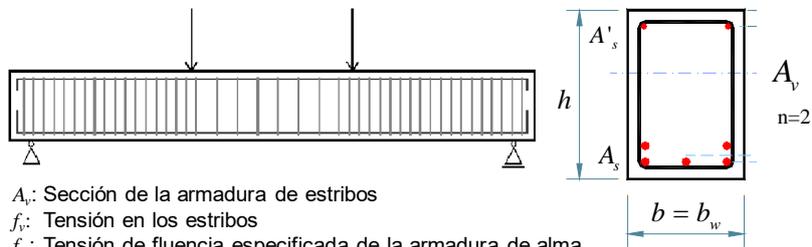


HORMIGÓN I (74.01 y 94.01)

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión y Corte
Modelo de análisis

ARMADURA DE CORTE: ESTRIBOS



- A_s : Sección de la armadura de estribos
- f_v : Tensión en los estribos
- f_{yv} : Tensión de fluencia especificada de la armadura de alma
- n : Ramas de estribos ($A_v = n \cdot A_{estr}$)
- s : Separación de los estribos

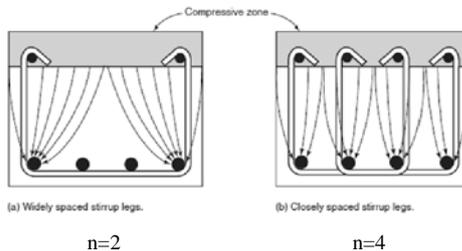
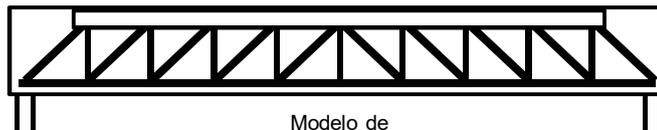


Fig. 6-28
Flow of diagonal compression force in the cross sections of beams with stirrups.

Wight MacGregor
"Reinforced Concrete Mechanics and Design"

Cómo se modela el comportamiento de una viga de hormigón armado fisurada y con armadura de corte?

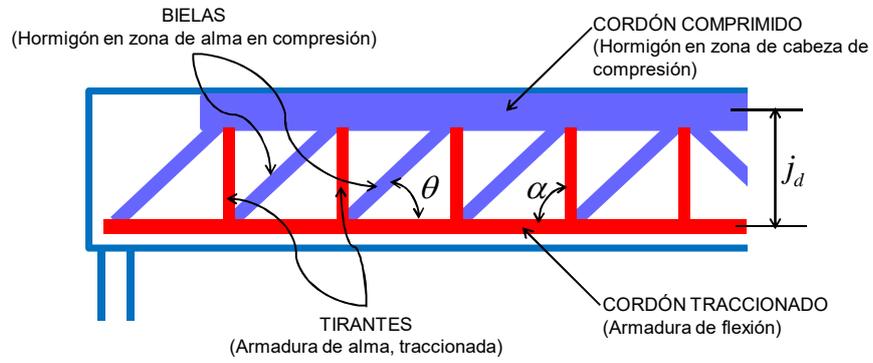


Modelo de **BIELAS y TIRANTES**
"Reticulado de Ritter-Mörsch"
Ritter (1899) – Mörsch (1902)

Con leves modificaciones, sigue siendo el modelo más utilizado

MODELO DE BIELAS y TIRANTES

"Reticulado de Ritter-Mörsch"



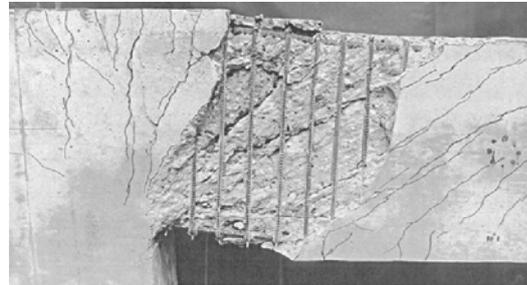
- 1) CORDONES PARALELOS
- 2) BIELAS: DIAGONALES COMPRIMIDAS $\theta=45^\circ$
- 3) TIRANTES: BARRAS TRACCIONADAS INCLINADAS $\alpha=45^\circ$ a 90° (en el dibujo, 90°)
- 4) ESTÁTICAMENTE DETERMINADO

