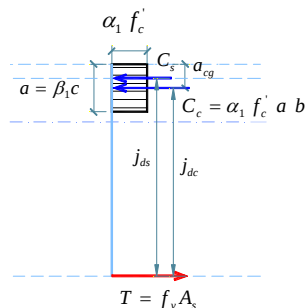
$$M_{ns,s} = 41.44 \text{ KNm} = C_s j_{ds} \Rightarrow C_s = \frac{M_{ns,s}}{j_{ds}} = \frac{41.44}{0.36} = 115.12 \text{ KN}$$



ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 38

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



ARMADURA PRINCIPAL NECESARIA

- Se determina la fuerza de tracción:

$$\begin{aligned} T - C_c - C_s &= N_u / \phi \\ \Rightarrow T &= N_u / \phi + C_c + C_s \\ \Rightarrow T &= 0 + 622.93 + 115.12 \text{ KN} = 738.05 \text{ KN} \end{aligned}$$

- Se determina la armadura principal necesaria:

$$\varepsilon_s \geq 4^\circ /_{\infty} \Rightarrow f_s = f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$A_{s,nec} = \frac{T}{f_s} = 17.57 \text{ cm}^2$$

- Se verifica que sea mayor que la mínima exigida:

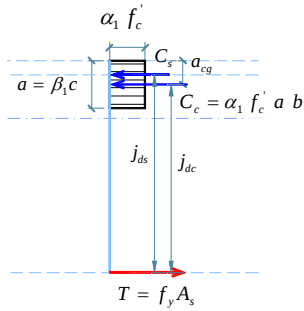
$$A_{s,min} = \begin{cases} \frac{\sqrt{f_c'}}{4 f_y} b_w d \geq \frac{1.4}{f_y} b_w d = 2.11 \text{ cm}^2 \\ \text{pero } \leq 1.30 A_{s,nec} = 22.84 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$A_{s,nec} = 17.57 \text{ cm}^2$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad - 2° Parte

Lámina 39

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



ARMADURA DE COMPRESIÓN NECESARIA

- Se calcula la deformación:

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_s'}{c-d'} \Rightarrow \epsilon_s' = 2.30\text{‰}$$

- Se determina la armadura de compresión necesaria:

$$\epsilon_s' \geq 2.10\text{‰} \Rightarrow f_s' = f_y = 420\text{MPa}$$

$$C_s = A'_{s,nec} (f_s - \alpha_1 f'_c)$$

$$\Rightarrow A'_{s,nec} = \frac{115.12}{42 - 0.85 \cdot 35.0}$$

$$A'_{s,nec} = 2.95\text{cm}^2$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad – 2º Parte

Lámina 40

Conocida la Armadura Necesaria, se procede a adoptar barras de armadura

$$A_{s,nec} = 17.57\text{cm}^2$$

$$A'_{s,nec} = 2.95\text{cm}^2$$

Diámetro [mm]	Sección [cm ²]
6	0.28
8	0.50
10	0.79
12	1.13
16	2.01
20	3.14
25	4.91
32	8.04

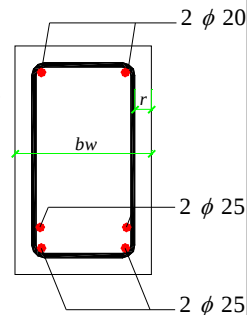
Adopto:

Armadura principal: 4 ϕ 25 en 2 capas

$$A_{s,adop} = (4 \times 4.91) \text{ cm}^2 = 19.63 \text{ cm}^2 > A_{s,nec}$$

Armadura de compresión: 2 ϕ 20 en 1 capa

$$A'_{s,adop} = (2 \times 3.14) \text{ cm}^2 = 6.28 \text{ cm}^2 > A'_{s,nec}$$



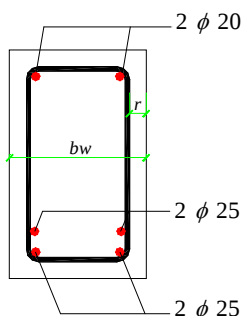
Se ajustan los valores de d , d_t y d'

$A's =$	6.28 cm^2	$d' =$	4.00 cm
$A's/A's_{nec} =$	2.13	$(d-d')/(d-d')_{calc} =$	0.95
$As\text{-capa1} =$	9.82 cm^2	$d_{capa1} = d_t =$	40.75 cm
$As\text{-capa2} =$	9.82 cm^2	$d_{capa2} =$	35.75 cm
$As =$	19.63 cm^2	$d =$	38.25 cm
$As/A_{s,nec} =$	1.12	$d/d_{calc} =$	0.96