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE - MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 4

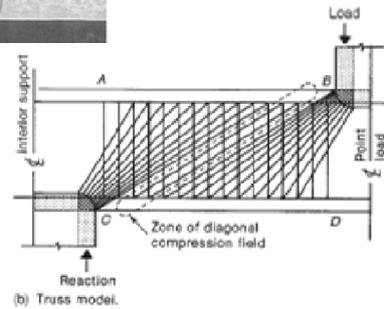
MODELO DE BIELAS y TIRANTES

Reticulado con bielas en abanico



Figs. 6-21 y 6-22
Abanico de compresión en zona de apoyo
Ensayo y modelo

Wight MacGregor
"Reinforced Concrete Mechanics and Design"

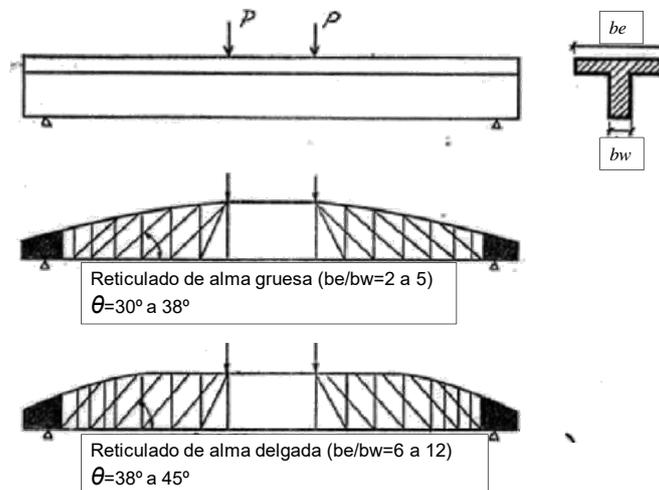


ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE - MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 5

MODELO DE BIELAS y TIRANTES

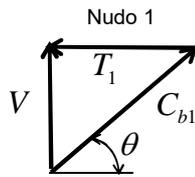
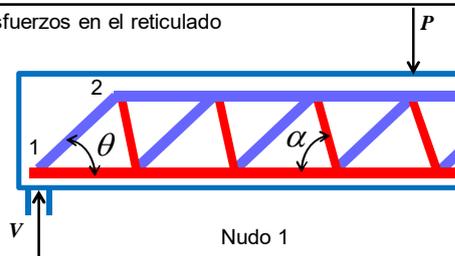
Reticulado con cordón comprimido inclinado (teoría ampliada)



ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE - MODELO DE ANÁLISIS

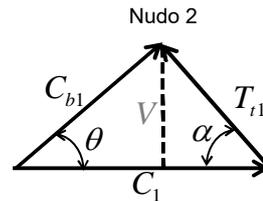
Lámina 6

Esfuerzos en el reticulado



$$C_{b1} = V / \sin(\theta)$$

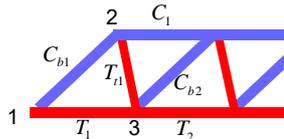
$$T_1 = V / \operatorname{tg}(\theta)$$



$$T_{t1} = C_{b1} \sin(\theta) / \sin(\alpha) = V / \sin(\alpha)$$

$$C_1 = C_{b1} \cos(\theta) + C_{b1} \sin(\theta) / \operatorname{tg}(\alpha)$$

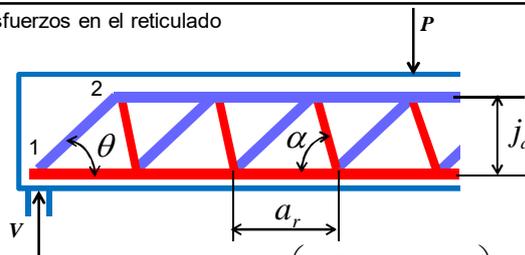
$$\Rightarrow C_1 = V / \operatorname{tg}(\theta) + V / \operatorname{tg}(\alpha)$$



ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE - MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 7

Esfuerzos en el reticulado



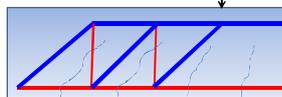
$$T_{t1} = V / \sin(\alpha)$$

$$C_{b1} = V / \sin(\theta)$$

$$T_1 = V / \operatorname{tg}(\theta)$$

$$C_1 = \frac{V}{\operatorname{tg}(\theta)} + \frac{V}{\operatorname{tg}(\alpha)}$$

$$a_r = j_d \left(\frac{1}{\operatorname{tg}(\theta)} + \frac{1}{\operatorname{tg}(\alpha)} \right) \Rightarrow a_r = j_d (\operatorname{cotg}(\theta) + \operatorname{cotg}(\alpha))$$



a_r : proyección horizontal de la fisura

CASOS PARTICULARES

Para estribos verticales: $\alpha=90^\circ$
y bielas con inclinación θ

$$a_r = j_d \operatorname{cotg}(\theta)$$

Para estribos verticales: $\alpha=90^\circ$
y bielas con inclinación $\theta=45^\circ$

$$a_r = j_d$$

Para estribos inclinados: $\alpha=45^\circ$
y bielas con inclinación θ

$$a_r = j_d (\operatorname{cotg}(\theta) + 1)$$

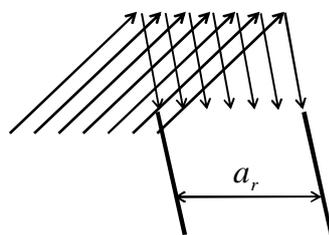
Para estribos inclinados: $\alpha=45^\circ$
y bielas con inclinación $\theta=45^\circ$

$$a_r = 2j_d$$

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE - MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 8

Esfuerzo de tracción en el alma por unidad de longitud



$$T_{t1} = V / \sin(\alpha)$$

$$C_{b1} = V / \sin(\theta)$$

$$T_1 = V / \operatorname{tg}(\theta)$$

$$C_1 = \frac{V}{\operatorname{tg}(\theta)} + \frac{V}{\operatorname{tg}(\alpha)}$$

$$a_r = j_d (\operatorname{cotg}(\theta) + \operatorname{cotg}(\alpha))$$

$$T_{t1}' = \frac{T_{t1}}{a_r} = \frac{V}{\sin(\alpha) j_d (\operatorname{cotg}(\theta) + \operatorname{cotg}(\alpha))}$$

Para bielas con inclinación $\theta=45^\circ$ $T_{t1}' = \frac{V_s}{j_d (\sin(\alpha) + \cos(\alpha))}$

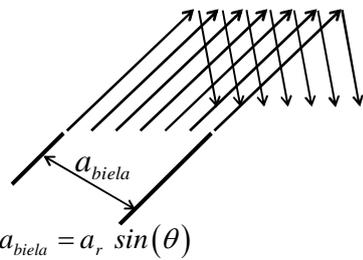
Para estribos verticales: $\alpha=90^\circ$
y bielas con inclinación $\theta=45^\circ$
 $a_r = j_d$ $T_{t1}' = \frac{T_{t1}}{a_r} = \frac{V}{j_d}$

Para estribos inclinados: $\alpha=45^\circ$
y bielas con inclinación $\theta=45^\circ$
 $a_r = 2j_d$ $T_{t1}' = \frac{T_{t1}}{a_r} = \frac{V}{\sqrt{2}j_d}$

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE - MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 9

Tensión de compresión en la biela



$$a_{biela} = a_r \sin(\theta)$$

$$f_{biela} = \frac{C_{b1}}{b_w a_{biela}} = \frac{V}{b_w j_d (\cotg(\theta) + \cotg(\alpha)) \sin(\theta)^2} \leq 0.60 \underbrace{0.85 f'_c}_{f_c''}$$

Para bielas con inclinación $\theta=45^\circ$ $f_{biela} = \frac{V}{b_w j_d (1 + \cotg(\alpha))}$

Para estribos verticales: $\alpha=90^\circ$
y bielas con inclinación $\theta=45^\circ$ $f_{biela} = 2 \frac{V}{b_w j_d}$