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad – 2º Parte

Lámina 41

Por último, se verifica la sección (Idem Caso 2 de la clase pasada)



$$M_{ns} = C_c j_{dc} + C_s j_{ds} = 268.0\text{KNm}$$

$$\epsilon_t = 4.67\text{‰} \Rightarrow \phi = 0.87$$

$$\epsilon_s' = 2.25\text{‰}$$

$$\Rightarrow M_{ds} = \phi M_{ns} = 233.5\text{KNm} > M_{us} = 201.1\text{KNm} \checkmark$$

La armadura adoptada es adecuada

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad – 2º Parte

Lámina 42



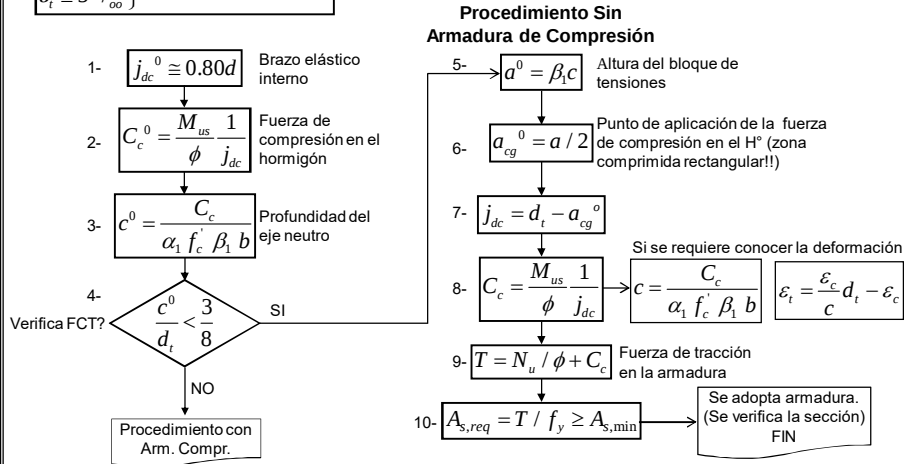
DIMENSIONAMIENTO A FLEXIÓN DOMINANTE

Se comienza suponiendo
falla controlada por tracción: FCT

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_c = 3' /_{oo} \\ \varepsilon_t \geq 5' /_{oo} \end{array} \right\} \Rightarrow \phi = 0.90 \quad (A_s' = 0)$$

$$\begin{cases} N_n = T - C_c - C_s = N_u / \phi \\ M_{ns} = C_c j_{dc} + C_s j_{ds} = M_{us} / \phi \end{cases}$$

$$M_{us} = M_u - N_u \left(d - \frac{h}{2} \right)$$



ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 43

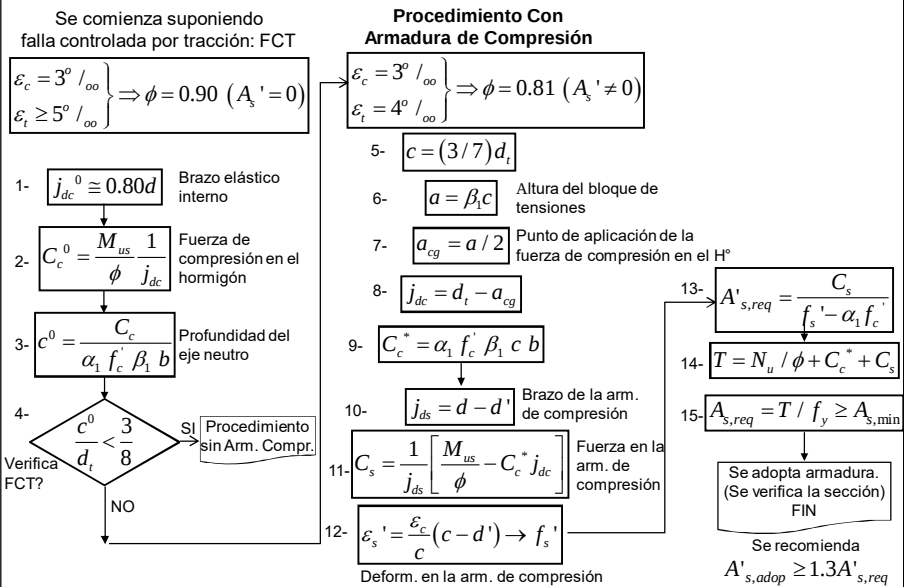


DIMENSIONAMIENTO A FLEXIÓN DOMINANTE

Se comienza suponiendo
falla controlada por tracción: FCT

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_c = 3' /_{oo} \\ \varepsilon_t \geq 5' /_{oo} \end{array} \right\} \Rightarrow \phi = 0.90 \quad (A_s' = 0)$$

$$\begin{cases} N_n = T - C_c - C_s = N_u / \phi \\ M_{ns} = C_c j_{dc} + C_s j_{ds} = M_{us} / \phi \end{cases}$$



ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 44



FIN –
ELU DE AGOTAMIENTO A
Flexión con esfuerzo axil
de gran excentricidad – 2° Parte

GRACIAS POR SU ATENCION !!!