Para estribos inclinados: $\alpha=45^\circ$
y bielas con inclinación $\theta=45^\circ$ $f_{biela} = \frac{V}{b_w j_d}$

$$T_{i1} = V / \sin(\alpha)$$

$$C_{b1} = V / \sin(\theta)$$

$$T_1 = V / \tg(\theta)$$

$$C_1 = \frac{V}{\tg(\theta)} + \frac{V}{\cos(\alpha)}$$

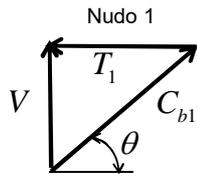
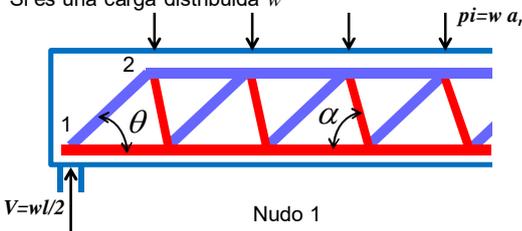
$$a_r = j_d (\cotg(\theta) + \cotg(\alpha))$$

$$V = \frac{V}{b_w d}$$

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE - MODELO DE ANÁLISIS

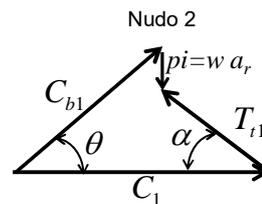
Lámina 10

Si es una carga distribuida w



$$C_{b1} = V / \sin(\theta)$$

$$T_1 = V / \tg(\theta)$$



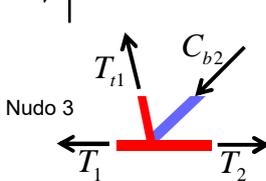
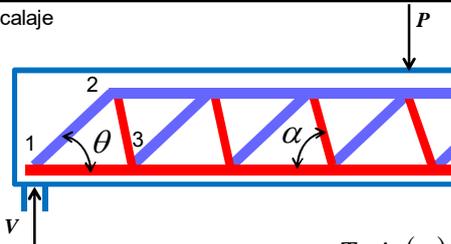
$$T_{i1} = (V - wa_r) / \sin(\alpha)$$

$$C_1 = V / \tg(\theta) + (V - wa_r) / \tg(\alpha)$$

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE - MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 11

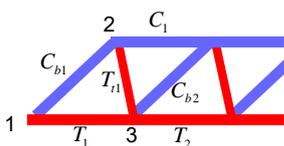
Decalaje

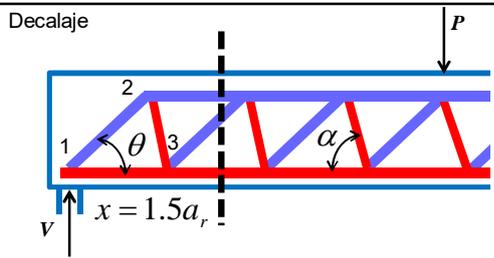


$$C_{b2} = \frac{T_{i1} \sin(\alpha)}{\sin(\theta)} ; T_2 = T_1 + T_{i1} \cos(\alpha) + \frac{T_{i1} \sin(\alpha)}{\tg}$$

$$T_2 = \frac{V}{\tg(\theta)} + \frac{V}{\sin(\alpha)} \cos(\alpha) + \frac{V}{\sin(\alpha)} \frac{\sin(\alpha)}{\tg(\theta)}$$

$$T_2 = 2V \cotg(\theta) + V \cotg(\alpha)$$



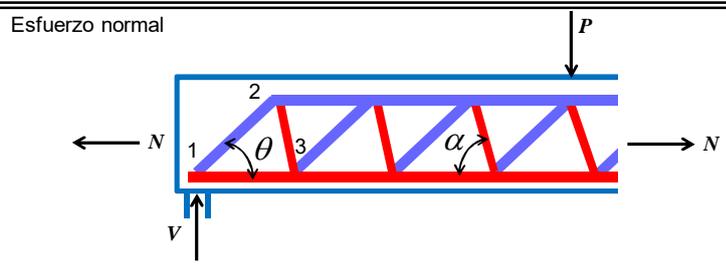


$$T_2 = 2V \cotg(\theta) + V \cotg(\alpha) \neq \frac{M}{j_d} = \frac{V \cdot 1.5 a}{j_d} = V \cdot 1.5 (\cotg(\theta) + \cotg(\alpha))$$

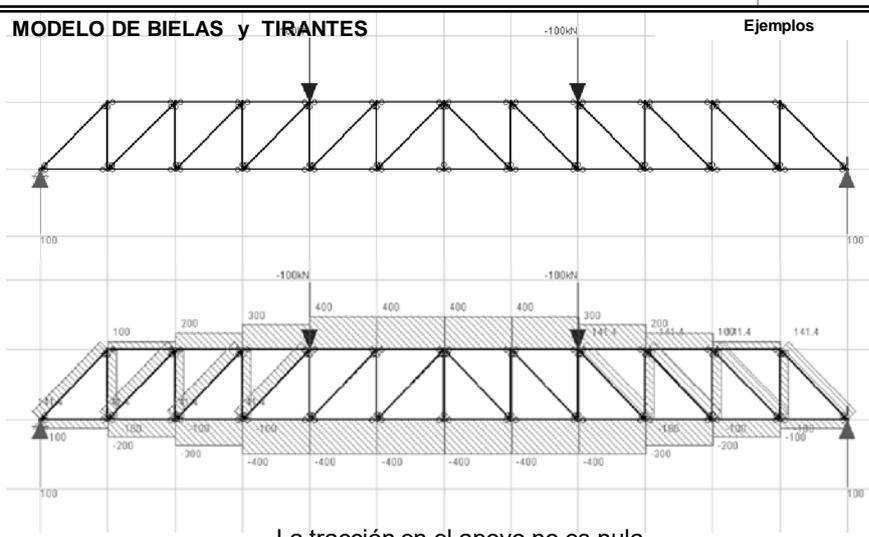
$$\Delta T = V [2 \cotg(\theta) + \cotg(\alpha) - (1.5 \cotg(\theta) + 1.5 \cotg(\alpha))] = V [0.5 \cotg(\theta) - 0.5 \cotg(\alpha)] \Rightarrow$$

$$\text{decalaje} = \Delta x = \frac{\Delta T}{V} j_d = \frac{\cotg(\theta) - \cotg(\alpha)}{2} j_d$$

$$T_x = \frac{M_x}{j_d} + V_x \frac{\cotg(\theta) - \cotg(\alpha)}{2}$$



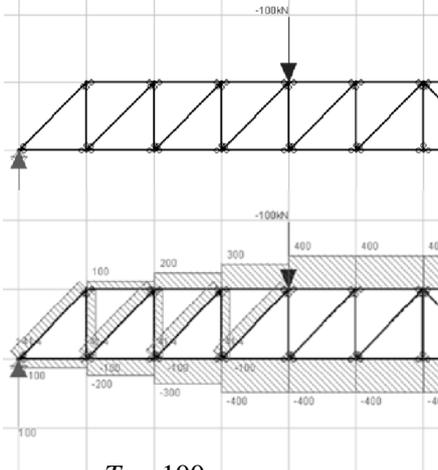
$$T_x = T_n + \frac{M_x}{j_d} + V_x \frac{\cotg(\theta) - \cotg(\alpha)}{2}$$



La tracción en el apoyo no es nula aunque M=0 en x=0

DECALAJE

MODELO DE BIELAS y TIRANTES



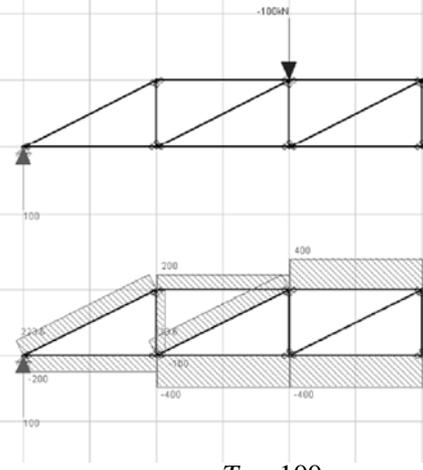
$$T_{t1} = 100$$

$$a = j_d$$

$$T_{t1}' = \frac{100}{j_d}$$

Tomo el mismo esfuerzo de corte con distintas armaduras variando el esfuerzo de compresión en las bielas de hormigón

Ejemplos



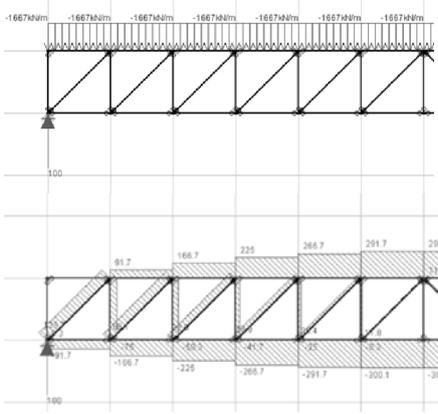
$$T_{t1} = 100$$

$$a = 2j_d$$

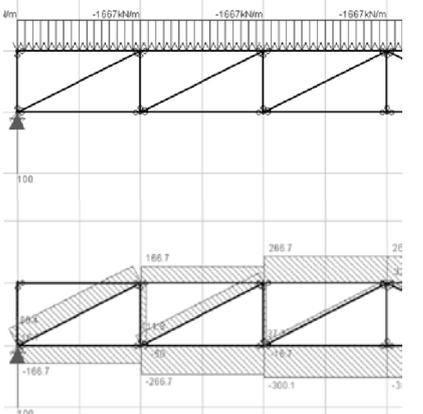
$$T_{t1}' = \frac{50}{j_d}$$

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE - MODELO DE ANÁLISIS

MODELO DE BIELAS y TIRANTES

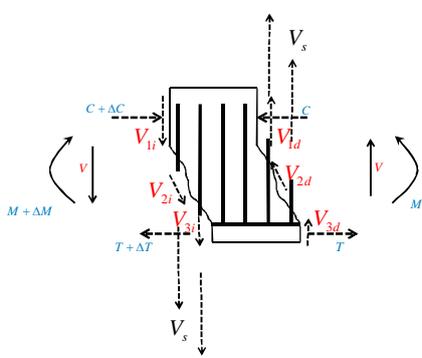


Ejemplos



ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE - MODELO DE ANÁLISIS

MODELO DE BIELAS y TIRANTES



El complejo sistema de fuerzas internas real, es reemplazado por un reticulado análogo

Ninguno de estos reticulados tiene en cuenta específicamente las resistencias V1, V2 y V3.

Sólo en modelos más complejos, como en la TEORÍA DEL CAMPO DE COMPRESIÓN MODIFICADO (Modified Compression Field Theory) se llegan a tener en cuenta las deformaciones y la resistencia debida a la trabazón de los agregados.

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE - MODELO DE ANÁLISIS

DIMENSIONAMIENTO SEGÚN CIRSOC EN VIGENCIA

$$V_n = V_c + V_s$$

Vn: Resistencia Nominal al Corte

$$V_u \leq \phi(V_n) = \phi(V_c + V_s)$$

Vc: Resistencia Nominal proporcionada por el hormigón y la armadura de flexión (en elemento sin armadura de alma)

$$\phi = 0.75$$

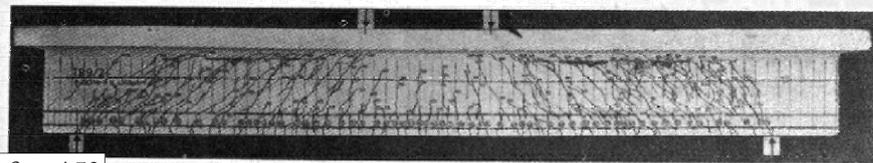
Vs: Resistencia Nominal proporcionada por la armadura de alma

$$V_s \geq \frac{V_u}{\phi} - V_c$$

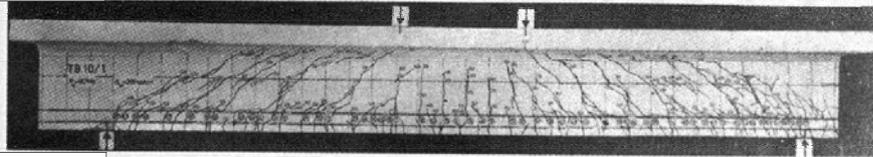
Vc: El reglamento lo especifica
EMPÍRICAMENTE considerando vigas sin armadura de alma

Qué sucede con la inclinación de las fisuras cuando se dispone armadura de alma?

EFFECTO DE LA ARMADURA EN LA INCLINACIÓN DE LAS FISURAS



$$\theta \cong 45^\circ$$



$$\theta < 45^\circ$$

La inclinación de las fisuras se modifica según la armadura que se dispone !!!

El valor de Vc dado en el reglamento es válido si se toma $\theta=45^\circ$.

Tomar Vc=0 si se adopta $\theta < 45^\circ$

(Valores recomendados $25^\circ < \theta < 65^\circ$)

Fig 8-21 – LEONHARDT
 "Estructuras de Hotmígón Armado" – Tomo I

DIMENSIONAMIENTO SEGÚN CIRSOC EN VIGENCIA

$$V_u \leq \phi(V_n) = \phi(V_c + V_s)$$

$$N_u = 0 \Rightarrow V_c = \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} b_w d \quad \sqrt{f'_c} \leq 8.30 \text{ MPa}$$

$$N_u: \text{esfuerzo axial de compresión} \quad V_c = \left(1 + \frac{N_u}{14A_g}\right) \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} b_w d$$

Nu: esfuerzo axial mayorado, normal a la sección transversal, que se produce simultáneamente con Vu o Tu.

Se debe considerar **positivo para compresión y negativo para tracción**, en N.
 Ag área total o bruta de la sección, en mm².

11.3.1.3. Para **elementos sometidos a una tracción axial significativa**, la armadura de corte se debe dimensionar para que resista el **corte total**, a menos que se realice un análisis más detallado de acuerdo con el artículo 11.3.2.3.

DIMENSIONAMIENTO SEGÚN CIRSOC EN VIGENCIA $V_u \leq \phi(V_n) = \phi(V_c + V_s)$

Art. 11.3.2. Dice que el Reglamento permite determinar la resistencia al corte V_c mediante un procedimiento más detallado, según las siguientes expresiones:

1) Para los **elementos sometidos únicamente a corte y flexión**:

$$N_u = 0 \Rightarrow V_c = \left(\sqrt{f_c'} + 120 \rho_w \frac{V_u d}{M_u} \right) \frac{1}{7} b_w d \leq 0.30 \sqrt{f_c'} b_w d \quad \frac{V_u d}{M_u} \leq 1$$

siendo $\rho_w = \frac{A_s}{b_w d}$

Mu el momento mayorado que actúa simultáneamente con Vu en la sección considerada.

2) Para **elementos con Compresión axial**:

$$N_u \text{ compresión} \Rightarrow N_u > 0 \quad M_m = M_u - N_u \left(\frac{4h - d}{8} \right)$$

$$V_c = \left(\sqrt{f_c'} + 120 \rho_w \frac{V_u d}{M_m} \right) \frac{1}{7} b_w d \leq 0.30 \sqrt{f_c'} b_w d \sqrt{1 + \frac{0.3 N_u}{A_g}}$$

3) Para **elementos con Tracción axial**:

$$N_u \text{ tracción} \Rightarrow N_u < 0$$

$$V_c = \left(1 + \frac{0.3 N_u}{A_g} \right) \frac{1}{6} \sqrt{f_c'} b_w d \geq 0 \quad \frac{N_u}{A_g} \text{ en [MPa]}$$

DIMENSIONAMIENTO SEGÚN CIRSOC EN VIGENCIA

Zona 1: bajas solicitaciones

$$V_u \leq \frac{1}{2} \phi(V_c) \Rightarrow \text{No es necesario disponer Armadura de Corte}$$

$$\frac{V_u}{\phi} \leq \frac{V_c}{2} \Rightarrow \text{ZONA 1a}$$

$$\frac{1}{2} \phi(V_c) < V_u < \phi(V_c) \Rightarrow \text{Armadura de Corte Mínima}$$

$$A_{v, \min} = \frac{1}{16} \sqrt{f_c'} \frac{b_w s}{f_{yt}} \geq 0.33 \frac{b_w s}{f_{yt}}$$

$$\frac{V_c}{2} < \frac{V_u}{\phi} < V_c \Rightarrow \text{ZONA 1b}$$

DIMENSIONAMIENTO SEGÚN CIRSOC EN VIGENCIA

$$\phi(V_c) < V_u \Rightarrow \text{Se debe calcular la Armadura de Corte}$$

$$V_u \leq \phi(V_c + V_s) \Rightarrow V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c$$

Zona 2: solicitaciones medias

$$V_s \leq \frac{1}{3} \sqrt{f_c'} b_w d \Rightarrow \text{ZONA 2 (s} \leq d/2)$$

Zona 3: solicitaciones altas

$$\frac{1}{3} \sqrt{f_c'} b_w d < V_s \leq \frac{2}{3} \sqrt{f_c'} b_w d \Rightarrow \text{ZONA 3 (s} \leq d/4)$$

DIMENSIONAMIENTO SEGÚN CIRSOC EN VIGENCIA

$\phi(V_c) < V_u \Rightarrow$ Se debe calcular la Armadura de Corte

$$V_u \leq \phi(V_c + V_s) \Rightarrow V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c$$

ZONA INADMISIBLE

$$V_s > \frac{2}{3} \sqrt{f'_c} b_w d \Rightarrow \text{REDIMENSIONAR}$$

Esta limitación es POR LIMITACIÓN DEL ANCHO DE FISURAS INCLINADAS.

Sin embargo, también es efectiva para evitar la falla por aplastamiento de las bielas de compresión.

DIMENSIONAMIENTO SEGÚN CIRSOC EN VIGENCIA

$$V_s \geq \frac{V_u}{\phi} - V_c$$

En el reglamento se asume: $\theta = 45^\circ$
 $j_d \cong d$

ESTRIBOS: fuerza distribuida

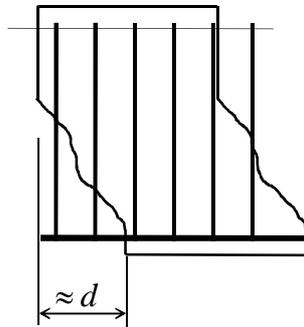
Para bielas con inclinación $\theta=45^\circ$

$$T_{r1}' = \frac{V_{s,estr}}{j_d (\sin(\alpha) + \cos(\alpha))}$$



Simplificando $j_d \cong d$

$$\frac{V_{s,estr}}{d (\sin(\alpha) + \cos(\alpha))} = \frac{1}{s} A_v f_{yt}$$



$$V_{s,estr} = \frac{1}{s} A_v f_{yt} d (\sin(\alpha) + \cos(\alpha))$$

f_{yt} : tensión de fluencia especificada de la armadura de alma

Estribos verticales:

$$V_{s,estr} = \frac{1}{s} A_v f_{yt} d$$

DIMENSIONAMIENTO SEGÚN CIRSOC EN VIGENCIA

$$V_s \geq \frac{V_u}{\phi} - V_c$$

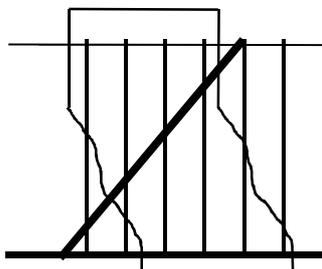
En el reglamento se asume: $\theta = 45^\circ$
 $j_d \cong d$

BARRAS DOBLADAS: fuerza concentrada

Para bielas con inclinación $\theta=45^\circ$

$$T_{r1} = \frac{V_{s,bd}}{\sin(\alpha)} = A_{s,bd} f_{yt}$$

$$V_{s,bd} = A_{s,bd} f_{yt} \sin(\alpha) \leq \frac{1}{4} \sqrt{f'_c} b_w d$$



FIN -
ELU DE AGOTAMIENTO A
FLEXIÓN Y CORTE
MODELO DE ANÁLISIS
GRACIAS POR SU ATENCION !!!